量子力学における

観 測 の 理 論

量子力学における

観 測 の 理 論

B. デスパーニア著
町 田　　茂 訳

岩 波 書 店

CONCEPTUAL FOUNDATIONS OF
QUANTUM MECHANICS
Second Edition

by Bernard d'Espagnat

This book is published in Japan by Iwanami Shoten, Publishers, Tokyo, by permission of The Benjamin/Cummings Publishing Co., Inc., Menlo Park, Calif., the owner of all rights to publish and sell the same.

Pedroの討論

——第2版への序文——

私が初めてPedroに会ったのは環境保全運動が真っ盛りのころだった．あれは地中海の海浜の自然保護のために私たちがデモ行進をしていたときのことではなかったろうか．いずれにせよ，私たちが意見を交換したのはそんなときだった．私たちは，すぐ，2人とも物理学者であることを知り，さらに彼がこの本の第1版(未定稿版)を読んでいることもわかった．

Pedroは普遍的にものを考えることに関心を持っていた．それからの数日，彼は彼自身がかかえている疑問，判断，推測について，私に話した．そのとき話されたいわば“半熟”の考え方を文章として定着させるのは容易ではないけれども，あえてやってみることにしよう．これらの疑問や意見がこの本を書く動機とこの本のもっとも大胆な(そして残念ながらもっとも不確かな！)結論とをかなりよく反映しているのは多分偶然以上のものがあるにちがいないからである．今日，物理学の世界には，大なり小なりの論点で互いに意見を異にする，何人ものPedroが明らかに存在しているのである．この試論は彼らがかかえている問題のよい例となるだろう．

数学と物理学

Pedroは，新しい実験結果を予測する方法を含めて，理論的な計算手段の“実際的な”使い方については，物理学者のあいだにほぼ完全な合意が存在することを確認することから話し始めた．その一方で，彼は，この本のバックボーンとなっている考えを自分もやはり持っていることを語った．その考えというのは，仕事を始める上での非常に一般的な一致が，実は，大きな差異をおおいかくしているということである．たとえば，自分では現象論者と称しわれわれが公理主義者と呼ぶ理論家たちのあいだでさえ，見解に広範な違いがあることを，彼は指摘した．彼はとくに，“骨の髄までプラグマティスト”である物理学者の大集団が存在し，彼らは，理論家の役割は新しい実験データを古いものと結びつけることを試みることに過ぎない，という意見であることを強調した．

しかし，この考え方は科学についての彼の個人的な見解とは決定的に**違う**とPedroは明言した．彼にとっては科学的真理とは，そのような技術的処方の単なる集まり以上の何ものかなのである．

“ところで，このことは，私が，心の底では公理主義者であることを意味するでしょうか？”と彼は自問し，そうではないと主張した．公理主義者というのは次のような意見を持っている——あるいは少くとも，持っていると考えられている．“現代物理学の根源にあるもの(量子力学とそれが生み出したもの)のさらに深い理解のためには，一般的な数学的手段の探究を要する**のみ**である．この問題について可能な理解の内容は，すべて，数学的手段の使用によって**のみ**与えられる．だから日常言語で表現されて数学的定義ができないすべての言明*は無駄なおしゃべりに過ぎない．”Pedroはこれを否定した．彼は，さらに，一層精巧ないろいろな数学はもちろん物理学に必要であるが，しかしそれは，ますます洗練されてゆく**概念**の探究に対しては補助的なものであるべきであって，その反対ではないと語った．私をさらに納得させるために，彼は，これはEinstein自身の科学についての考えであって，Machについて彼が言った次の言葉に示されていることを指摘した．“もっとも重要な物理学の問題は数学的・演繹的な種類のものではなくて基礎概念に関するものであることを明らかにした点において，彼(Mach)のしたことは，特に健全であった．”(Einstein-Besso書簡)

“しかし，数学が何物かによって補われなければならないとしたら，それは形式論理学によるべきではないだろうか？”と私はたずねた．Pedroは非常に興味あるいくつかの試みがその方向で行われていることを認めた．実際，彼はそれらの進歩についての議論をこの新しい版に含めることを，私にすすめさえした．残念ながら私はごく部分的で簡単なやり方でしかそうすることができなかった(第12章参照)．しかし私は少くとも一つの点を強調するように努力した．それは，この方向の研究がここで“分離不能性”nonseparability(他の本では

---

*(訳注)　言明statementは一種の言語的要素であって，そのごく一般的な構造や言明間の相互関係を論じるのが形式論理学である．これを他の要素から区別するのは，真と偽(言明の真理値)が帰属するということである．言明が真理値以外に意味を持つと考え，それを単なる言明から区別するとき，この区別されたものを命題propositionとよぶ．言明と命題とを区別しない使い方もあるが，この本では区別している．

“非局所性” nonlocality とよばれている）とよぶものを一般化するのに使われることである．Pedroは，他方，次のことを指摘した．すなわち，“正統的な”量子力学に固有な“明白な”分離不能性のまさに最初の一般化は隠れた変数の理論に関係してなされたのであり，この重要な結果は形式論理学によっては得られ**なかった**．それは明晰な**概念的思考**の助けを借りて，数理物理学の普通の道具立てを用いた初等的な分析の結果として生じたものである（第11章参照）．

物理学と現存の諸世界像

ある晩，Pedroはうちとけて，現代認識論の諸問題の存在を発見したときの強い驚きについて話した．大学では彼の教授たちは——通例のように——そういう事柄を注意深く彼から遠ざけていた．しかしそれは理由のあることだと彼は言った．そういう問題に近づくことが有益なのはかなり進んだ学生だけだけれども，そういう人たちは，基礎と一般性についての反省に努力するよりは，実験室での研究かあるいは数学的な研究の方にずっと強く傾いているのが普通である．こうしたことの結果として，Pedroの場合にも，いつも本当だと信じていた考えが，自分が訓練を受けた現代物理学とは相容れないことを文献によって知って本当にがっかりしたのは，すでに群論とS行列を使いこなせるようになってからだった．彼は語った．そのときまで私は，神々と妖精と悪魔との古い形而上学が投げ捨てられたとき，それはいかなる形而上学によってでもなく，ただ客観的な科学によってとってかわられたのだと信じこんでいました．しかし，私は，突然，そうではないことを発見しました．私は，私が——そしてほかのほとんどすべての人も同じように——無意識的に**別の**形而上学を，すなわち言葉の哲学的な意味におけるDemokritosの原子論という形而上学を信じていたこと，そして——さらにひどいことには——その形而上学の基礎にある一般的な思想の組合せ（強客観性プラス分離可能性など．第11, 12, 20章参照）は，今日では，誤っていることがほとんど疑問の余地がないことを知りました．“時代の先端を行く”と思っていた自分のこの安易な考え方が全く時代の先端を行くものでないことを悟ったのはショックでした．そして，その結果，私は私の見地をすべて変えなければなりませんでした．

Pedroはつづけた．以前私は認識論 epistemology に何の注意も払わずに仕

事を進めていました．適当に(というのは，まったく頻繁に)，私はプラグマティズムと論理実証主義の方法を使うようにしていました．特に，私はしばしば観測の概念，有用性の規準などを引き合いに出して，“存在” existence とか“実在” reality というようなはやらない言葉を注意して避けるようにしました．しかしそれは単に，先輩の真似をして，確かな技術的処方を持ちこむことに過ぎませんでした．私は，私のすることは最終的には，漠然とはしているが“明白な”，多元主義 multitudinism の考え方に従っているという自己満足にひたり切っていたので，このすべてについて決して深く考えようとはしませんでした．多元主義という言葉で私が意味するのは，あなたと同じく(第 19 章)，宇宙は究極的には非常に多数の非常に簡単な部分から成っており，それらの部分はすべてそれらに局在的に与えられた性質を持つと考えるすべての世界像です．私の信念は，われわれが見出すものはすべてこの描像に適合するしかありえず，その描像自身は私の研究領域の外にあるということでした．その信念は私に，哲学的に見えるすべてのものへの優越感を与えました．しかし今や私はそのような安心感にとって代るものを持っていません．特に私は，前にも言ったように，単なる数学的形式が私の以前の形而上学の代りになりうるという考えも——少くとも無批判的には——受け容れることはできません．現在，そのような形式は常に(暗黙のうちにかどうかは別として)人間が行う観測(第 14～18 章)に関連していますから，この態度は言葉に出さない曖昧な観念論以外の何物でもありえないでしょう．それは私が哲学的な選択をしていること，そして——さらに悪いことには——それをこっそりと，しかもそれに気付きさえせずに，選択していることを意味するのです！ 私の以前の経験(私がたった今あなたに話したもの)はこれを避けるようにと教えています．

このようにして私は科学の哲学の真剣な勉強が必要であることを確信するようになりました．それから私は厖大な冊数の本を読み，その分野のかなりの進歩を知りました．もちろん，私が学んだことをわずか数語でまとめることは不可能です．もっとも光彩を放っていたのは実証主義者の学派によって築かれた**科学的実在**と**科学的真理**についての精緻な理論でした．科学的実在が**構成物** construct と考えられ，科学的真理は以前の理論におけるように“あらかじめ存在するある根源的実在に対する知性の反映”とは考えられないで，検証可能

性，無矛盾性等々の規準をみたす一種の**創造**と見なされる理論を私は指しているのです．実在と真理の**定義**そのものにおける人間の観察と行為の役割を強調することによって，この考え方は，現代科学の発展をまったく忠実に反映しています．とくにそれは，古い理論のように事物の超越的実在性に固執するときにパラドックスとして現われる，量子力学のいくつかの概念的困難の解決に——私にはそう思われるのですが——大いに役立ちます．

他方で，私は実証主義および類似の理論(道具主義 instrumentalism*，操作主義 operationalism など)の概念構成における本当の困難と曖昧さと思われるもののために，いつも悩まされていました．それはあなた自身がかなりくわしく(第20章)注意していることですから，その困難と曖昧さの性格を述べる必要はないでしょう．この困難の多くは新しいものではなく，そして——少くとも一般論としては——実証主義者自身によって議論されています．けれども量子力学の出現は，それらを疑いもなくさらに鋭い焦点の下に置いたのです．その結果，私が読んだどの本からも本当に満足のいくような解決は得られませんでした．その上私は実証主義の反対者たちがしばしば述べた考察，すなわちこの哲学は，全体として，新しい疑問に取り組むことを促進しないという考察に賛成でした．これは，(科学的反映への道を開くという意味において)基本的に新しい問題は，実証主義の規準に従うならば，初めは意味があるようには見えないのが普通であるという事実にもとづいています．なぜかというと，その新しさのために，対応する検証と位置づけの仕方を“既知のもの”の中で考えることができないからです．したがって，私たちの日常の実践で使われているような実証主義は物理学の純粋性は保ちますが，その反面，その進歩を同じ地平の中に保とうとする傾向があります．実際は，物理学が解決しなければならないおもな問題の一つは，厳密な実証主義を，空想科学読物にならないようなやり方で，いかに乗りこえることができるかということです．

これらの理由と，またさらに別の理由によって，現存の認識論の文献についての私の勉強(それはおもに実証主義が中心でした)は決定的には私の問題を解決してくれませんでした．私はさらに進まなければなりませんでした．そして

*(訳注) Deweyの認識論．概念道具説ともいわれる．

幸いにも，何人かの物理学者が，実証主義が置く検証可能性などの限界を明らかに乗りこえる研究を——権威のある専門誌にさえ——発表していることを知りました．

このような研究にはどういう名前をつけたらよいでしょうか？ それは科学でしょうか，哲学でしょうか？ これは言葉の使い方の問題で，基本的な問題ではありません．それを“哲学”と呼ぶことに固執する科学者にはそうさせたらよいのです．その場合にはその人が“科学”と呼ぶものは過去の観測を予測された未来のものに結びつける規則の集合に過ぎなくなりますが，言葉の意味をそのように制限することはまったくかまわないわけです．そして他方ではまた，多くの思想家が，“哲学”という言葉の意味を，外的経験の助けを借りずに直接に作り出すことができると——正当にか誤ってかはともかく——信じている考えだけしか含まないように制限することも，全く同様に，理由のあることです．その時には，ここで言っている研究は哲学でもありません．しかしそれでも，それは意味を持っています．初等的でしかもはっきりした例をあげるために，ある一つの段階において物理学を統一する唯一の可能な道が，新しい予言に導か**ない**理論によるものだけであったと仮定しましょう．その理論は哲学でしょうか，それとも科学でしょうか？ 迷うのはもっともです．方法の問題は決定的に重要ですから，そのような理論が科学的な事実と方法を使う限り，それを“**科学的**”と呼ぶのが道理に合った選択です．すると，こういう理論はおそらく存在しえますから，科学の射程は多くのプラグマティックな精神の科学者が想定するよりは大きいという主張には理由があることになります．それは，以前，一般の哲学が担っていた領域の大部分をおおっています．

ところでこのような事態は，私たちにとっては，一般の哲学者たち(認識論の専門家でない哲学者たち)の仕事に親しむためのよいきっかけです．これは私たちの視野を広くするためには**必要**でさえあります．それにもかかわらず，私たちは彼らの言葉，とくに多かれ少なかれ私たちの同時代者である者の言葉を採用すべきではありません．暗黙のうちにあるいははっきりと，この人たちの大部分は，いかなる哲学的真理も本質的曖昧さを内蔵しており，それはいくつもの意味を持つ文章によってしか表現できないということを，事実として容認しています．彼らの批判者たちによって(多分ややひどい言い方で)言われたよ

うに，これらの一般の哲学者たちは“ある目的のために正確に作り出された言葉を誤用しています”．この習慣は近年，一般理論について書いている多くの言語学者，精神分析学者，いろいろな専門分野の理論家たちによって真似られています．疑いなくそれは彼らの文章に思想の本当の豊かさと——あるときは正しく，あるときは誤って——しばしば同一視される近づき難さを感じさせます．**倫理的な**理由から(われわれはあえてこう言いたいのです！)そのような言葉を科学者が使うべきではありません．すでに強調したように科学者は科学者自身の方法を使わねばなりません．このために，科学者の論法はなみの職業哲学者にはわかりやすく——したがって幼稚に！——見えるかも知れません．しかし，逆に，この人たちの演繹的方法は科学者にはしばしば子供じみて見えることを注意しなければなりません．現時点では，このコミュニケーションの難しさは残念ながら認めざるをえないのです．

次の夜，Pedroはいかにして実証主義を越えて先へ進むかという一般的な問題をもう一度とり上げた．科学の範囲が完全に実証主義の領域内にあるとする思想家は，これを，物理学を越えた形而上学の問題と呼ぶだろう．Pedroは，その重要性のもっともよい証拠は，この問題についての過去に現われ，現在もなお現われつつある厖大な文献であると語った．しかし彼はまた，現在の物理学者の立場から考えると，これらの文献は全体としてはむしろ誤解に導くものであるという見解を述べた．彼は苦労しながら，自分の意見を次のように語った．

彼は指摘した．まず，私たち科学者は過去の哲学者たちのなかには，私たちの現在の結果を直観していた人たちがいたことを認めなければなりません．たしかにDescartesやKantやHumeさえも，現在では疑わしいかあるいは誤りと知られていることをたくさん言いました．けれども彼らの否定的言明のなかには，正しいことが明らかになったものがあります．私はとくに，彼らが表明した，実在についての**素朴な**形而上学はどれも長期間にわたって正しいと見られることはありえないだろうという疑いを念頭においているのです．多元主義，とくに前に述べた多元主義的原子論は，そういう素朴な形而上学の最近の実例です．その勃興と没落の近代史は，上述の疑いが適切であることを裏付けるも

のです．同様に，ある仏教徒は――われわれが知覚する限りの――空間と時間は“実際に存在”はしないと主張し，Kantはわれわれ**自身の**感性における形式に過ぎないと言っていますが，量子物理学と分離不能性の光に照らして振返って考えると，これらの思想家は正しい方向を指し示す推測をしていたことになります．しかし，問題は次のことにあります．一方で，私たちは偏狭な正統的実証主義を越えようと考えています．そのためのもっとも単刀直入な方法は人間の観察は実在と真理を**定義**するものとしてでなく**判定規準**として役立つのだと考えることです．あなたの本の第20章で論じられているように，こうするとこの学説の主要な曖昧さを解消し，そして同時に，いかなる“隠れた観念論”をも捨て去るように見えます．またそれは人間の観測あるいは意志に**還元**されない“あるもの”(それを“実在”と名づけましょう)が存在することを意味します．他方で，私たちは，過去の多くの哲学者のように，そのような実在は日常的な概念でつくられた素朴な形而上学によっては記述されえないことを認めたばかりです．そうすると，私たちは実在の少くともいくつかの一般的な特徴を知ることを望むことができるでしょうか？ また，もしそうなら，それは何でしょうか？

Pedroは続けた．科学者として，哲学的研究に対して関心だけでなく強い留保の態度をとらなければならないのはこの点です．私はいま特に，私たちの時代に起った“純粋”(すなわち，非認識論的)哲学の発展のことを考えているのです．この発見は，関連はしているが異なった多くの形をとっています．ですから非常に長く述べない限り，明瞭でしかも公平なやり方でそれを述べ批判することはほとんど不可能です．それにもかかわらず，それらに共通の一つの一般的傾向に大ざっぱな特徴づけを与えることはできます．そのために，たとえば，19世紀のかなり早い時期に現われた一つの見解を考えて見ましょう．それは，秩序と調和は，いずれにせよ，単なる見かけ(それは現象の領域に属するか，あるいは，言いかえれば，われわれの精神からの投影だということです)で，反対に，根源的な“実在”，“実在する物”は――それが何であれ――矛盾によって支配されるというものです．

過去にさかのぼって考えてみると，そういう考え方が，おもに知識人・文化人の間で，かなり多くの人々の世界観のいわば礎石になっている理由は理解で

きそうです．それは，（不幸にして）誤解である二つの魅力的な考えにもとづいていると思われます．第1は“矛盾”という言葉の意味に関するものですが，これは厖大なテーマなのでしばらく脇へ置きたいと思います．第2は**根源的実在** primitive reality はいずれにせよ**根源的人間存在**あるいは前理性的意識と同一視さるべきであるという“直観”（これははっきりと述べられたことはありませんが，Nietzsche の“**悲劇の誕生**”と Engels のいくつかの著作その他に明らか）です．これから矛盾の概念の第1位性が出てきます．なぜなら前理性的意識は実際矛盾に支配されているからです（このことは悲劇においては高い感動的な価値を持つでしょう）．しかし上述の“直観”自身は明らかにまったく疑わしいものです．それを支持するためにしばしば Schopenhauer が引用されます．実際，もしわれわれが Schopenhauer の有名な本，“**意志と表象としての世界**”の標題によってまさに表わされている究極的な見方を文字通り守るならば，この直観を偉大な真理と考えることができるでしょう．困難は，いま論じている思想（すなわち，基本的な実在 basic reality は矛盾によって支配されるという見解）を広く流布するのにもっとも影響力のあった思想家たちは，一般には，Schopenhauer の考え方の基礎にあんなにはっきりしている哲学的観念論に同意**しなかった**ことにあります．ですから，彼らがいかにして彼らの主張を首尾一貫して具体化できたかを理解するのはまったく困難です．実際，われわれは，そのような思想が彼らにおいては**分析されない**（あるいは完全には分析されていない）単なる直観に留まっていたという推測を完全に捨て去ることはできません．おそらく，私たちの時代の多くの知識人のドグマの体系にそれが入り込んだのは，少くとも部分的には，似たタイプの現象の結果です．その思想は心情的には全く魅力的です．それは，すでに見たように，観念論の諸前提にもとづいた一種の正当化が可能です．そしてこの正当化は，この諸前提を多かれ少かれ受け入れた過去の偉大な著作家たちに，事実，支持されました．私たち観念論を拒否する者にとって，その思想が(a)魅力的でありそして(b)ある正当化を受けているということ**だけ**を記憶し，いかなる前提にこの正当化がもとづいているかを忘れるという誘惑は大きいものです．しかし，もちろん，そのような態度に含まれている自己撞着に気づけば，それを保持することはできません．

Pedroは続けた．このことは，特に，実在の問題について弁証法的唯物論の支持者たちが書いた厖大な文献への疑いを起させます．わたしたち2人がここで今その学説の系統的・批判的検討に没頭することはとてもできません！ にもかかわらず，それが，いくらかの科学者も含めて，多くの人間の考え方に及ぼしたかなりの衝撃を考えて，なぜ私は，私自身の問題に対する解答をその思想に見出すことができなかったかを話したいと思います．主な理由は，私がいまちょうど述べたような点で，それが首尾一貫していないと思うからです．たとえば私は，資本主義のあるいは社会一般の諸矛盾を一人よがりに記述し，さらにこれから——すべてを十把一からげにするような一般化によって——宇宙の基本的な法則と考えられている矛盾の法則(あるいは，よく使われている言い方では否定の法則)へと進んでいる分厚い本(古いものも新しいものも)をたくさん読みました．私が最後に見出したところでは，より抽象的な，見かけ上より厳密な論証も，実際は，しばしば同じ道筋によっているのです．有 being はすなわち非有 non-being である，さもなければそれは静止してしまうから，と論じられています．この矛盾は生成 becoming への移行によって解決されます(合 synthesis)．そしてすぐに，現象から，もっとはっきり言えば，ほとんどいつも生命系である非定常状態にある系から，借りてきた例が与えられます．生命のある有はすべて死ななければならない，すなわち非有に帰する，等々．言いかえれば，一方では非定常系の**変化** change(私たち皆が知っているように，内的な論理的矛盾がない物理学的理論に従っても起る変化)と，他方ではここで主張されている“A は A でありかつ非 A である”という型の論理的矛盾との間の必要な区別が全くされていません．多くの場合に例として，“論証”を一層印象的にするために，心理的な衝撃を与えるものが選ばれています(生命，進歩，発芽，死など)．私が読んでいた著者の実在についての一般概念をすべての間違った例示から分離して整理しようと試みたら，何も残りませんでした！

ここまで語ってPedroはしばらく黙っていた．それから彼はつけ加えた．いや，これは**完全には**正しくありません．公平を期すために私は，科学の発展が壮大なスケールで確かめた見方を“弁証法論者”が大いに広めた事実を認めなければなりません．それは，人間がある一つの時期に自由に使える概念など

の知的な道具はその時代の要求を(それが心理学的，社会的，あるいは科学的なものであってさえも)完全にみたすことは決してないので，不完全な概念と定式にもとづく**見かけの**矛盾がたえず現われるという思想です．この見かけの矛盾は，しかし，観察されたものを記述するのにもっとよく適合している新しい知的道具が見出されると消滅します．しかし，言うまでもなく，そのときには，こうして作り出された知的手段の助けを借りても必ずしもすべて記述できない新しい事実が発見され，したがってこの過程は永久に続きます．原子以下の階層の粒子を昔からの古典的な“粒子”と“波動”の概念で記述することの不可能性は，多分，私が言った古い概念の不十分さによるそういう見かけの矛盾のもっとも顕著なものです．もしそのような発展が“弁証法的思考”であるのならば，もちろん“弁証法的思考”には正しい応用があることになります．

同様に——しかしもっとずっと一般的に——ある物理学者たちはBohrの考え方は弁証法的であると主張します．それは，たとえば彼が，われわれは世界という劇場において単に観客であるのでなく俳優でもあるのだと強調したことを言っているのです．実際，実在をもっとよく理解したいというわれわれの望みは，ある程度まで，次の事実によって(さしあたり)妨げられているということはありうることです．すなわち，“記述”-“作用”という一対の概念に関連したある見かけの矛盾を克服できるような知的道具を私たちはまだ見出していないということによってです．このように妨げられていることは，もし実在という概念が経験的実在の概念と同一視されるならば，実際に正しいように思われますが，この難しい事柄はしばらく論じないでおきましょう．残るのは，もしBohrの思考が弁証法的と考えられるならば(彼自身は明らかにそうは考えませんでしたが)，弁証法はふたたびある興味ある様相を獲得するということです．けれども，そのような同一視によって得られるのが何であるのか，私には全く理解できません．反対に，私たちが失いつつあるのが何であるのかは，理解することができます．なぜならば，それは弁証法が科学における一般的で信頼できる方法であるとわれわれに信じさせ，そしてわれわれにそれを自分の問題に適用しようと考えさせるかも知れないからです．いかなる科学的発見もこのようにして行われたことはありませんし，弁証法の基礎にある概念そのものが非常に朦朧としていて部分的には子供じみていますから，私たちは，そもそもそ

ういうことがなされうるかどうか疑わざるをえません．

この段階で私はPedroに，弁証法的唯物論は彼が興味を持つと思われる別の面を持っている，特に彼は“多元主義”が不十分なことを知っているのだから，ということを注意した．その面とは多様性の背後にある統一の概念の強調である．彼は同意したが，同時に，弁証法論者たちが語る統一——“対立物の弁証法的統一”——はやはり本質的に概念，熱望，理論，意志などの間に，すなわち，まさにその定義が人間に依存せざるをえないような存在の間に生じるように思われることを指摘した．この統一と近代物理学で導入された分離不能性との関係はたしかに明白でなく，多分存在しないのである．

それからPedroは弁証法論者たちが心にいだいており，彼がかなり疑わしいと思っている，いくつかの思想と習慣を数え上げた．それは(a)哲学的であるに過ぎない直観に一定の資格を与えるための“科学的”という言葉の使用，(b)哲学，とくに弁証法が指針として科学に役立ちうるという(前に述べた)考え，(c)“総体としての存在”**あるいは**そのある部分**あるいは**単なる現象をさえ意味する“物質”という言葉の無差別な使用(およびその混乱から生じる間違った演繹)，(d)意識の“物質”への((c)に関連した)還元，および(e)ある弁証法論者たちが便利な時はその時々におこなう根源的な実在(あるいは存在)の人間の**実践**への——(d)と首尾一貫しない！——還元である．彼は，弁証法は，科学およびその哲学への拡張に適用されるときは，全体として，悪い方法であると結論した．そこには正しい見方がいくつかあるが，それらは，その分野ではむしろつまらないものに過ぎない．その上，それらの表現が非常にまずいので，明らかに間違っている別の思想とごちゃごちゃにまざってしまう．Pedroは言った．たとえばHegelは，論理学はその適用される領域と全く独立ではありえず，Aristotelesの古い論理学は多分変更されうるしまたされるべきであるという考えを持っていました．これは量子論理の発見によって示されるように(その論理の有用性は限られているけれども．たとえば第12章を見よ)，ある点では，すぐれた予見でした．しかし不幸にしてHegelはその時代にはこれをどのようにして着実に進められるかについては考えつくことができませんでした．結果は恐るべき混沌で，そのことはHegelが彼の純粋論理から小惑星の大きな群れが存在しないことを導いたというエピソードがまったく生々しく伝えていま

す．その“方法”の名声と見かけの深遠さのために同じような(それほどは騒がれたものでないにしても)馬鹿げた話に落ち込んだすべての輝かしい精神について考えることはいささか痛ましいことです．科学に関しては，弁証法論者の一つの派が科学的研究を無条件にほめたたえ，他方，別の派が露骨に非難することをこの方法の欠陥に帰することは多分公平ではないでしょう．しかしどちらのグループもそのような違いが実践あるいは科学の応用に関係しているのか，それとも，それは科学自身の価値に関係しているのかを言うことができないように見えることは弁証法の使用の結果であるのかも知れません．

ここで私はPedroに，彼の考えはあまりに批判的過ぎる，弁証法論者たちは，一般に，かなり興味ある基本的問題を，それを無視するのでなく，とにもかくにも論じているのだから，と言った．彼はこれを認めて，そのために彼は実際は非常に期待を持っていたのだと話した．しかし，現代のある思想家たちが用いているもっとずっと明快な方法があることを，弁証法の不必要な曖昧さと比較しながら，彼は強調した．その人たちはその方法によって，実在，その意味，その人間との関係についての基礎的で難しい問題をも含めて，多くの基本的な問題についての考えを表現するのに成功しているのである．特に彼はPiagetをあげた．

これは私にとって驚きではなかった．実際，科学者たる者は，たとえ，非専門家として個々の特殊な場合の結果について判断することはもちろん不可能ではあっても，発生的認識論の創始者の少くとも**目的**には関心を持たなければならない．200年ほどの間，経験論者とその信奉者は，すべての知識は感覚から生じると主張してきたが，しかし彼らは知識の**形成**の過程を実験的に詳細に研究しようとは決して考えなかった．発生的認識論はいまや，少くともある程度までは，このギャップに橋をかけている．特に，われわれの論理の構造とか“数”の概念などのような問題について，全く重要なことを語っている．しかし，私はPedroに，どの点がここまで議論してきた非常に基本的な問題に本当に関係していると考えるのかたずねた．私は，実証主義者たちと同様にPiagetは基本的実在の概念にもまたいかなる種類の普遍的真理の概念にもあまり重要性を置かないこと，そして大部分の科学者と共通に個別的真理のみが存在するという考え方を持っていることを注意した．

Pedroの答は，Piagetの見解のうちの二つの点が私たちの問題にもっとも関係があるように思われるということだった．第1の点はかなりよく知られています．それは別々の局在的な対象という概念は構成物であるというPiagetの観察による発見です．幼児はその概念を，観察する規則性を理解し，行動をそれに合わすのに役立つ理論の一要素として，築き上げます．しかし子供の観察と行動は，もちろん，ごく普通の型の巨視的現象に限られています．したがって私たちは，この構成物がほかのどの型の現象を記述するにも適しているという保証は持っていません．このことは，哲学的原子論がもとづいている諸原理は**仮定**に過ぎず，アプリオリには他のどの仮定よりもいっそうもっともらしいということはないということを示しています．それはまた，どの巨視的対象も空間のあるきまった領域を——すべての他の領域でなく——必ず占めるという観念も明白な(したがって疑問の余地のない)真理ではなくて，むしろ"対象"という言葉の，与えられた状況のもとで役立つ，定義の一つの要素であることを示します．このことと関連して，それはまた次のような希望を私たちに与えます．すなわち，基本的実在についてのわれわれの原子論的記述——すなわち"対象"という言葉による記述——が結局不十分であることがたとえわかったとしても，これは何らわれわれにその実在を記述する試みを放棄させ，そしてわれわれが"骨の髄からの実証主義者"になることを強いるものではないということです．多分この目的にもっとよく合った別の概念が生れるでしょう．とりわけ，局在的な対象という観念が構成物に過ぎないという事実は，個々の巨視的対象は明らかに——したがって**必然的に**——われわれ自身に独立な個物として存在するといういわゆる常識の見方(それはAristotelesの見方でもあります)から私たちを解放します．したがって，それはまた個物を数，論理的構造等々よりもさらに基本的だと考える見かけ上の必然性からも私たちを解放します．

他方，発生的認識論は，対象という概念に関して真実であることは実はまったく一般的なものであることを示しているように思われます．われわれが外界に，あるいは簡単に"必然性"に，属させている"性質"の多くは，実際にはわれわれ**自身の**可能性の単なる"投影"なのです．Piagetに従えば，Platonのイデアの理論はこの一般的傾向のもう一つの例にすぎません．基本的実在の本質

は純粋数学であるという理論さえ，彼にとっては，同じ(不条理な)思考様式のさらにもう一つの例です．数学はわれわれから投影されているのです．

これがPiagetの一般的な考え方の中でPedroが特に触発的と考える第2の点であって，その理由はそれが任意的でなく，反対に，科学によって**立証**されていないとはいえ，ともかく，それに有利な**いくつかの**実験的徴候を持っているということであった．

“投影理論”はPiagetを実証主義者たらしめるものではないことを強調しなければなりません．Piagetは厳密な検証可能性の要求はきびし過ぎて科学的研究の可能な領域にやや勝手な限界を置くものだという前述の見解を表明しています．これがPiagetの立場の，Pedroが非常に高く評価する，もう一つの面であった．この哲学者兼科学者の仕事についての彼の好意的評価を聞き終ったとき，私はまったく，少くとも足場にすることはできる堅固な土台を彼が見つけたのだと思った．しかし彼の答はそれに対して否定的だった．

Pedro自身の推測

知識における人間の活動の果す役割の重要性を示そうとする著者たちでさえ，実際にはその役割をまったく軽視しているとPedroはくりかえして語った．このことは，あることを知るためには，あることを観察するだけではなく実験をしなければならないと**強調するだけ**のすべての著者にあてはまります．なぜなら実験をすることは，われわれの精神にすでに存在する論理構造と概念(Descartesの“明晰にして判明な概念”)とによって記述可能であることがわかるような世界を知る場合にも，必要であるだろうからです．人間の活動は論理構造と概念自身との**形成**の原因にもなっている点で，もっとはるかに重要な役割を果していることは，量子力学によってまた発生的認識論によって強力な指摘がされています．この領域でもわれわれはPiagetの寄与の重要さをいくら強調してもしすぎるということはありません．

Pedroは続けた．他方，この著者の一般的な考えは，真正直にとるならば，ある種の観念論(人間の活動が**まさに**根源的実在である)に導かれざるをえないように私には思われます．それは相互伝達の問題によって生じる困難が避けられないときには独我論(語り手が唯一の実在である)にさえ導くような観念論で

す．もちろん，私はこの種の反論に対して普通の哲学が問題をどうよけるかを知っています．それはドイツ語の二つの言葉 **Realität**(実在)と **Wirklichkeit**(現実)の存在がよく表現している実在の二つの可能な概念の違いを利用することです．もっと正確に言えば，それは次々に，(a)Realität(すなわち“根源的実在”)の概念は興味のないものでありその正当性は疑わしい，(b)実際，人間の可能な活動は考えられる現実 Wirklichkeit(すなわち経験的に到達しうる実在)を基礎として成り立っている，(c)それは実在 Realität の存否については何も主張しないから(なぜならその問題を基本的に興味がないと考えるから)観念論とは無関係である，と主張することから成っています．しかし極度に難しいこの議論においてどちらの側に立つかをきめないこのやり方では学位資格試験に合格できないでしょう．われわれは，人類以前に存在した(そして多分人類以後も存在するはずである)(既知あるいは未知の)実在 Realität の概念にはいかなる意味も与ええないと考えるか，**それとも**そのような概念が意味を持ちうると考えるかの**どちらか**です．第1の場合には，何物も人間より基礎的であると考えることはできません．その考え方は明らかに観念論的なものです．言葉のどんなごまかしも，熱狂的な否定もこの簡単な論理的真実に勝つことはできません．第2の場合には，述べられている概念は何物かに対応するかそれともしないかのどちらかです．もし対応しないならば，そのときはふたたび，人間よりも基礎的なものは存在せず，われわれは観念論におちいるでしょう．こうして，もしも観念論を避けることを望むならば，**ある**(まだ定義されていない)根源的な実在の概念が(a)意味を持ち，(b)現存する事態を反映していると仮定しなければなりません．しかしそのときには，上述のどちらの側に立つかをきめないやり方は，実際は，根源的な実在は存在する，しかしそれはいかなる実験的・演繹的方法によっても近づきえず，したがって科学者の興味を惹かないという主張にほかなりません．私はこの意見は——たとえ，根源的な実在がわれわれの感覚から非常に遠く離れているため，それが真実に近いとしても——あまりに極端でありまたあまりに悲観的であると思います．

Pedroはさらに話を進めた．もしあなたが，私のこれらの注意を批判と考えるとしたらたいへん残念です．本当は，ここにまさしく“事物の核心”があるように思われます．Piagetやその他の人が問題を避けるか廻り道をするかし

ようとするのが本当であるとしても，彼らは——私はそう信じますが——そうするまったく十分な理由を持っているのです．その理由というのは，その問題は人間が取り組まねばならなかったすべての哲学的難問のうちで，もっとも古くて難しいものの一つだということです．もっとも確かなことは，そのような問題には易しい解答はなく，多分われわれはまだ問題を正しく定式化する仕方さえ知らないということです．ですからBohr, Heisenberg, Piagetのような人々がその問題に近づいたと思うと突然退却するのを見ても，あるいは彼らがいかに注意深く問題の本質を避けて通ろうとするかに気づいても，もっとも重要な点ではいかに沈黙を守るかを認めても，彼らを非難することはできません．事実はただ彼らが自分たちを神々の会議のメンバーとは考えておらず，そしてわれわれに，自分たちをそういうものと思わせる幻想を持たせまいとしているだけのことです．全体的に見て，これは彼らが与えてくれるよいお手本であり，私たちもそれに従うのが賢明でしょう．

私たちはとうとう重要な点に到達しつつあると私は考えたので，このPedroの最後の言葉には私は不満だった．私は彼にそう言ったが，彼がそれ以上語らないことには次のような十分な理由があったのである．彼はもう一度強調した．世間はいつでも哲学者が単なる意見を表明することに好意的だけれども，科学者が思い切ってそうするとかならず非難する(多分こういう考えなのだ．この連中はスペシャリストだ，彼らはその専門領域を守っていればよいのだ)．科学者さえもそういうふうに反応すると彼は言った．彼はまた，もし私が意地の悪い新聞記者で彼の考えている問題や推測を公表したならば，彼の秘められた考えが暴露されて，彼は仲間の誰からも真面目に扱われなくなるだろうとも言った．彼は，Nobel賞だけが一般的な見解を定式化する権利を与えるという科学者の間の暗黙の合意を冗談めかして強調した．彼はさらに真面目に，自分は出発点となる意見を持つに過ぎないこと，その意見は変りうること，それはまったく貧弱なものに過ぎない(なぜなら彼にとって科学は基本的な諸問題にはごくわずかの光を投げかけるだけだから．もっともそのごくわずかが本質的なのだが)ことを力説した．

私は次のことを答として指摘した．ここまで彼は批判を述べただけであること，批判は結局のところ容易であること，今日あまりに多くの若者が彼のよう

にその知的活動を純粋に否定的な――安全ではあるにしても――面に限っていること，少くとも彼は，彼があげた諸問題がどうすれば解けると思われるかについての彼自身の意見を，たとえその意見がもっとも不確実で非正統的なものであるにしても，提出する勇気を持つべきであること．

これに答えて彼は次のように言った．それではおっしゃるようにしましょう．限りなく仕事をされ過ぎた領域なのに，――私にとっては今のところ――すべての本質的なものを含んでいると思われる非常に素描的な簡単な見解に帰着させるので，あなたは深く失望されるかも知れませんが．

彼は言った．まず第1に私は観念論者ではありません．私は，互いに(他の点では)違っているPlanckやLeninのような思想家に“あるもの”――さしあたりあなたはそれを“物質”，“神”，“実在”，“道”，“真実在”，あるいは何とでも好きなように呼んでけっこうです――の存在を信じる点で同意します．私が，この根源的実在について，Heideggerの**Dasein**(現存在)と反対にそれが人間に還元されえないということを除いては，何も限定**せずに**出発することをどうか注意して下さい．したがってそれはアプリオリには非常に“平凡な”もの(原子論)でもありうるし“非凡なる一者”(Plotinos主義)でもありえます．それは変化するものでもありうるし，永遠なものでもありえます．これは，その存在を信じる私の主な動機が，観察された規則性(あなたの本の第20章で論じられているような)を説明するための基礎をわれわれが必要とすることにあるからです．そしてそのためには，一つの属性，すなわち(はっきり述べるならば)それが――たとえまったく間接的なものであっても――われわれの観察と少くともある関係を持つ(このことは多分，ある哲学者たちが物自体あるいはそれと似た実体entityについて持っている考えからそれを区別します)という属性を除けば，それに特別にいかなる属性も担わせる必要はありません．

予備的な注意としてこの段階で次のことに注意すべきです．それは，“あるもの”の――唯一であれ，多元的であれ，永遠であれ，変化するものであれ，われわれが存在しなくてもそれは**存在する**ということを除いては，何の限定もされていない“存在”の――非常に一般的な概念でさえ，そのような最小の仮定でさえ，多くの哲学者によって(少くとも暗黙のうちに)疑われ悪評をこうむっているということです．その過程は，古代に，Platonのような思想家が存在と

非存在との間の色々な程度の概念を導入したときに始まりました．しかし今では，これらの区別は大部分は言葉の使い方に関する困難(基本的ではない)と論理的アプリオリの役割の強調し過ぎによることが明らかです．Herakleitos は根源的にそのような概念を捨てたと考えられており，彼以後多くの思想家がそうすることができると考えました．しかし私は Herakleitos も彼の後継者たちもその努力が本当に成功したとは思いません．彼らが一つの概念としての“存在”を捨てたと考えたとき，事実はこれまで仮定されていた属性のいくつかを捨てたに過ぎないのです．Nietzsche はわれわれの時代におけるその流行を(彼は厳密な拒否ともっとおだやかな見解との間で動揺していたように思われますが)惹き起したけれども，実際にはそれ以上のことは何も，多分それに十分気付かずに，しませんでした．たとえば彼が(Herakleitos を象徴的な代弁者兼使徒として)，この哲学者は“**生成**のうちに法則を看取”し“宇宙の**変化**のうちに Zeus の**みわざ**”を感知すると主張するとき，存在を犠牲にするかわりに生成と変化とを強調しているように**思われます**．しかし彼の主張を定式化するためには，彼は**法則**あるいは **Zeus** に，すなわち，われわれの日常の見方からは**原子**や**物質**よりは明らかにはるかに遠い実体 entity に依存することを避けられませんでした．しかし，これは実体 entity——存在 being——とされており，実はまったく同じことなのです．

多くの近代の哲学者たちが同じ道をたどろうと試みました．しかし結果はただ論点をはなはだしく複雑にしただけでした．たとえば彼らは，私たちが科学者として現象の単なる**記述**では満足しないことを認め，そして，その立場に異論を唱えます．Husserl その他に従って彼らは私たちにこうたずねます．“なぜあなたは——現象とともに——その底にあると仮定する“実在”reality を導入するのですか？ あなたは描像を不必要に複雑にしているのではありませんか？ この実在はわれわれが見る現象から非常に遠いことをあなたは容認しているのだから，Occam の剃刀*によって，そんなものは剃り落してしまったらどうですか？ (見るがままの)“単純な事物”に戻ったらいかがですか？ あなたは実在は現象の規則性を説明するために必要だと言いますが，一方で発展が

*(訳注) 唯名論者たちの格言で，存在は必要もなく増加してはならないということ．正しい思考を妨げる無用の髭を剃り落すべきだというたとえ．

起ることを認めています．これは自己撞着です．実際は，主張されている規則性は幻影です．Humeが指摘したように，われわれは，明日，日が昇るかどうか本当には知らないのです．”

こういうのが，本質的に，一般の哲学者(私はここでは認識論の専門家については述べません．その場合は前に考えましたし，またあなたの第20章にも扱われています)によっていちばん多く定式化される異論です．これらの異論はたいてい非常に簡単な科学的事実に気づいていないことから生じていると私は信じます．これらの思想家の多くは，単に，厖大な雑多さを持つ“できごと”の背後にMaxwell方程式のような簡潔な式があることを聞いたことがないだけのことなのです．さらに一般的に，彼らは，Schrödinger方程式のような不変の簡単な方程式が——何の自己撞着もなしに——**発展** evolutionの複雑な過程を全くよく説明することができることを知りません．私にとっては，存在(あるいは実在)の概念を嘲笑することによって彼らが提案する節約の種類は——科学者にとって——“全描像を簡単化”しようと望んでMaxwell方程式を断念しようとするのと非常によく似ています．これはもちろん比喩に過ぎません．それでも，それはこの点に関しては意味のあるものです．最後に，規則性は幻影ではなく，帰納的推論法の証明は——決して完全に説得的ではないけれども——実在論的世界観にあっては，それなしの場合よりも，かなりの程度説得的です．ですから，全体の状況から見て，これらの一般の哲学者の多くの見かけの深奥さにあまり感心することはないのです．覚えておられると思いますが，私たちはちょっと前に，実在その他に関する非常に一般的な問題は(それらが意味を持つ限り)科学者としての私たちの能力の範囲外にあるものでは**ない**ことを見出しました．たとえその解答が実験的に検証不能であったとしても，私たちの**方法**がこの目的に使える限り，私たちはそれについて自説を主張する資格があるのです．言いかえれば，そのときわれわれはアマチュアではないのであって，“プロフェッショナル”と自称する人たちに対して畏縮する必要はないのです．同様に，ここでは私たちはいくつかの決定的な局面において，その領域における多くの一般の哲学者の討論の水準が，輝かしいあるいは玄妙な用語がしばしば彼らの発言を深奥に見せるにもかかわらず，われわれ自身のそれよりも“上”でなくて“下”であることを悟ります．

ですから，特に，私たちは近代の哲学者の多くが**いかなる**存在の概念に対しても唱える異論に苦しめられてはなりません．何分か前(Piagetの哲学のいくつかの面を論じたときに)，私は，観念論を捨てるやいなや，私たち自身に対して先在する実在という概念を容認すべき論理的必然性が私たちにあることになると考えられるいくつかの理由をお話ししました．言いかえれば，私たちは“ある存在beingが存在することexistence”を(もちろんこの実体entityの属性についてはいかなるアプリオリな主張もせずに)信じざるをえないのです．これらの理由づけはさらに精緻にすることができるでしょうが，基本的には，前のもので完全だと思います．したがって私は，今述べた概念に対する異論は誤解か，さもなければ，野心に駆られての無内容な巨匠ぶりに過ぎないと信じます．

この議論は終りにして次の問題に向いましょう．これがいまや本質的なものになってきました．すなわち，われわれは実在realityあるいは存在being(私はこの二つの言葉を同義とします)について何事かを主張することができるでしょうか？　過去の大多数の哲学者は——たとえばPlatonあるいはSpinozaを考えましょう——経験から全く独立にそうできると考えました(観察と実験は人を惑わすと彼らは考えました)．そういう主張には十分懐疑的であるべきです．他方，観察と実験とは**現象**についての知識を与え，**モデル**の発明に導くものであって，要するに，(量子力学の発見以後よりよく知られているように)実在そのものに確実に帰することのできる事実については何も**肯定的な**知識を与えません．それにもかかわらず，私たちは完全に行詰ったわけではありません．なぜかというと，実験は——そして，もっと一般には科学は——少くともある**否定的な**知識を与えるからです．それらは，たとえば，(あなたが名づけた)Einsteinの分離可能性の原理はPiagetの意味における単なる投影であり，あるいは——もっとはっきり言えば——存在そのものは(空間において，そして多分時間においても)分離不能であることの非常に強い徴候をわれわれに与えます．これは，前の議論で注意したように，非常に重要な情報です．現在まで多くの哲学者が“全体論”wholismの側に立って発言してきましたが，(a)彼らはその主張を証明することができず，また，(b)それによって何もなしえませ

んでした．いまでは私たちは(a)全体論に有利な科学的徴候と(b)“全体性”を役に立つ方式の中にとり入れ検証可能な予測に導いた最初の形式，すなわち量子力学を持っています．

この点に関連してもっとも興味があり面白いと思う一つの事を述べましょう．それは，Platon と Spinoza の方法は科学の方法からは(前に言ったばかりですが)はるかに遠いものですが，科学が最終的に(単なる“モデル”のカテゴリーの中へ戻してしまって)拒否しない基礎的実在についての唯一の考え方は，Platon と Spinoza のものがそうであるようなやり方で，“超越的”なものだということです——すなわち，**経験的**実在の属性はどれもそれに適合しないということです．またわれわれが(Piaget の見方において)子供のときに築き上げた，あるいは先祖から受け継いだ概念の大部分は要するにそれに適合しないのです．実際，活動が動機となってつくられた概念の“平凡な”組合せへの根源的実在のこの否定的な関係は，Spinoza が“神”とも呼び，他の場所では**生み出す自然** natura naturans(現象，すなわち**生み出された自然** natura naturata に対して)とも呼んでいる彼の“実体”substance の明らかにもっともいちじるしい特徴の一つです．私個人は Spinoza によるこの二つの命名が好きで，それらのどちらかの選択をすることはためらわれます．それらは疑いもなく“自然”あるいは“物質”よりずっとよいものです．なぜかというと，後者の名前は二つとも実在を“観察される事物”と混同させる傾向があるからです．その上——そしてその結果として！——われわれがこれまで“実在”あるいは“存在”と呼んできたものを呼ぶのに上の二つの名前すなわち“自然”，“物質”のどちらにしてもそれを使うことは大きな欠点を持っています．それは，暗黙のうちに，**経験的モデルの要素**でしかありえず，したがって，吟味なしには根源的実在に帰することのできない諸性質を，間違って——その実在に——帰しています．2番目の反論は，“神”という言葉が多くの人の心に全能とか能動性のようなまさしく擬人観の表象を思い浮ばせる限りにおいて，もちろん，この言葉の使用にも同じく成り立ちます．その点で**生み出す自然** natura naturans という命名の方がすぐれています．他方，その不便な点は，素朴なしかし稔り多い(したがって有意義な)モデルの要素として考えられる属性(神の“愛”はそのようなものと考えられます)が入る余地を少ししか残さないこと，“神”という名前

よりもペダンティックに聞えること，先験性の感じを直接に伝えることがより少いことです．容易に説明できるように——この目的のためには——非常に古い言葉がもたらす**情緒的理解**(Whitehead)に十分とって代わるものはありません．

どのみち，その領域でも，言葉使いの問題をあまり重視すべきではありません．基本的なことは——存在の概念の多くの支持者たちの意見と反対に！——科学が考えることを許す存在ははるかに遠いものであり，いまだに探し求めねばならぬものだということです．したがって，存在へのアプローチのどれも同じく正当です．それが存在することはこのような多様性を排除するものではなく，反対に，それを正当化するものです．同様に，いかなる司祭も国家あるいは党の主席も**真の**存在を知っていると主張することはできません！ これらの初歩的な注意によって，私のこの概念の使い方についての多くの人の偏見が弱まるだろうと思います．

有名なEddingtonのたとえ話(われわれが洞窟で足跡を発見し，注意深く調べて，最後に，自分たちのものであることを見つけたという)は，もちろん成り立ちます．しかしいくらか制限された意味に解釈しなければなりません．根源的実在が存在しないというふうにではなく，(すでに論じた分離不能性などの理由により)それは**われわれが**その上に投影したに過ぎない現象(足跡)と同一視はできないのだというふうにです．他方，これらの投影は，それ自体としては，厖大な多様性を伴ってたしかに存在します．どのようにしてそれを理解できるでしょうか？ 量子力学の一般原理**プラス**初めの状態ベクトルの知識だけではそれらの現象は決定できません．したがって私たちは何かを付け加えなくてはなりません．さしあたり，私自身は二つの解決しか思いつきません．

その一つは隠れた変数の理論を信じることです．de BroglieとBohmの理論は——明示されているという意味で——そのよい例となります．そういう理論はわれわれが必要とする補足的な決定を確かに与え，そして同時に，それは，“状況依存的”でありかつ分離不能でなければならないので，全体論を組み込んでいます．こうしてそれは多様性と全体論がいかにして調和しうるかを示しますが，もちろん，かなりの欠点も同様に(相対論的側面など)持っています．

もう一つの“解決”——そうだとしての話ですが——はもっと哲学的で，した

がって，もっと漠然としていますが，物理学の実際の活動にはいくらかよく合っています．それは“量子力学の一般原理**プラス**初期値”という組に“主観・客観の分離”として知られる古くて深遠な哲学的概念の新版を付け加えることです．これは多かれ少なかれ“正統的な”見方です．それが本当に自己撞着のない解決に導くかという疑問(もっとはっきり言えば，理解と知識の概念そのものに関するわれわれの要求との関連において，いかなる条件のもとにそれをするのかという疑問)は複雑で，それはあなたの本でも研究されていますし，ここで単純化し過ぎた答を出そうとは思いません．私はただ括弧つきで，存在の概念を真面目にとれば，そういう世界観もやはりSpinozaの哲学に比べることができることだけ指摘したいと思います．Spinozaの哲学では実体あるいは神(すなわち根源的実在)は(Bohrが名づけるような)“相補的”な面である二つの属性を持っています．すなわち**延長をもつもの** res extensa(現象論的な時空と物質)と**思惟するもの** res cogitans(信号や器具を見る**われわれの精神の性質に関連して定義された，**そのことをする精神)です．この考え方では“思惟”は“物質”に従属するものではありません．実在のこの二つの面は本当に相補的であり，どちらも他方がなければ意味をなしません．波束の収縮が現代の言葉で語ろうとしているのは，まさに，この古い考えが真理であるという事実なのだということはありうることです．

それは二元論でしょうか？ 明らかにそうではありません．二元論は異なる領域に属する実体の，“それ自身の権利における”，別々の存在(肉体と霊魂，土と空，など)を仮定することです．それにはしばしば，そのペアのメンバーの間の**矛盾**の仮定が伴っています．ですから上に簡単に述べた二つの概念は全く二元論の反対です．さらに，それらは一見したとき考えられるほどは，互いに対立してはいないことも見てとれます．多分，隠れた変数の理論における補助的実体の存在は実験でチェックすることはできないでしょう．これらの実体は普通の意味では局在的ではありません——実際，それはある意味で形而上学的存在です．ここでも観測者と観測されるものとの間の経験的相補性はやはり見られます(それが根源的実在の中で起る局在的な出来事の連鎖という概念に一般的な意味をもたせるのが難しいことによるにしても)．他方，どちらの解決がより望ましいということになったにしても，曖昧な哲学的な“主観・客観の分

離”に対する量子力学的相補性の優位性に注目すべきです．それは観測者と観測されるものとの間の“切断”が観測の条件によって正確にきめられる限界の中で自由に動かされるということからきています．それはまた，観測の結果についての間主観的一致 intersubjective agreement が――量子力学では――観測される量の局在的で絶対的な存在を仮定することなしに理解できる(この点については第23章を見よ)ことからも来ています．このため新しい物理学においては“万物の尺度は人間である”という Protagoras の古い格言が明瞭で限定された意味を獲得すると同時に，そのもっともパラドキシカルな面はなくなります．明瞭な意味というのは，そこで“事物”とは“現象”あるいは“起りつつある事象”であり“存在”と同一視すべきでは**ない**ということとです．パラドキシカルな面とは，もし特定の対象，特定のできごと等々が(主観から独立な)絶対的存在でないならば，間主観的一致を理解できないということ**でした**．量子力学の形式は，この一致が，そのような絶対的存在を仮定**せず**それどころか否定する(これについても第23章を見よ)理論の範囲内でも，いかにして可能であるかの例となっています．

私はここのところで Pedro に，彼の議論は不完全だと思うと言った．実際，彼はその領域でのもっとも基本的な問題，すなわち(根源的)実在は永遠なのか変化しつつあるのかという問題，を事実上無視していた．科学的発見はそれが変化しつつあることを示すように思われるが，もしそうなら，“自然の一般法則”あるいは“存在”について語ることはすべてほとんど意味を失うだろう．われわれが自然の法則と言うとき，必然的にいつもある種の永続性について語っているのであり，同じことは存在の概念(われわれはそれを Parmenides の考えに非常に近く結びつけるから)についてもいえるのである．私は，それについてどう考えるのか，Pedro にたずねた．

彼は答えた．これは確かに重要な問題です．流転性と不変の永遠性という二つの可能な答のどちらかに有利な説得力のある論拠を見つけることは困難です．疑いもなくこの選択は世界との関係についてのわれわれの感じ方の，事実上，すべてを決定しますから，これは不幸なことです．この点では，私は“誘導された選択”とでも言うべきものを提出することしかできません．しかし，それについて話すという約束を果す前に，流転性を支持するものとしてあなたがあ

げた科学的証拠は完全には説得的でないことを指摘しておきたいと思います．まず第1に，そのどれかは，わたしたちがちょっと前に論じた初等的な誤りによるものではないか疑問です．それは変化**しない**法則に支配される進化の過程がありうる事を無視することです．もしこの明白な事実を忘れると，星(あるいは銀河)の時間的進化は，たとえば，Maxwell方程式のこれに対応する時間的進化を**意味する**と考えねばならなくなるでしょう．しかし，そういう結論を引き出すことは明らかに正しくありません．さらに一般的に，私たちは宇宙の“大爆発” big bang理論が多分正しいことを知っており，それがいつ起ったかを近似的に計算することさえできます．何をもとにしてわれわれはそのような推定をしているのでしょうか？ 自然の偉大な法則が変化すると仮定することによってではなく，その反対に，それが変化しないと仮定することによってです．もし，これらの法則が究極的にわれわれに起因するものでないならば，それは，すでに論じたように，ある種の根源的実在に起因するものです．したがって，もしそれが変化**しない**ならば，この不易性はその実在に，永遠性の少くともいくつかの特徴を与えます．

他方では，法則――および普遍定数――が全く何の変化もこうむらないという仮定を証明することはもちろん極度に困難です．実際にそれは指導的な科学者たちに疑われました．したがって，ここで私たちは，さしあたり，ただ単に“私は知らない”と言うべき点に到達したように思われます．Herakleitosが言った“すべては永遠の流転のうちにある”という警句のなかで，“永遠の”という言葉は“流転”という言葉と同じく本質的なのかも知れませんし，あるいはそうでないのかも知れません．われわれは二度と同じ河で水浴びをすることはないが，それにもかかわらず，流体力学の法則は変らずに留まっているのかも知れませんし，あるいはそうでなく，それも(ゆっくりと)変っているのかも知れません．

もし分離可能性の原理が成り立つなら，変化する存在を考えることには多分本当の困難はないでしょう．他方，もし分離不能性が空間と同じく時間に対してもよく成り立つならば，空間と同じく時間も，ある程度まで，単なる投影であるか，Kantが言ったような感性の形式であるか，それとも行動の形式であることになります．こういう場合には，(定義から導かれるように)われわれか

ら独立しており，**かつ**時間の中にはめ込まれている存在という概念はある種の自己撞着を生じるように思われます．疑いもなく，この議論はあまりに一般的なので弱いものです．それでも，これが，存在の流転性と永遠性のどちらかに決めるために私が展開できる唯一のもので，それは第2の可能性に有利です．その考え方では，すべての星や銀河の現象を含んだ宇宙は一時的な出現に過ぎません．永遠である**生み出す自然**から**生み出された自然**です．その見方は，このように，人類の非常に古い直観のあるものに(もちろん，多かれ少かれですが)一致します．明らかに，これはそれが正しいという証拠ではありません．しかしまたそれは——非常に浅薄な精神に対しては別ですが——それが間違っているという証拠でもありません．

いまやここへ生命が，そしてそれと共に，感覚，愛，争い，矛盾，犯罪，それからまた絵画，行動に触発された概念，矛盾する目的，矛盾するモデルなどが入りこんできます．弁証法論者たちの誤りは，彼らの主な対立者が落ち込みつつあると彼らが言っている落し穴を自ら避けられないことでした．それは生命一般の，とくに人間生活の，もっとも著しい特質を実在自身の基礎的要素と考える素朴な擬人観です．しかし**これらの**特徴については，彼らが言っていることは部分的には正当です．それどころか，経験的実在は，かなりの程度まで，われわれの行動の可能性によって築き上げられていますから，彼らが世界について言っていることのいくつかの特徴は経験的実在にあてはまります．そしてもし歴史をさらに辿って見るならば，多くの思想家や詩人が同じ一般的主題を提示し，大きな感動と(しばしば)有益な行為を起させていることが見られます．

根源的実在ははるかかなたのものですから，実用的な目的を考えるときにはそれを完全に無視してかまいません．前に見たように，これは科学に関してあてはまります．行動についてはなおさらです．さらにある程度までは，哲学的思考自身についてもあてはまります．いずれにしても，進化がすべてを，生命をも宇宙をも，支配するという考えは深遠で美しいものです．それは“すべて”という言葉ですべての現象論的対象あるいは，言いかえれば，**経験的実在**(人間を基準とした実在)から成るすべてを意味するとすれば，それはまったく疑いなく**真実**です．他方，もし永遠の存在が存在することについて——たとえば

上述のような論拠によって，あるいは(たいていの場合のように)直観によって——納得したとすれば，思考の一部をその問題に向けるのは道理に合っています．

最後の質問として，私はPedroに彼の“根源的実在”を理解する可能な手段について何が言えるかをたずねた．厳密に言えば何もないというのが彼の答だった．彼は次のように指摘した．これが現代科学をいわゆる古典的な時期の科学と以前の神学**との両方**からもっともはっきりと区別する点です．もちろん，古典物理学と古典神学とが共有しているものはほとんどありません．それにもかかわらずそれらは**一つ**の観点，すなわち存在あるいは“存在する”ものは，少くとも部分的には，十分に知りうるという観点を共有しています．もちろんこのゴールに達する方法と結論のどちらについても一致していませんが．特に，古典物理学は“存在する”ものを物質，原子，場などと同一視しました．言いかえれば，根源的実在を経験的実在と同一視しました．それは実在の完全な知識は多分得られないことに同意しましたが，少くとも漸近的に近づくことはできると考えました．そして，実在のいくつかの部分的な特徴は，とにもかくにも，“それが実際にあるがままに”，有限な時間の間にさえ，知られうると信じました．今日では，根源的実在の存在を信じる物理学者はこの実在は極度に“遠い”ものであることを認めざるをえません．実際，非常に遠いので，それはどれも永久に続く特徴は全く持たない，いくつもの理論の連鎖の極限としてしか合理的に理解することができないだろうと思われます．他方もしこの観点を受け容れるならば，この理論の連鎖が一意的でないことは全くありうることです．そしてさらに，各連鎖は他のやり方では知られない実在の一つの面だけに漸近的に導くことがあるだろうという人々に，私はほとんど反論することができません．私がBohrの考えといわゆるCopenhagen学派の考えを定式化し直したいと思っているやり方はこのやり方です．これはまた私が**認識論的段階**の理論を理解するやり方でして，私の理解では，各段階(原子的，熱力学的，生物学的，そしておそらくは心理学的段階)はそれ自身に適した独自の記述様式を持ち，その様式のどれも完全で自立したものではないけれども，**どれも他より基礎的ということはない**ことを主張するものです．

私が根源的実在に対する知的理解について語りたいのは，いま説明したよう

な非常に弱い意味でか，あるいはむしろ否定的なやり方(分離不能性)でだけです．しかしそれでも，この道に沿っての進歩がいつでも可能であると信じることは合理的です．また，経験的および根源的実在の間の区別は本質的だけれども，それははっきりとされるべきではないと考えられます．たとえば，前者に過度に厳格な検証可能性の規準をおき，それによって拒否される問題をすべて無差別に，無意味であるかそれとも根源的実在に関するかのどちらかで，したがって“科学的には興味のない”問題の領分に追い払うのは誤りであろうと推測できます．**経験的**実在に関する問題の領域から**根源的**実在に関するものへはなめらかに進むと考えるほうがずっと適切です．これははるかに稔り多い態度で，多くの物理学者の，たとえば，関連状態の理論(第 23 章を見よ)への関心が正しい方向を向いていると考えるのがもっともだとする理由はここにあります．

ところであなたの元々の質問は，根源的実在に関して，“科学以外の理解の様式の可能性を信じるか？”という意味も含んでいます．答は，もちろん信じる！です．いけないでしょうか．それは非常に快い信念ですし，同時にそれは論破しえないことが非常にはっきりしていますから，それにのめり込んでいけない理由は見つかりません．そうです，ある美術作品(すべてからは程遠い！)を見るとき，あるいは自然のある種の美しい顕示を見るとき，また私の好む音楽を聴くとき，これは――まったく個人的で伝達不能ではあるけれども――根源的実在をかいま見ているのであることを私は信じます．なぜ私の印象が自我の単なる投影でなければならないのでしょうか，自我の**個別の**存在**もまた**結局は多かれ少かれ神話であるのに？　私が信じ**ない**のは，根源的実在が，外的経験にふれることなしに，われわれの知性の届く範囲にあるという古い合理主義の命題です．反対に，私にとっては，Allan Watts*とその学派にとってと同じく，感覚の役割はまったく本質的です．したがって Platon の洞窟の神話はいくらか正統的でない意味を持つことになります．囚人は彼らが見る影を**無視**すべきではなく，現実に関する証拠としてそれらを解釈すべきなのです．荒涼たる砂丘で裸で恋をしている私の友だちは，背後の海を眺めるとき，しばしば，

*(訳注)　アメリカでヒッピー運動がさかんであったころ，“ヒッピーの法王”的存在であったが，数年前に死去した．彼は東洋哲学について深い学殖をもち，それを現代の高度に発達した社会に住む人々の精神に適応させることを試みた．いくつかの著書がある．

それ以外には到達できない真実を“見る”といいます．私は，彼らの意見が正しい！と思いたくなります．

Pedroは続けた．他方，われわれはこの点についての二つのありそうな誤解を絶対に除いておかなくてはなりません．第1は，今仮定された根源的実在を個人的に，超論理的に，超科学的にかいま見ることが実用的に使いうるかという疑問です．答は変更の余地のない“否”です．このかいま見は現象には関係ありません．行為は厳密に経験的実在の範囲内のものです．私が述べた信念によって，いかなる魔法が正当化されることもありえません．第2の予想される誤解は，このかいま見によって深遠な真理への安易な道が与えられると考えることです．近年多くの人がこう信じました．しかし，私がAllan Wattsとその弟子たちから離れるのはここ(および彼らが根源的および経験的実在を同一視する点)です．個人的な光明がどんな意味ででももっとも本質的だということには私は同意しません．反対に，どんな種類のものであれ，実在についての知識を得るというような事柄においては，本当の**持続的な**進歩は努力なしには——特に，科学の共同の努力なしには——得られないことを強く感じます．科学は不十分であり，根源的実在の知識に関しては，究極的には失敗します．われわれが，社会として，すべてのこれらの探究の対象に意義を見出しうるのは，科学の最前線の**かなたに**横たわる荒れた地方を望むことによってだけです．

これがPedroが私に語ったことの忠実ではあるが簡潔な要約である．上で扱ったどのテーマについても，彼は，私が正確には報告できない多くを語った．彼が言ったことを簡潔で読みやすくするために私はたしかに単純化し過ぎたけれども，これは避けがたいことである．さらに，くりかえし強調したように，語られたことはすべて単なる意見である．それは哲学の対応する主張より，ごくわずかだけ，よりよく基礎づけられているに過ぎない．もし読者がこれらの提言が“確立された真理”と断定されたものを表わすと考えるなら，それは誤解であり，まったく残念なことである．他方では，それらは——この簡単にしたものでさえ——科学者としての問題と普通の思考する人間としての問題を統一する過程に，少しだけでも寄与できるかも知れない．言いかえれば，それは，おそらく反撥と反対の意見を刺戟することによって，科学と一般文化との間の

ギャップを多少うめるのに役立つかも知れない．こうした期待がこの出版を急がせたのである．

一般的な観点におもに関心があるけれども正確なものだけを認める読者は，あまり永くPedroの推測と直観について考えることをせずに，すぐに第12章にとりかかってよい．その章の大部分はそれ以前の章の内容についてくわしく知らなくても理解できるようになっている．

この前書きを終えるに当って，最後に，この版は新しい章と節をいくつか含むことを述べておきたい．これらの追加によって，全体として，この本の主な一般的結論には系の自由度の数が有限か無限かによる重要な制限が無くなった．

Paris および Orsay にて，1975

序　　文

——第1版によせて——

仮に多少の単純化を許すならば，科学は常に二つの目的を持っていたことを読者は認めるだろう．一つはわれわれの知覚を組織し，それによってわれわれの力を強めることである．もう一つは世界をくわしく理解し，世界とわれわれとの関係を理解するのに役立つことである．この二つの目的は明らかに相補的ではあるが異なっている．しかし，今世紀の大部分の間に，重点がますます第1のものに置かれるようになった．その理由は明らかである．相対性理論と量子物理学の出現が以前には基礎的なものと認められていた諸概念の非常に劇的な修正を必要としたために，自信を持って完全な適用性と妥当性を確信できるものとしては知覚と行為の概念がほとんど唯一の残されたものだったのである．

部分的にはこの発展の帰結として，科学者はいまや，内部的にも外部的にもいくらか面倒な事態に対処しなければならなくなった．科学にとって内部的なものとしては，最近の理論的進歩の大部分が“ゲームの規則”としてしか定式化されず，それは不完全な方策に過ぎなくて基本的なことはほとんど明らかにしないことである．外部的には，すなわち非専門家との関係においては，われわれは次のように告白せざるをえない．専門的技術の中で自分を見失って，われわれが研究していると人々が信じているまさにその世界の合理的な記述を構成するような，自己撞着のない諸概念と諸関係の組合せを進んで作ろうとしてもいないし，作り出すことができさえもしないのだ．実際，諸概念と衝撃との進展において基礎科学に与えられた役割が非常に低いことはわれわれが知るとおりであり，またこの進展がしばしば科学に対する反動の様相さえ呈することも，多分，ほかの原因によるものではない．われわれはその方向を逆にすべきだと思うし，また，われわれは対応する見通しの変化の帰結に直面する用意がある．特に，科学は過去と未来を結びつける規則の組合せに過ぎないと主張する人に対しては，われわれは喜んで，この本はそのような定義では純粋には科学的でないことを認めよう．むしろ，それは科学と，もっと適当な言葉がないので自然哲学と呼んでおくものとの間の境界を開拓する試みと言うべきである．

ここで自然哲学というのは，事実とわれわれのそれへの関係とによって明らかにされる世界の，容認できる記述を成す見方，諸概念，諸関係の可能な組合せの研究と分類以外の何物でもない．

問題はあまりにも広大なので，われわれは初めから大きな制限をおく．すなわち，われわれは量子力学だけを扱う．量子物理学は明らかに人間の知識の中心だから，そうする理由をくわしく述べる必要は多分無いだろう．その上，ここで考える目的に対しては，量子力学的な観測過程の正しい理解が疑いもなく核心なのである．これが，量子力学のいろいろな現存の観測理論の批判的研究を行う理由である．その本質的な目標は，それらの各々がどのような概念体系のもとで成り立つのかを決定することである．したがって，そのことから，いくつかの認識理論の批判的検討に導かれる．

かなり強い制限にふれておかなければならない．それは，われわれは初等的な量子力学だけを研究することである．われわれは相対論的量子力学に特徴的な面はくわしく考察しない．また第二量子化にはほとんど触れず，無限自由度系についての最近の進歩は論じない．これらの制限は，どれも，理論的には本当には正当化されないから，すべて重大である．特に，無限自由度系の理論が，必然的に巨視的な大きさを持っている測定装置の理解に，何か本質的な寄与をするということは考えられることである．しかしながら，理論の初等的な面の研究をまず試みることには，もっともな実際的な理由があると私は信じる．到達したいくつかの結論のやや不満足な面がより精緻な理論に関する一層の研究の刺戟となるだろうから，このことはとくにそうである．

このような問題に関心を持つ科学者および科学を学ぶ学生は物理学，化学，その他の分野のたくさんの領域に分れている．そのために（またここで述べる研究の分野がそれを許すので），私は現代物理学の非常に初等的な教育を受けていればたやすく近づけるように書くことを試みた．

このため，第1部と第2部は初等的な理論的道具立ての記述に当てられている．したがって，量子力学の諸原理ももっとも圧縮された形で述べられてはいない．そうするよりは，多くの教科書よりずっと注意深くではあるが，種々の読者にとって既に見慣れた形に定式化するほうが適当と考えた．この部分はこの本の主要な内容への導入部を成している．第3部は分離不能性，隠れた変数

の理論および関連するいくつかの問題を取扱う．第4部は観測理論を取扱う．これらすべての問題について専門家の間でさえ一致しない点がかなりあるように思われる．この不一致は，もちろん，理論の数学的側面についての違いによるものではない．したがってわれわれは，著者ごとに違っているそのような相違に導いている暗黙の哲学的前提を分析することを試みる．これが第5部の課題である．それは本質的に客観主義，実証主義，Bohr と Heisenberg の考え，Wigner の方法および関連状態の理論を取扱っている．結論は合理的な世界観を構成することができる諸関係と諸概念の組合せの記述を含んでいる．この本においてあらかじめ要求されることは量子力学の基礎と Dirac の記号（ブラとケット）についての初等的な知識だけである．

この本で研究されているいくつかの題目について，J. S. Bell 教授，A. Shimony 教授，および1970年 Varenna における，量子力学の基礎についての夏の学校の参加者たちとの討論はきわめて有益であった．また，いつもかわらない技術的援助と有用な理論的示唆との両方に対して M. K. Gaillard 博士に感謝する．

Bernard d'Espagnat

目　　次

Pedroの討論——第2版への序文——

序文——第1版によせて——

第1部　量子力学の原理 …… 1

第1章　物　質　波 …… 2

第2章　重ね合せと線型性 …… 5

2.1　波の重ね合せ …… 5

2.2　時間的発展 …… 9

2.3　対 応 原 理 …… 10

2.4　さらに一般的な形式の必要性 …… 11

文　　献 …… 13

第3章　規則の提示 …… 13

文　　献 …… 20

第4章　コ メ ン ト …… 20

4.1　集団のケットによる記述について …… 20

4.2　仮　定　Q …… 22

4.3　非 決 定 論 …… 23

4.4　いろいろな注意 …… 27

文　　献 …… 29

第5章　別の定式化 …… 29

5.1　平均値の規則 …… 29

5.2　時間的発展に対するHeisenbergの描像 …… 34

第2部 密度行列と混合 ………… 37
第6章 密度行列形式 ………… 37
6.1 密度行列 ………… 38
6.2 純粋な場合と混合 ………… 41
6.3 密度行列の時間依存性 ………… 43
6.4 量子規則の別の定式 ………… 44
6.5 同一の密度行列によって定義される混合 ………… 46
6.6 相関についての命題 ………… 49
文 献 ………… 53
第7章 混 合 ………… 54
7.1 作用素とオブザーバブル ………… 54
7.2 本義および転義混合 ………… 56
7.3 集団の均質性 ………… 61
7.4 系において値を持つオブザーバブル ………… 63
7.5 量子集団と補助変数 ………… 67
文 献 ………… 71
第2部の問題 ………… 71

第3部 量子論的分離不能性 ………… 75
第8章 Einstein-Podolsky-Rosenの問題 ………… 75
8.1 形式的側面 ………… 75
8.2 概念的側面 ………… 79
8.3 相対論的側面 ………… 87
文 献 ………… 92
第9章 分離不能性の可能な見方 ………… 93
文 献 ………… 97
第10章 個別系，集団，状態 ………… 97
10.1 個別系の量子力学 ………… 98

10.2　量子状態 …… 101
　文　　献 …… 103

第11章　“隠れた変数”の方法 …… 104
11.1　存在問題 …… 104
11.2　隠れた変数と分離可能性の問題 …… 107
11.3　隠れた変数の理論における分離不能性 …… 109
11.4　別の証明 …… 114
11.5　量子力学の破れの可能性の吟味 …… 116
11.6　議論の続きとコメント …… 117
　文　　献 …… 122

第12章　いくつかの原理の直接的研究 …… 123
12.1　命題算のいくつかの面 …… 123
12.2　分離可能性に中心を置いた“自然な”仮定 …… 129
12.3　帰　　結 …… 134
12.4　不 等 式 …… 137
12.5　議論：実験的 …… 144
12.6　議論：理論的 …… 146
12.7　結　　論 …… 150
　文　　献 …… 152

第13章　遡時予言の問題の諸相 …… 153
13.1　“独立な時間発展”と遡時予言の問題 …… 154
13.2　関連する諸問題 …… 159
　文　　献 …… 161
第3部の問題 …… 162

第4部　観測理論 …… 165

第14章　観測理論の諸要素 …… 166
14.1　はじめに …… 166
14.2　理想的な観測理論の概観 …… 170

14.3 具 体 例 …… 174
14.4 観測と密度行列形式 …… 175
14.5 間違った議論 …… 177
文 献 …… 178
第15章 古典的性質 …… 178
15.1 古典的測定 …… 179
15.2 古典的オブザーバブルに関する命題 …… 184
15.3 理論の適用範囲と批判 …… 187
文 献 …… 192
第16章 巨視的装置 …… 192
16.1 非可逆性: 二元論的方法 …… 193
16.2 単一原理の方法: 位相の統計的な打消し …… 196
16.3 より精密な考察 …… 198
文 献 …… 204
第17章 猫と指針について …… 204
17.1 ふつうの形式の適用 …… 205
17.2 二つの一般化 …… 208
文 献 …… 214
第18章 理想的でない観測: 外部世界の小さな影響 …… 214
18.1 準 備 …… 215
18.2 理想的でない観測の一般性 …… 216
18.3 初めの状態を混合としたときの理想的でない観測 …… 219
18.4 一 般 化 …… 223
18.5 観測に対するGreen模型の議論 …… 225
18.6 一 般 化 …… 227
18.7 結 論 …… 233
文 献 …… 235
第4部の問題 …… 235

第5部　知識と物理的世界 …… 239

第19章　実在と対象 …… 240

19.1　実　在　論 …… 240

19.2　微視的客観主義 …… 242

19.3　巨視的客観主義 …… 244

19.4　巨視的客観主義と遠距離相関 …… 246

19.5　ほかの種類の科学的実在論 …… 248

文　献 …… 249

第20章　実証主義 …… 249

20.1　構造；弱および強客観性 …… 249

20.2　実証主義の立場 …… 251

20.3　基礎的な哲学として見た実証主義への反論 …… 255

文　献 …… 260

第21章　Bohr と Heisenberg …… 260

21.1　Bohr のテーゼのまとめ …… 261

21.2　議　論 …… 264

21.3　Heisenberg の哲学の二三の側面 …… 267

21.4　結　論 …… 271

文　献 …… 271

第22章　Wigner の友だち …… 272

文　献 …… 279

第23章　状態の関連性 …… 279

23.1　理論のあらまし …… 280

23.2　議　論 …… 286

文　献 …… 293

第6部　まとめと展望 …… 295

第24章　ま　と　め …… 295

文　献 …… 299

第25章 展　望 …… 300

文　献 …… 311

訳者解説 …… 313

訳者あとがき …… 319

人名索引 …… 321

事項索引 …… 324

第1部 量子力学の原理

量子力学の形式は今から約50年前に導入された．それ以来，それは驚くべき数の新しく発見された現象を解釈するのに成功しており，事実上物理学の普遍的な道具になっている．素粒子の理論的記述さえもその基本原理にもとづいている．そこで扱われるエネルギーは，量子力学が生れた領域すなわち原子物理学の領域を特徴づけるエネルギーの約10億倍も大きいから，これは本当に注目すべきことである．

この普遍性と対照的に，量子力学の基礎概念のあるものは，われわれの日常生活で使われる概念とはいかなる関係をも持たない．これは研究に値することであり，われわれのプログラムはまさにそれを行なうことである．けれども，この企てにとりかかるには，基礎的で単純な実験がこれらの驚くべき観念すべての源泉になっていることをはっきりさせておかなければならない．このため予備的な第1章と第2章では，決定的な実験的事実から量子力学の形式がどのようにして導き出されたかを簡単にふりかえることにする．つづいて量子力学の原理を定式化する(第3,4,5章)．量子力学は統一的で独立した理論形式であって，そこから厖大な数の結論と予言とが導かれる．したがってその原理を公理論的なやり方で，すなわち，その最終的な正当化がその予言と物理的な観測との一致に依るような1組の規則として，定式化するのがよいように思われる．

これらの規則にどんな物理的解釈を与えることができるかを知ることがこの本の主要な問題である．このことは非常に重要な問題である．この問題を，それらの規則に与えるべき，あるいは与えることのできる解釈とは独立に，それがどんな規則で**ある**かを明確に提示するという，より簡単でより直接な問題と混同してはならない．第3,4,5章では，物理系についての過去の観測結果の知識から将来の観測の結果を——少くとも統計的に——予言できるような1組の

規則として，諸原理を簡単に定式化する．この提示方法は特定の解釈あるいは特定の認識論を採用することを意味しないことを強調したい．これはむしろ当面の措置であって，**まず第1に**観測される現象に対する，実験的に検証された予言に導くような1組の規則を(もし可能ならばいかなる仮定からも独立に，そして言葉と記号を節約して)明快に述べなければならないのである．先に進んだならば(しかし先に進んでのみ)，われわれは，物理的世界の真の記述をこれらの規則から構成しようとすることが興味あることであることを認めよう．たとえば，その規則を観測者の概念を含まない言葉で定式化し直すことを試みることができる．そのような再定式化(それが可能だとして)が望ましいかどうかの判断は，多くの人の考えでは，本質的に哲学的な選択である．物理的世界の本当の記述の問題を後の章まで遅らす方がよいのはこの理由による．

最後に，次の重要な事に注意しておこう．量子力学の基礎の詳細な分析が到達するいくつかの重要な原理は，それを得た方法が示唆するよりは，実際は，もっと一般的である．実は，それらはごくわずかの非常に定性的な考え**プラス**いくつかの最近の実験結果とからも導かれる．ここでは特に分離不能性の原理をあげておく．これは量子力学の一般的公理**プラス**完全性の仮定とから導かれる(第8章を見よ)けれども，また，非常に一般的な考えを適当に選んだ事実に直接適用した単なる結果として示すことができる(第12章を見よ)．

第1章　物　質　波

古典物理学は物質を“粒子”と，輻射を“波動”と同一視した．この記述によって非常に重要な多くの事実を解釈できたけれども，世紀のかわり目のころ，黒体輻射や光電効果のような現象は，輻射が粒子でできているとしなければ説明できないことが明らかになった．しばらくたって，逆に，物質が波動性を持つという仮説がLouis de Broglieによって提出されDavisson-Germerの電子回折の実験によって確かめられた．この実験および類似の実験では，電子線は規則的な格子(結晶)を通過したのち，波動に特徴的な回折像を示した．この結果によって，均一エネルギーの電子線は平面波で記述され，その波の波数ベク

トル $\boldsymbol{k}$ は個々の電子の運動量 $\boldsymbol{p}$ と

$$\boldsymbol{p} = \hbar \boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

という式によって結びつけられているはずであるという理論的予言が確かめられた．ここで $|\boldsymbol{k}| = (2\pi)\lambda^{-1}$，$\lambda$ は波長（$\hbar$ は Planck 定数を 2π で割ったもの）である．

波数ベクトル $\boldsymbol{k}$ をもつ平面波の $\boldsymbol{x}$ 依存性に対して可能なもっとも簡単な形は

$$\psi(\boldsymbol{x}) = e^{i\boldsymbol{k}\boldsymbol{x}} \tag{1-2}$$

である．

しかし，粒子は進行するから，それには，進行方向が粒子の進行方向と同じ進行波を結びつけるのが自然である．これは自由粒子の波動関数を

$$\psi(\boldsymbol{x}, t) = e^{i(\boldsymbol{k}\boldsymbol{x} - \omega t)} \tag{1-3}$$

と書くことによって得られる．ω は，定義によって，波の円振動数である．ここで，光子のエネルギーと対応する波の振動数との間の Planck-Einstein の関係

$$E = \hbar\omega \tag{1-4}$$

が ψ によって記述されるような"物質"粒子に対しても成り立つと仮定すると，恒等式

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hbar\omega\psi = E\psi, \tag{1-5}$$

$$\hbar^2\Delta\psi = -\hbar^2k^2\psi = -p^2\psi \tag{1-6}$$

に注意し，自由粒子の（非相対論的）エネルギーと運動量との間の関係式

$$E = \frac{p^2}{2m} \tag{1-7}$$

を使いさえすれば，方程式 (1-3) から $\psi(\boldsymbol{x}, t)$ に対する方程式を導くことができる．その結果の式

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi \tag{1-8}$$

が自由粒子に対する Schrödinger 方程式である．これは形式的には，対応する古典論の式 (1-7) から，置き換え

$$\boldsymbol{p} \to \frac{\hbar}{i}\nabla, \qquad E \to i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \tag{1-9}$$

と，こうして得られた作用素関係式の両辺がψに作用するという処方によって導かれる.

注意　位相速度と群速度

進行平面波(1-3)の速度，すなわち，一定の位相

$$\boldsymbol{k}\boldsymbol{x}-\omega t = C$$

を持つ平面の運動速度は($k=|\boldsymbol{k}|$ として)

$$v_\phi = \frac{\omega}{k}$$

であり，これは粒子の古典的速度vとは違う．しかし，$\boldsymbol{k}$を中心にして分布した波数ベクトルを持つ多数の波から成る“波束”の中心の速度として，普通の古典論的なやり方で定義された，波の“群速度”は

$$v_g \equiv \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\hbar\omega}{d\hbar k} = \frac{dE}{dp} = \frac{p}{m}$$

である．これは明らかに等しい.

粒子が自由でない一般の場合には，Schrödinger 方程式，すなわち波動関数$\psi(\boldsymbol{x}, t)$に対する方程式は規則(1-9)を恒等式

$$E = H(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{p}) \tag{1-10}$$

に形式的に適用することによって得られる．ここでHは**Hamilton 関数**すなわち系の全エネルギーを$\boldsymbol{x}$と共役運動量$\boldsymbol{p}$であらわしたもの(必要な場合には$\boldsymbol{x}$と$\boldsymbol{p}$について対称化する)である．いいかえれば，Schrödinger 方程式は

$$\boldsymbol{H}\psi(\boldsymbol{x}, t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\boldsymbol{x}, t) \tag{1-11}$$

であり，Hamilton 作用素として知られる$\boldsymbol{H}$は，全エネルギーの古典論的表式$H(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{p})$から，適当な対称化ののちに，置き換え

$$\boldsymbol{x} \to \boldsymbol{x}, \qquad \boldsymbol{p} \to \frac{\hbar}{i}\nabla \tag{1-12}$$

によって得られるものである.

Schrödinger 方程式(1-11)が正しいということは，もちろん演繹的推論では

ない．それは本当は物理的仮定である．しかし，その仮定が正しいことはその結果の正しさによって，いかなる合理的な疑問の余地もなく証明されている．系がきまったエネルギーEを持つときには，方程式(1-5)で

$$\psi(\boldsymbol{x}, t) = \phi(\boldsymbol{x})e^{-i(Et/\hbar)} \tag{1-13}$$

と置くことによって，“時間に依らない Schrödinger 方程式”

$$\boldsymbol{H}\phi = E\phi \tag{1-14}$$

が得られる．

1個でなく何個かの粒子が，座標$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \cdots, \boldsymbol{x}_N$をもって存在するときには，波動関数$\psi$は$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \cdots, \boldsymbol{x}_N$と時刻$t$の関数である．$\psi$に対する Schrödinger 方程式は系の全エネルギーに対する式$H(\boldsymbol{x}_1, \cdots \boldsymbol{x}_N, \boldsymbol{p}_1, \cdots, \boldsymbol{p}_N)$から，上とまったく同じやり方で得られる．

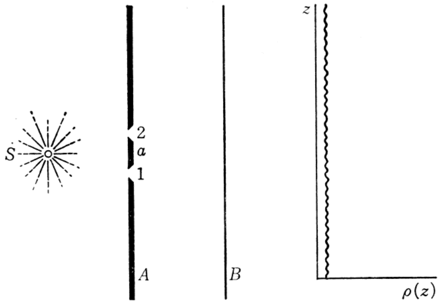
第2章　重ね合せと線型性

現在の量子力学は波動力学からそのもっとも基本的な特徴を抽象することによって発展した．それは重ね合せの原理と運動方程式の線型性である．

2.1　波の重ね合せ

どの理論も実験によって正当化されるのだが，成功した理論が，そのような確証によって，すべての面で同じ重みを得るわけではない．波動力学からもっと一般的な量子力学の枠組への移行のような理論のダイナミックな発展は，いくつかの重要な実験事実に注意しさえすれば，すなわち，量子力学の原理の特定の組合せを記述に必要とするような実験事実に注意しさえすれば，完全に理解できる．理論の今後の発展においてもそれらの原理が指針でありつづける可能性は十分にある．

波動力学の正しさを証明する実験は非常に数多くあるけれども，その大部分は本質的にはよく似たものである．だから，われわれが考えていることのためには，一つだけ思い出せば十分である．われわれは電子回折の実験，あるいは，その代りとして，概念的にはもっと簡単な二つの穴による粒子回折の実験を選



第 2-1 図　二つの穴の実験　粒子は粒子源 S から発射され幕 A を通る．A にはある距離 a だけ離れた二つの穴 1 と 2 がある．粒子は幕 B に当り，そこに永続的な印を残す．粒子源 S は非常に弱く，どの時刻においても S と B の途中には 1 個以上の粒子は存在しない．各粒子は幕 B の上に**一つの，しかも一つだけの**印を残す．それにもかかわらず，ある時間 T の後には，これらの印の密度分布 $\rho(z)$ は波動に特徴的な干渉縞を示す．

ぼう．その原理は第 2-1 図に図示されている．

これらの実験の結果は，幕 B 上のある点 z の近傍に見出される粒子の相対数(その近傍の粒子数を粒子全体の数で割ったもの)が，幕上のその点の位置 z の関数として，波動に特徴的な回折像を示すということである．もっとはっきりさせるために次のように仮定しよう．たとえば，実験の第 1 段階では穴 2 が閉ざされ，そのときの幕 B 上の密度の分布 $\rho_1(z)$ が測られる．第 2 段階では穴 1 が閉ざされ，そのときの幕 B 上の密度の分布 $\rho_2(z)$ が測られる．第 3 段階では両方の穴が開かれ，その時幕 B 上の密度 $\rho_3(z)$ が測られる．実験で得られる密度 ρ_1, ρ_2, ρ_3 は

(i)
$$\rho_3(z) \neq \rho_1(z)+\rho_2(z) \tag{2-1}$$

であり，そして

(ii)
$$\rho_1(z) = |\psi_1(z)|^2, \tag{2-2}$$

$$\rho_2(z) = |\psi_2(z)|^2, \tag{2-3}$$

$$\rho_3(z) = |\psi_1(z)+\psi_2(z)|^2 \tag{2-4}$$

であるような二つの(複素)関数 $\psi_1(z), \psi_2(z)$ が存在するようなものであることがわかる．第 3 段階の実験の配置は初めの二つの段階の配置の単純な組合せだ

から，第3段階の実験結果を表わすある関数は，少くとも，初めの2段階の実験結果を表わす関数の単純な数学的組合せであるにちがいないと期待するのは自然な考えである．したがって，初めの二つの段階における関数の単なる和であるような関数が，第3段階において出現することは少しも驚くべきことではない．しかし，まったく驚くべきことには，実験によれば，粒子が古典物理学に従う場合と違って，この関数は存在密度に等しく**なく**，もっとはっきり言えば(上の(ii)を見よ)，存在密度はその関数の絶対値の**2乗**なのである．

これは，いうまでもなく，粒子源 S が粒子のかわりに古典的な波(波の強度あるいはエネルギー量は振幅の2乗に比例する)を放出したとすればまさに起るようなことであり，数学的構造におけるこの類似性が，この種の実験において，波の実験と同じく，干渉が観測される事を説明する．けれどもこの類似性は不完全なものに過ぎない．なぜかというと，たとえば，もしも両方の穴を開いた実験の継続時間(すなわち，幕 B の露出時間)を一定に保ったまま粒子源 S の強度を十分弱くすると，最後に起ることは古典的な波の理論が予言することとは非常に違うからである．観測される強度分布 $\rho(z)$ の，すなわち，幕の上の乾板の黒くなり方の法則には**はっきりと変化が認められ**，(a)再現不能になり(実験ごとに違う)，(b)任意の小さい領域において，0個または整数個の粒子が衝突したのに相当するようになる．このことは，“粒子源 S が粒子でなく古典的な波を放出し，幕 B の上で観測されるものはこの波の局所的効果に過ぎない”という仮定が正しい仮説ではないことを示している．ただし，露出時間を増して幕 B 上の大部分の領域に多数の衝突を許すようにすれば，衝突の累積密度 $\rho(z)$ はふたたび，普通の統計の近似の範囲で，波動像によって予言される形 $\rho_3(z)$ を採るのであるが．

いうまでもなく，以上の議論はごく概略的なものである(もっとていねいな取扱いは多くの教科書に見られる)．けれどもそれは，これらの粒子回折の実験が，波動や粒子などの使い慣れた概念による解釈を簡単には許さないような問題を提起することを示すには十分である．このような事態は物理学では本当は例外的ではない．そしてそのような事態が起ったときは，それを強引にある模型で記述しようとしても，普通はうまくいかない．少くとも研究の第1段階においてずっとよいやり方は，どんなメカニズムが働いているかについては何

も仮定せずに，単に観測された事実を記述することである．この記述はできるだけ厳密でまた一般的でなければならない．こうして得られた記述の単純な特徴が，異なる実験的配置などを含んだ類似の場合にも適用できると仮定する．

このやり方を上で述べた実験的事実に適用すると，直ちに三つの一般的な観念あるいは原理が現われる．それは次のとおりである．

(i) 微視的構造の要素性

対象はふつう無際限に分割できない性質を持っている．したがってどんな実験でも，完全な全体として現われる実体——“粒子”と呼ばれる——が存在する．

(ii) 確率原理

少くともある場合には，粒子を点 $\boldsymbol{x}$ のまわりの体積 dv の小領域に見出す確率が

$$P(\boldsymbol{x})dv = \frac{|\psi(\boldsymbol{x})|^2 dv}{\iiint |\psi(\boldsymbol{x})|^2 dv} \tag{2-5}$$

で与えられるような関数 $\psi(\boldsymbol{x})$（ふつう“波動関数”と呼ばれる）を，粒子に結びつけることができる．上式で積分は全空間にわたって行なう．

(iii) 重ね合せの原理（静的線型性）

$\psi_1(\boldsymbol{x})$ と $\psi_2(\boldsymbol{x})$ が二つの可能な波動関数であるならば（すなわち，それらが可能な配置をした装置における粒子に結びついた関数であるならば），$\psi_1(\boldsymbol{x})$ と $\psi_2(\boldsymbol{x})$ との任意の1次結合もまた一般に可能な波動関数である．

このように定式化した原理は役に立つ規則に過ぎないことをここで強調しておこう．その限りにおいてこれはたぶん真実である．けれども，それはわれわれを一つの特定な解釈に導くものではない．とりわけ，この段階でわれわれは特に不確定性解釈にかかわっているわけではない．原理(ii)に現われている“確率”という言葉は，文脈から明らかなように，“相対頻度”という初等的な操作的な意味にとるべきである．N を粒子源から放出された粒子の全数とすれば，十分大きな N に対しては，$NP(\boldsymbol{x})dv$ が，測定によって体積要素 dv の中に見出されると期待される粒子数である．したがって原理(i)，(ii)，(iii)は，個々の粒子の運動が（十分に複雑な未知の力によって）決定できないということを意味しない．この問題は第4，7，11章でくわしく論じるので，ここではこれ以上

扱わない.

重ね合せの原理については，これはすべての波動現象の一般的特徴だから，もちろん特に量子的概念ではないことを見ておかねばならない．それは，制限された意味では，古典的な粒子の物理学にもあると論じることさえできる．その場合にも原理(iii)を変形したものをみたす関数が存在する．その関数は分布関数 $\rho(\boldsymbol{x})$ そのものである．しかし，$\rho(\boldsymbol{x})$ はけっして負にならないから，原理(iii)は完全に一般には成り立たない．このため，$\phi(\boldsymbol{x})$ の集合と $\rho(\boldsymbol{x})$ の集合とは非常に異なる数学的構造を持っている．事実，量子力学のもっとも深遠な発見の一つは，原理(iii)の形における線型性の要請が，物理学の非常に深い基礎にあることである．最後に，$\phi(\boldsymbol{x})$ と古典的な波の振幅との間の違いにも注意しておこう．その違いは，この段階では技術的なものと考えてよいが，それは，古典的な波の振幅は絶対的な意味を持つのに対し，波動力学の理論形式における $\phi(\boldsymbol{x})$ は相対的な意味しか持たないことである．0 でない定数を ϕ にかけても物理的予言は何も変らない.

2.2　時間的発展

さて二つの穴の実験あるいは回折実験の特殊な配置は忘れて，もっとずっと一般的に，時間とともに変化する場などを含んだいくらでも複雑な物理的装置を想像しよう．そして，さしあたり，時間に依存する Schrödinger 方程式が成り立つと仮定しよう．この偏微分方程式は時間変数について1階だから，ϕ がある一つの時刻 t_0 において知られており，そしてある一般的な条件をみたすならば，任意の時刻 t における ϕ が決定される(Cauchy-Kowalewskaja の定理)．記号的に書けば

$$\phi(t_0) \longrightarrow \phi(t). \tag{2-6}$$

原理(iii)によって，α と β を(複素)数として1次の重ね合せ

$$\phi(t_0) = \alpha\phi_1(t_0) + \beta\phi_2(t_0) \tag{2-7}$$

を考え，

$$\phi_1(t_0) \longrightarrow \phi_1(t), \tag{2-8}$$

$$\phi_2(t_0) \longrightarrow \phi_2(t) \tag{2-9}$$

のとき対応する $\phi(t)$ を問題にしよう．Schrödinger 方程式は ϕ について線型

だから，(2-7)式の結果として

$$\psi(t)=\alpha\psi_1(t)+\beta\psi_2(t) \tag{2-10}$$

を得る．(2-7)式が必然的に(2-10)を伴うという事実は，後の章が示すように，量子物理学の可能な解釈に関するすべての議論に対して最高度に重要である．それは，ここでは，時間に依存するSchrödinger方程式から導かれた．けれども，明らかにその方程式の非常に一般的な特徴しか証明には使われていない(線型性だけが本質的である)．ゆえにこの結果を抽象して，**重ね合せの原理の系**として導かれる一つの原理に変えることができる．

(iv) 時間的発展の線型性

時刻 t_0 における波動関数 $\psi(t_0)$ が二つの波動関数 $\psi_1(t_0)$, $\psi_2(t_0)$ の1次の重ね合せ

$$\alpha\psi_1(t_0)+\beta\psi_2(t_0)$$

であるならば，時刻 t での対応する波動関数 $\psi(t)$ は，それぞれ $\psi_1(t_0)$, $\psi_2(t_0)$ に対応する関数 $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ の**同じ**1次の重ね合せである．

特に，この系を $t_0=-\infty$ と $t=+\infty$ に適用することができる．したがってこの系は，量子力学よりももっと広い適用領域をもつ理論たとえば S 行列理論にも適用可能である．

2.3　対応原理

古典物理学は多くの場合に正しい結果を導く．したがって，適当な極限をとることによって，量子論から古典力学と古典電気力学を導くことができると期待される．この極限がどんなものであるかについては，一般に量子的不連続性が無限小と見なせるような現象は古典論によって正しく理解できることに注意しよう．したがって次のように要求することができる．**上記の条件の下では，実際に観測可能な事実に関する新理論の予言は古典物理学と一致しなければならない．** この要請は対応原理として知られている．量子力学がそれを満足していることは，多くの教科書において，Ehrenfestの定理のような一般的な定理の助けによって，あるいは，Schrödinger方程式とHamilton-Jacobi方程式との間に存在する関係を使って，示されている．

上の定式化が示すように，原子物理学の全体的な完成に向けての努力の中で

対応原理は非常に重要な位置を占めている．量子力学の建設にあたって，古典物理学と量子物理学との間に**形式上の**精密な対応があるはずだという，やや違った考え方も使われた(Messiah [1]*，第1章第12節を見よ)．これは対応原理の第2の形と考えられるが，この本では，この形は直接には使わない．

最後に，対応原理の相対論的拡張が必要になるときがある．この一般化の説明は，それを使うときに与える(8.3節脚注)．

2.4　さらに一般的な形式の必要性

第1章で述べた前提から出発して，波動力学は首尾一貫した曖昧さのない形式に発展される．事実上すべての原子的および分子的現象，すなわち，温度その他が普通の状態であるためにほとんどの粒子が安定であるような，われわれをとりまく自然で起っている本質的にすべての現象はこの理論形式によって驚くべき正確さで説明される．系を構成する粒子の数の安定性が系を一定の数の変数をもつ波動関数 $\psi(\boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_N, t)$ で記述することを可能にする．

しかし，たとえば構成粒子の個数が時間的に変る現象を考えるときには，構成粒子の**座標**が重要な意味を持つ上のような形式が困難に陥ることは明らかである．関数の中である座標をふやしたりへらしたりすることは(**射影**という非常に特殊な場合を除き)ふつうの数学的演算にはない．ところが，そういう現象が存在する．見慣れた例は光源からの光子の発生あるいは物質によるその吸収である．別の例としては陽子-陽子衝突における π 中間子の発生，電子-陽電子あるいは陽子-反陽子対の発生などがある．実際は，そのような現象はどの種類の粒子にも起りうる．したがって，たとえこの理由のためだけであっても(本当はもっとたくさんある)，波動力学の形式の一般化が必要なことは明らかである．この一般化が，状態を表現している波動関数を，座標にあまりあらわに依存せず，したがってもっと抽象的なある数学的な量で置きかえることであることもまた明らかである．もちろん，観測事実の記述を成功させた波動力学の本質的な特徴がその操作によって変らないようにしなければならない．

ところで，波動概念のもっとも一般的な——したがってもっとも特徴的な

* [ ]内の番号は章の終りの文献表の番号を示す．

——属性が何であるかを調べてみると，それは振幅の代数的加法の性質であることがすぐにわかる．二つの振幅の(すなわち，媒質の可能な振動の仕方をあらわす二つの関数の)和も，一般に，波の振幅すなわち媒質の可能な振動の仕方をあらわす関数である．この性質は実は重ね合せの原理以外の何物でもなく，考えうるすべての波の種類，音波，水面波，電磁波などに共通である．それは問題に含まれている次元の数には依らない．このことが保たねばならない本質的な性質であり，したがって波動関数の概念を，この形式的な面だけを強調するような，もっと一般的で抽象的なもので置きかえなければならない．Dirac が与えた量子力学の形式はこのプログラムの実現以外の何物でもない．その理論形式では系の可能な状態は波動関数によってでなく状態ベクトルと呼ばれる抽象的なものによって記述される．状態ベクトルを**定義する**性質はそれが重ね合せの原理に従うということそのものである．

理論物理学の進歩はしばしばイメージを捨てることを，あるいは少くともそれが不完全な像に過ぎないと認識することを要求する．波動力学は，確定した位置と運動量を持つ点粒子という概念が，その意味において，不完全な像に過ぎないことを示した．けれども波動の概念もまた不完全な像であり，それは正確に同じ意味においてそうである．そのような像が役に立たない表現だと言っているのではない．それどころか，想像力を導くことから，それらに価値があることは明らかである．M. Gell-Mann と V. Telegdi はかつてこの種の過程をある料理のしかたにたとえたことがある．彼らの言うところによればこの料理法はフランスのある地方ではよく知られているそうである．私にはここでそれを正確に再現できるかどうか自信がないが，ともかく，大体の感じは次のようなものである．2枚の孔雀の羽に仔牛の肉を1枚はさんで煮なさい．孔雀のかおりが肉に十分しみこんだら，孔雀の羽を捨てて食卓に出しなさい．つまり，仔牛の肉にしみこんだ孔雀の羽のかおりのエキスをお客様に味わって頂くのです．これは孔雀そのものを食べるよりもはるかに素晴しいといわれています．同様に，ケット・ベクトルに凝縮された重ね合せの原理のエキスは，正しくみがかれた感受性にとっては，いかなる種類の波動関数よりも限りなく口にあうことがわかるでしょう．

物理学と関係が深いので，線型抽象ベクトル空間の数学的形式は多くの量子

力学の教科書に述べられている(たとえば文献[1]あるいは[2]を見よ). 普通に使われている定義および記号と共に，ここではそれは知られているものとして話を進める.

文　　献

[1] A. Messiah, *Mécanique Quantique*, Dunod, Paris, 1958.
[2] K. Gottfried, *Quantum Mechanics*, 1966(第4刷, 加筆訂正あり, 1974), W. A. Benjamin, Inc., Reading, Mass.

第3章　規 則 の 提 示

規則を提示する前に，二つの定義を与えなければならない.

定義1　物 理 系

古典物理学も量子物理学も“物理系”および“物理系の状態”という表現をしばしば使っている. 実際，任意の十分に孤立した物体——電圧計，電子，あるいは分子——は物理系である(後者の二つ，あるいはもっと一般に，分子の大きさまたはそれ以下の大きさで古典物理学による記述が明らかに不十分であるような系は，しばしば，“微視的”な系と呼ばれる). 実際問題として，上の二つの表現が意味する概念があまりに明白に思えるので，われわれはそれらを生得的に意味を持ったアプリオリな概念と考えたくなる. したがって出発に当って一言注意しておくことが望ましい. 以下の章の議論から導かれることであるが，系と状態の概念は，これは量子力学でも非常に役立つのであるが，しかし，量子力学ではその概念を扱うのにある注意が必要なのである. 特に，物理系のことを直観的に話すとき(たとえそれが“完全に孤立した物理系”であっても)，この系(その言葉が使えるとして)が必ず既知または未知のきまった“状態”にあると考えては**ならない**. 言いかえれば，系が，その系のみに属すと考えられる，既知または未知の一定の数の性質(運動量，ある方向へのスピン成分，など)をいつでも持っていると考えることは必ずしも許されない. そのように考えることができない例はあとで示すことにする.

これからあと，**物理系**という表現は上に述べたような普通の直観的な意味に用いる．たとえば，完全ではないが十分に孤立した原子(または電子，分子等)は物理系，もっと簡単にいえば系である．**状態**および**量子状態**という表現についていうと，これらは文献のなかで必ずしも同じ定義を与えられていない．したがって，この段階ではそれらを導入しないでおこう．

定義2 集 団

量子力学は本質的に統計的な理論である．特別な場合を除いては，量子力学は個々の系に関する予言はしない．いいかえれば，量子力学は，原則として，大きな数N個の，同じ型で，指定された条件をみたす物理系が，ある観測過程にかけられたときに，ある事象が観測される回数nを予言する．その事象の統計頻度すなわち確率はそのときn/Nである．上で考えられたN個の系の集まりを系の**統計集団**あるいは簡単に**集団**と呼ぶ．一つ一つの系は集団の**要素**である．いうまでもなく，集団の要素は互いに相互作用しない．理想的には，各要素には別々の装置が対応し，それによって測定が行われるとすべきである．n/Nが1または0の場合にはその事象は任意の個々の要素において観測されるまたはされないというのが予言だから，この場合に限って，理論は個々の系に関して予言をするということができる．

量子力学の規則は次のように要約することができる(コメントと，公理の別の選び方は後の章にのばす)．

規則1

同じ型の物理系の集団を記述するために，Hilbert空間の構造を持つベクトル空間$\mathscr{H}$を導入する．すると，特定の実験の結果を予言するために，一つの集団を$\mathscr{H}$の一つの定まった元に結びつけることができるような場合がある．そのような元，すなわちケットはそのとき**状態ベクトル**と呼ばれる．

規則1はいくつかの注意を要する．

注意1

この節の規則6が明らかにするように，位相因子だけ違っている二つのケットからは同じ予言が導かれる．従ってそのような位相因子は物理的意味を持たない．ただし，規則3で考えられるような重ね合せでは相対的な位相はもちろん意味を持っている．“$\mathscr{H}$の定まった元”という表現はこの限定つきで理解し

なければならない.

注意 2

個々の系を状態ベクトルに結びつけても何の不都合もないことがしばしばある．けれども理論的な立場からは，あらかじめ特別な注意をはらわない限り，集団を使うことが望ましい(第10章を見よ)．規則1はすべての集団(あるいは，たった今触れた不正確な言い方では，すべての系)が状態ベクトルによって記述できるということを意味しない．実際，系の大多数は，不正確な意味でさえ，状態ベクトルを与えることができないようなものである(7.2節と8.1節を見よ).

規則 1a(重ね合せの原理)

$\mathscr{H}$ の任意のケットは，通常，物理系の一つの集団を記述するけれども，例外がある．それは**超選択則**として知られている(7.1節を見よ).

ケット $|\psi\rangle$ がいくつかのケット $|\Phi_1\rangle, \cdots, |\Phi_N\rangle$ の1次結合として書けるときには，$|\psi\rangle$ は $|\Phi_1\rangle, \cdots, |\Phi_N\rangle$ の重ね合せであるといわれる.

規則 2

同じでなくそして相互作用していない二つの系 S と S' が，それぞれ，ケット $|\psi\rangle$ およびケット $|\psi'\rangle$ によってあらわされる集団の要素であるならば，S と S' から成る複合系の集団は $|\psi\rangle|\psi'\rangle$ と書かれるケットによって記述される．このケットは，それぞれ，S と S' に対応するベクトル空間 $\mathscr{H}$ と $\mathscr{H}'$ のテンソル積 $\mathscr{H}\otimes\mathscr{H}'$ の元として定義される.

規則 3

外力だけが作用している系の集団を記述する状態ベクトル $|\psi\rangle$ の時間的発展は因果的かつ線型である．すなわち，$|\psi(t)\rangle$ が $|\psi(t')\rangle$(t と t' は二つの異なる時刻)を一意的に決定し，もし

$$|\psi(t)\rangle = \alpha_1|\psi_1(t)\rangle + \alpha_2|\psi_2(t)\rangle \tag{3-1}$$

ならば

$$|\psi(t')\rangle = \alpha_1|\psi_1(t')\rangle + \alpha_2|\psi_2(t')\rangle \tag{3-1a}$$

である．この規則において，“外力”という言葉は，ふつうのように，力を生じる物理的実体への系の影響(しばしば“反作用”と呼ばれる)が無視できるという意味である．もしそうでなければ，その実体を含んだもっと大きな系を考えなければならず，規則3はそのもっと大きな系に適用される.

ふつうのSchrödinger方程式

$$H|\psi(t)\rangle = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle \tag{3-2}$$

(ここで H はHamilton関数)はまさに規則3の特殊な具体化であることを注意しておこう．大切なのは，規則3がSchrödinger方程式の，これからの議論で重要になるすべての一般的な性質を表現していることである．

規則4

すべての観測可能な物理量 A に，規則1で定義されたベクトル空間の元に作用するHermite作用素が対応する．

便宜上，われわれは固有値問題が解けるようなHermite作用素を"Hermite的"と呼ぶ(von Neumann[1]，2.9節を見よ)．Diracに従ってわれわれは観測可能な物理量をこれから**オブザーバブル**と名づける．対応する作用素が可換であるとき二つのオブザーバブルは**両立可能**といわれる．

規則5

オブザーバブル A の測定は，必ず，A に結びついた作用素の固有値の一つを与える．

これからは"オブザーバブル A の固有値(あるいは固有関数)"という表現を"A に結びついた作用素の固有値(あるいは固有関数)"の略語として使うことにする．

規則6

記号 a_k および $|a_k, r\rangle$ が，それぞれ，オブザーバブル A の固有値および規格化された固有ベクトルをあらわすとし(r は縮退をあらわす添字)，$|\psi\rangle$ は物理系 S について A を観測する直前の，系 S の集団 E をあらわす規格化されたケットであるとしよう．そのときこの測定が値 a_k を与える確率は

$$w_k = \sum_r |\langle a_k, r|\psi\rangle|^2 \tag{3-3}$$

によって与えられる．ここでも，"確率"という言葉で意味するものは，A の測定において a_k という結果が得られる相対的な統計頻度にほかならない．

注意3

観測の概念の一般化の可能性，特に"観測者"からの分離の可能性，あるい

は観測者を普通の物理系に還元することの可能性は後の章で論じる．ここで“観測”という言葉で意味することは，測定装置などと共に観測者自身を含んだ一般には複雑な実体 entity S' の，系 S への(対応する反作用をともなった)作用である．この段階では，われわれは観測者を普通の物理系と同じように記述するための努力はしない．また，さしあたっては，実体 S' をさらにその構成要素に分解する必要はない．いいかえれば，われわれが定式化する予言規則は，さしあたり，観測者自身(予言は彼のためにされる)を普通の意味での“物理系”と同一視すべきか否かというもっと難しい疑問には無関係である．ここではその問題は未解決のままに残しておくことにする．

注意 4

連続的な固有値スペクトルを持つオブザーバブルの固有ベクトルは規格化できない．このようなオブザーバブルの測定については，(3-3)式である技術的な変更をしなければならない．このことは多くの教科書に書いてある．それによって，位置の測定に適用したときに(3-3)式は(2-5)式を再現する．

注意 5

縮退の添字 r は，A 以外で A と両立可能なオブザーバブルの存在に対応させることができる(そして普通対応している)ことを知っておくことは大切である．たとえば，固有値 b_l を持つ B がそのようなオブザーバブルであり，系の完全な Hilbert 空間が $|a_k, b_l\rangle$ によって張られるならば，A だけが測定されるときに a_k という結果を得る確率は(3-3)式で与えられて，b_l が縮退の添字の役目をする：

$$w_k = \sum_l |\langle a_k, b_l | \psi\rangle|^2. \tag{3-3a}$$

したがってこの場合，w_k は，A と B とを測定したときに，A の特定の値 a_k と B の任意の可能な値が見出される確率を加えて得られる値に等しい．

ケットが1に規格化されていないときには，(3-3)と(3-3a)は規格化の仕方の任意性に影響されないように変えねばならない．たとえば(3-3)は

$$w_k = \sum_r \frac{|\langle a_k, r | \psi\rangle|^2}{\langle a_k, r | a_k, r\rangle\langle\psi|\psi\rangle} \tag{3-3b}$$

によっておきかえられる．

規則 7

任意のオブザーバブルに対し，少くとも思考の中では，次の条件をみたす測定装置を考えることがいつでも可能である．その条件とは，そのオブザーバブルが与えられた系において2回測定され，そして二つの測定の間の時間間隔が0と見なせるほど小さいならば，両方の測定は同じ結果を与えるということである．

このような測定を**理想的な**測定または**第1種の測定**と呼ぶ．それ以外のすべての測定は第2種の測定である*.

規則 8

与えられた系において，理想的な測定が，A, B，ふたたび A という順番に行われたとする．そのとき，オブザーバブル A および B が両立可能であり，二つの引きつづく測定の間の時間間隔が0と見なせるほど小さいならば，最後の測定の結果は最初の結果と同じである．

注意．これは本当は規則というよりは，実験的な発見の一般化あるいは理想化である．これを規則のなかに含めたのは，この実験的事実がほかの規則の提示を意味のあるものとするような条件をつくり出すからである．

両立可能なオブザーバブルについての二つの理想的な測定の順序は，もしその時間間隔が0と見なせるほど小さいならば，問題にならないことが規則8からわかる．したがって規則8は二つのそのようなオブザーバブルの“同時測定”という概念に意味を与える．この概念は明らかに任意の数の両立可能なオブザーバブルの場合に拡張できる．特に，系 S の**完全**測定とは，S に結びついたベクトル空間に作用する可換な Hermite 作用素の完全系に対応するオブザーバブルの，1組の同時(理想)測定である．

規則 9

$A, B, \cdots$ がある型の系に属する両立可能なオブザーバブルの完全系であるとしよう．もしも何らかの理由によって $A, B, \cdots$ の同時測定の結果がその系の集団 E に対してあらかじめ知られており，そしてそれが E のすべての要素 S に対して等しいならば，そのとき E は一つのケットによって記述できる．

---

* “理想的”という言葉は，われわれがすぐあとで“完全な”測定と呼ぶものを意味するのに使われていることがある．

$|\psi\rangle$ をこのケットとしよう．$a_k, b_l, \cdots$ を S についてなされる測定の（既知の）結果であるとしよう．$a_k, b_l, \cdots$ を見出だす確率は1だから(3-3b)式により

$$1 = \frac{|\langle a_k, b_l, \cdots|\psi\rangle|^2}{\langle a_k, b_l, \cdots|a_k, b_l, \cdots\rangle\langle\psi|\psi\rangle}.$$

これは等式に帰着する場合のCauchy-Schwarzの不等式にほかならない．したがって $|\psi\rangle$ は $|a_k, b_l, \cdots\rangle$ に比例することになる．数係数は物理的意味を持たない規格化定数に過ぎないから，次の命題が成り立つ．

命題

規則9で考えたケットは必ず

$$|\psi\rangle = |a_k, b_l, \cdots\rangle$$

となる．

規則9の特殊な場合として次のものがある：時刻 t に $A, B, \cdots$ の同時測定が行われるに先立って，その結果の知識が，これらのオブザーバブルの t の直前に行われた測定から得られる場合．この場合には，規則9および対応する命題は**波束の収縮**として知られている．これから先で引用するので，次の形でもう一度述べておく．

規則 10（波束の収縮）

E_0 を系 S の集団とする．系 S に属するオブザーバブルの完全系について同時（理想）測定が行われた直後には，測定が同じ結果を生じた系 S から成る E_0 の部分集団 E の各ゝは一つのケットで記述できる．このケットは必ず，測定の結果として見出される固有値に共通の固有ケットである．

最後に，系の不完全な測定をした場合をも考えるために次の仮定を置こう．

規則 10a

E_0 を一つのケットで記述される系 S の集団であるとしよう．系 S に属するオブザーバブル $A, B, \cdots$ の不完全系について同時（理想）測定が行われた直後には，測定が同じ結果を生じた，系 S から成る部分集団 E の各ゝは一つのケットによって記述される．

このケットを $|\psi\rangle$ としよう．ここでもまた，確率法則(3-3)は，いったん $|\psi\rangle$ の存在が知られれば，それについてある知識を与える．しかし，この場合にはその知識は不完全なものに過ぎない．(3-3)が示すことは，単に，（理想的な場

合には)ケット $|\varphi\rangle$ は，$A, B, \cdots$ に対応する作用素 $A, B, \cdots$ の観測された固有値を共有する固有ベクトルによって張られる多様体 M の中にあるということである.

しばしば**モラル測定** moral measurement と呼ばれる特殊な型の測定がよく考察される．モラル測定とは $|\psi\rangle$ が，測定が行われる前の系を記述していたケットの，M への単純な(もちろん，再規格化因子は別にして)，射影であるようなものである.

規則 10a によって表わされる仮定は普通行われているものであるが，唯一の可能性ではない．別のものが von Neumann([1]，4.3 節参照)によって考察されている.

文　献

[1] J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1955, p. 348.

さらに進むには

G. Lüders, *Ann. Phys.* **8**, 322(1951).

F. Herbut, *Int. J. Theor. Phys.* **11**, 193(1974).

第4章　コ　メ　ン　ト

われわれは量子力学の規則を圧縮した形で提示し，多くの疑問を未解決のままに残した．重要な詳しい説明のいくつかを後の節で述べるが，この段階でも，少し，コメントが必要である.

4.1　集団のケットによる記述について

(a) 系の集団を，ある可能な実験の組 K に関してのみ，(既知あるいは未知の)ケットと結びつけうることが非常にしばしばあることを記憶しておかなければならない．すなわち**組 K から選ばれた実験の結果を(統計的に)予言するという限られた目的に対してだけは**，系の統計集団 E が既知あるいは未知のケ

ットに対応すると仮定してもよいが，その仮定が，この組以外から選ばれた実験の結果を予言するための計算に使われると，間違った結果に導くような場合である．

たとえば，E が系 S の集団であって，その各々がかつていくつかの他の系 $S_1, S_2, \cdots$ と相互作用したものとすると，系 S に属する物理量と系 S_1 あるいは S_2 に属する物理量との相関を測定しないすべての実験が，その一部として K に(第8章を見よ)含まれる．それに反して，そのような相関の実験はたいていは K の外に出てしまう．

そうすると，原理的な重要な問題が生じる．"規則9の文章において"ケットによって記述できる"という表現は絶対的なものであろうか，あるいはそうでなくて，上と同様に相対的なものであろうか？" この疑問は観測理論にも関係しているので，その研究は後廻しにしよう．

(b) 多くの場合に，規則10(波束の収縮)は系の集団のケットを決定するのに使われるものである．特に，濾過 filtration は測定とほぼ同じものである．たとえば，加速器から出てくる粒子に波動関数(本質的には平面波)を与えるときには，まさに規則10を運動量の一種の暗黙の測定に適用しているのである．このような場合により一般的な規則9を導入する必要があるかどうかはアプリオリに明らかではない．

だから規則9が実際必要であることをはっきりと示そう．たとえば，μ 中間子の水素原子による散乱の実験を考えよう．ともかく計算が可能なためには，入射粒子(μ 中間子)ばかりでなく標的(水素原子)にも何か波動関数を与えることが必要である．実験者は散乱が行われようとしている特定の原子のエネルギーを本当に測ってはいない．彼は，量子化の規則の一般的な知識と温度が低いという特殊な条件によって，その原子のエネルギーを正確に知っているに過ぎない．したがって規則9は，きまったケット(または波動関数)を標的に与えるのにこの知識が十分であるためには必要なのである*.

---

* この場合，ケットを各々の原子(またはその集団)に別々に与える可能性は——別の議論を必要とする識別不能性の問題は別として(たとえば，Messiah, A., II を見よ)——実験の組 K の中に，μ 中間子と何個かの水素原子の間の非常に複雑な相関は含まれていないので簡単に正当化される．すなわち(a)と同じ理由である．これはしかし，ケットとして，基底状態に対応するものを選んだり，あるいは温度によって，一定の確率で第1励起状態に対応するものを選んだりすることの説明にはならない．

4.2 仮 定 Q

われわれは今，規則9と類似あるいは同等な規定が心要であることを見た．しかしこのことは規則9が，それを特殊な場合として含むような別のもっと一般的な定式で置き換えられないということを意味しはしない．そのような一般化をする必要は，規則9を定式化するときに考えた集団が実はかなり特殊なものであることがわかったときに明らかになる．第6章で見るように，この特殊な集団にも，また，もっと一般的な性格の集団(混合)にも同じように適用できる，より一般的な定式化が存在する．そのとき規則9は，量子力学の基本的規則は考えられるすべての集団に適用できるはずだという一般的な考えの正確な定式化以外の何物でもなくなる．したがって，われわれが求めている一般化は，その一般的な形式を適用できるすべての集団に対して量子力学が普遍的に成り立つことを保証するものでなければならない．実際は，この新しい形式が取扱う集団に関してはっきりと仮定する唯一の条件は，集団はその要素についての未来の観測に依拠して指定されてはならないということだけである．こうしてわれわれはごく自然に，量子力学は一種の普遍妥当性を持つという仮説を，次の仮定の形で正確に定式化するように導かれる．

仮定 Q

系の指定が，系について行われる未来の測定の結果に依らないならば，そのような系の任意の集団は量子規則に従う．

仮定Qが本当にもっと一般的な枠組の中で規則9の代りになりうることは第7章で明らかになる．

後の引用のために，われわれは量子規則に従う系の集団を“量子集団”と呼ぶことにする．

注意 1

“集団の指定が未来の測定の結果に依ってはならない”というこの制限は，あるオブザーバブル $A, B, C, \cdots$ の**未来の**測定が $a_k, b_l, c_m, \cdots$ という結果を与えるという条件によって，大きな集団から，選ばれた集団を排除する．すぐあと7.3節で論じるように，あるケット $|\varphi\rangle$ で記述される集団 E の任意の部分集団 E' はやはり $|\varphi\rangle$ によって記述されるから，上述の排除は，理論の内的無矛盾性のために必要である．何故ならば，もし E' が，t のすぐ**後での** A の測定が

結果 a_k を与えるようなすべての系から成る部分集団であるとすれば，一般に E' は時刻 t で規則6に従わないからである(実際，この規則は一般に $w_k \neq 1$ を与えるだろう).

注意2

仮定Qにおいて，注意1の場合と同じく，“測定”という言葉は非常に広い意味に理解しなければならない．たとえば，あるきまったスピン状態にある粒子の集団が Stern-Gerlach の装置 D によって曲げられていくつかの粒子線がつくり出され，そして一つを除いてすべての粒子線が途中で止められたならば，残った粒子は D によって定義される方向へのスピン成分の測定を受けたと考えなければならない.

注意3

“Copenhagen 解釈”の支持者がしばしば表明する見解の一つは，量子力学は**完全な**理論である，ということである．事実，この解釈のいくつかの重要な特徴はそのような見解に依存している(このことはよく知られており，また以下の章の内容からも明らかになる)．仮定Qの定式はこの見解をもっとはっきりと問題にしようとするものである．仮定Qは，実際，非量子集団は(未来の測定結果に依って定義されるものを除いては)存在しないという仮定と明らかに同等である．特に，それは von Neumann[1] その他が定義した分散の無い状態が存在しないことを意味する．これらの分散の無い状態は，もしそれが存在するとすれば，状態ベクトルだけでなくさらに余分な“隠れた変数”によって指定しなければならないから，仮定Qは“隠れた変数は存在しない”という普通の仮定のやや強い形である．事実それは，この普通の仮定のかわりとして役立つものの中でもっとも制限の少いものである．隠れた変数の概念は7.5節とさらに第11章で論じる.

4.3 非決定論

もしある集団がケット $|\psi\rangle$ によって記述できるならば，その部分集団はすべて同じケットによって記述できると仮定するのがふつうである．この仮定は，与えられたケットに対応する集団 E を，いろいろな期待値が E に対する期待値とは(もちろん，パーセンテージにおいて)異なるような二つの部分集団に分

割することは不可能であることを意味する．その仮定はまた，そのような分割が実現したことはないことを意味することも明らかである．

この仮定をする主な動機は，もちろん，そのような分割が真正直などんなやり方でも不可能だということである．たとえば，第2章で論じた二つの穴の実験を考えよう．両方の穴が開いているときの幕の上の衝突点の密度分布は，片方の穴だけ開いているときに作られる二つの分布の和ではない．このために，いま調べている粒子の集団を，それぞれが，一つの指定された穴を通り抜ける粒子をその要素として持つような，二つの異なる集団から成ると考えることは非常に難しい．本当のところ，このことは，一つの穴を通り抜ける粒子がもう一つの穴のところで起っている条件によって何らかの影響を受けると仮定しない限り，不可能である．このような仮定は特殊な未知な力の存在を意味するから魅力がないと一般には考えられる．

このように，普通の量子力学が物理学に持ち込む確率あるいは統計分布は，古典力学，たとえば気体の運動論で見出されるものと本質的に異なっている．後者が現われるのは，含まれている系の細部についての物理学者の無知の反映に過ぎないけれども，このような簡単な解釈を前者に与えることはできない．

形式的には，同じ結論が量子規則の多少抽象的な議論から出てくる．簡単のために，2次元のベクトル空間 $\mathscr{H}$ を考えよう．A と B を，二つの非可換なオブザーバブルで，その作用素が $\mathscr{H}$ において作用するものとしよう．その固有値方程式を，それぞれ，

$$A|a_i\rangle = a_i|a_i\rangle \tag{4-1}$$

および

$$B|b_j\rangle = b_j|b_j\rangle \tag{4-2}$$

としよう $(i, j=1,2)$．他方，

$$|\psi\rangle = c_1|a_1\rangle + c_2|a_2\rangle, \tag{4-3}$$
$$|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$$

が N 個の系の集団 E を記述するものとしよう．この系について A の測定をしたときに値 a_i が見出される場合の数は，近似的に，

$$N|\langle a_i|\psi\rangle|^2 = N|c_i|^2 \tag{4-4}$$

である．また一方，この結果を次の仮定によって解釈したくなる．その仮定と

いうのは，E の中の $N|c_i|^2$ 個の系が，測定の前に，A の一つの値 $A=a_i$ を持つ，いいかえれば，$|a_i\rangle$ によって記述される集団を成す，ということである．しかし，もしそうであるならば，B を測定したときに値 b_j が見出される場合の数は，近似的に，

$$N_j = \sum_i N|c_i|^2 p_{ji} \tag{4-5}$$

となるだろう．ここで p_{ji} は，そのような測定を $|a_i\rangle$ で記述される集団に対して行ったときに，値 b_j が得られる確率である．ところで，量子力学の規則から

$$p_{ji} = |\langle b_j|a_i\rangle|^2 \tag{4-6}$$

だから，(4-5)式は

$$N_j = N(|c_1|^2|\langle b_j|a_1\rangle|^2 + |c_2|^2|\langle b_j|a_2\rangle|^2) \tag{4-7}$$

となる．けれども，同じ規則を直接に $|\psi\rangle$ に適用すると，ただちに

$$N_j = N|c_1\langle b_j|a_1\rangle + c_2\langle b_j|a_2\rangle|^2 \tag{4-8}$$

が得られる．見られるように，(4-7)式は，一般に，正しい量子力学の予言(4-8)式とは違っているから，(4-7)式の基礎になっている仮説は正しくない．いいかえれば，(a)量子規則は任意の集団に対して成り立つ(仮定Q，4.2節)，および(b)E のある要素は $A=a_1$ を持ち他の要素は $A=a_2$ を持つという二つの仮定は互いに両立しない．もっと一般的に，次のことが第7章で示される．すなわち，微視的な系の集団 E が一つのケットによって記述され，仮定Qが仮定され，そして，すべてのHermite作用素がオブザーバブルに対応することが仮定されるならば，その集団の，異なる統計的性質を持つ二つ以上の集団への分割を考えることは矛盾を生じる．このために，いま述べた条件のもとでは，一つのケットで記述される集団のすべての要素は互いに全く同じであるとするのが便利である(必ずしもすべての作用素がオブザーバブルに対応しないときは，このように約束することは，明らかに，魅力の一部を失う)．

ここで注意しなければならないのは，もし仮定Qがゆるめられればこの結論はもはや成り立たないことと，そして，仮定Qは普通の量子力学の予言を実際上変更することなしに，事実，ゆるめることが**できる**ということである．これはBohm[2]が証明したことで，彼は量子力学の完全に決定論的な形を具体的に構成した．その理論では，**任意の**集団 E の要素についてなされた個々の観測

から異なる結果が得られる時には，これらの要素は，その観測が実際に行われる時刻より前に，実際に異なっている．それらはある変数の値が違っていて，この変数は，理論のオブザーバブルと混同しないように，普通“隠れた変数”と呼ばれる．そのような理論では，個々の電子はどれも，二つの穴の実験で使われる装置の一つのきまった穴を通り抜ける．けれども，それは，他方の穴が開いているか閉じているかによって違う未知の力の影響を受けるようになっている．

Bohm の理論の一つの基本的な点は，**量子力学の予言は，隠れた変数がデタラメに分布している任意の集団 E に対して正確に再現される**ということである．これは量子力学と経験との一致を説明するには十分である．けれども，そのような仮定は仮定 Q に比べてはるかに厳しくないことを強調しよう．たとえば，Bohm の理論では，量子規則は，上で調べた例で $A=a_i(i=1,2)$ であるような系の集団に対しては，成り立たない．したがって，隠れた変数はこれらの部分集団ではデタラメに分布していると考えることはできない．このように Bohm の理論はこれまでに述べた議論のどれとも矛盾せず，またそのような理論がつくれることは疑う余地がない．

量子力学の概念的基礎に関するどんな議論に対しても，決定論的な理論が提示され得るという単純な事実は大きな関連を持っている．けれども，量子力学の予言を上で定義したような意味で再現する隠れた変数のどんな理論も，必ず，非常に奇妙な非局所的な特徴を持つことがあとで示される．その上，すべての知られている場合に，決定論的な記述は面倒な定式になり，初等的な非相対論的量子力学の範囲外には，簡単には一般化できない．これらの理由でそれは物理学者の間に広まっていない．

断わらない限り，この本では隠れた変数が存在するという仮定はしない．そしてその仮定を**しない**ときは，いつでも仮定 Q をするものとする．

隠れた変数が存在しないと仮定すると，同一の系に対して行われた同一の測定が同一の結果を与えないのだから，理論には明らかに本質的な非決定論が組み込まれている．しかし，この“要素的な”非決定論は，第3章で与えた規則の直接の結果である一種の統計的決定論によって釣合いを保っている．この結果は非常に重要なので原理の形で明瞭に述べる価値がある．

統計的決定論の原理

もしも物理系の二つの統計集団が同じ処理をされ，そしてもしもそれに続く観測がそれらの間に意味のある統計的な差を見出したならば，そのことが意味するのは，二つの集団は出発点において同一でなかったということである．

4.4　いろいろな注意

(a)　相対論的定式化

第3章では量子力学の諸規則は Lorentz 不変性を考慮に入れずに提示された．理論が相対論的に不変であることを望むならば，さらにそのことを要請しなければならない．しかし，相対論的量子物理学は依然として専門家の間の論議の的であって，この領域の完全で無矛盾で有用な公理系はまだ明らかになっていない．だから，われわれのように，いままでに述べた一般原理の理解に努力を集中するのがよいと思われる．これは明瞭に定義されていて，非相対論的量子力学というはっきりした適用領域がある．

他方，以下の分析が基礎にしている非常に一般的な観念(たとえば，重ね合せと，発展の線型性)は，相対論的量子論を基礎的なレベルで十分に展開しようとする最近のすべての理論的試みに共通のものであって，そのなかには，もちろん，場の量子論と S 行列理論も含まれている．したがって，量子力学の一般的な公理およびその広範な内容の議論は，必然的に，これらのもっと新しい理論の可能な解釈に関係してくる．

(b)　識別不能性

実験が示すように，区別できない粒子が存在する．そのような粒子が2個以上物理系の中に存在するかあるいは反応に関与する場合，第3章で述べた規則は多少変更しなければならない．

規則を実験と一致するように変更する仕方は何通りかあるが，もっとも保守的なのは規則の表に新しく一つ加えることである．この付加規則はよく知られた対称化(反対称化)の原理であって，全系を記述するケットはボゾン(フェルミオン)変数について完全対称(反対称)でなければならないことを要求する．(よく知られているように，2種の粒子，ボゾンとフェルミオンが存在する；前者(後者)は整数(半整数)スピンを持っている．)もっとはっきり扱うために，

例として，ある型の2個のボゾンを考えよう．$q^{(1)}$ と $q^{(2)}$ がそれぞれその型のボゾンのオブザーバブルの完全系をあらわすとしよう(2通りあるのは2個のボゾンがあることに対応している)．そして $|q_\alpha\rangle^{(1)}$, $|q_\alpha\rangle^{(2)}$ を $q^{(1)}$ と $q^{(2)}$ に結びついた作用素の固有値 q_α に対応する規格化された固有ベクトルとしよう．これらのケットの添字(1)と(2)は第1(第2)のものが Hilbert 空間 $\mathscr{H}_1(\mathscr{H}_2)$ におけるものであることを示している．そのとき $|\psi\rangle\in\mathscr{H}_1\otimes\mathscr{H}_2$ は，任意の α,β に対して

$$\langle\psi|q_\alpha\rangle^{(1)}|q_\beta\rangle^{(2)}=\langle\psi|q_\beta\rangle^{(1)}|q_\alpha\rangle^{(2)} \tag{4-9}$$

であるときにのみ，2個のボゾンの系を記述するケットとして許される．もし $|\psi\rangle$ が，C_{ij} を数として，

$$|\psi\rangle=\sum_{i,j}C_{ij}|u_i\rangle^{(1)}|u_j\rangle^{(2)} \tag{4-10}$$

という形を持つならば，この条件は

$$C_{ij}=C_{ji} \tag{4-11}$$

となる．フェルミオンに対しても同様な条件が得られる(そのときは $C_{ij}=-C_{ji}$ である)．

(c) 第二量子化

“第二量子化”と呼ばれる，一つの形式が存在する．これはいままでの節で述べたものとやや違っていて，二つの非常にすぐれた点を持っている．第1は，空間と時間の座標 x と t を同じレベルで扱うことである；これは相対論的共変性のための必要な条件なのだが，いままで述べた形式では，x は作用素に対応するのに対し t はそうでないから，明らかにみたされていない(第二量子化の描像では，x と t はどちらもパラメーターに過ぎず，作用素には対応しない)．第二量子化の形式のもう一つの長所は次の点にある．この形式では，2個の区別できない粒子の系に関する両立可能なオブザーバブルの完全系が完全に定義されているような状況は——二つの可能なケットによってでなく——高々一つのケットによって自動的に記述される．その結果，同じ種類の粒子に対して，すべての状態が同じ確率で存在しうると考えると，Boltzmann 統計は自動的に排除される．この結果は対称化(反対称化)の原理についてのかなりの進歩である．このことが，付加的な要請を何も加えずに，第二量子化の形式から簡単に

出てくることは，たしかに，第二量子化の形式が第3章の初等的な形式よりもいっそう忠実な実在の記述(この言葉が何を意味するものであれ)であることを意味すると考えられる．

それにもかかわらず，この本でもっとも広範に議論するのは，対称化-反対称化の原理をつけ加えた，第3章の形式である．その理由は，(a)多くの点でより簡単であって描像を浮べるのが容易であることと，(b)系の性質が二つの形式でかなり違うにもかかわらず，他の概念的および数学的構造は非常によく似ているので，多くの場合に，一つの形式についての議論の結果は他方にも成り立つことである．

文献

[1] J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1955.

[2] D. Bohm, *Phys. Rev.* **85**, 166(1952).

第5章 別の定式化

第3章で述べた量子力学の規則の定式は，もちろん，唯一可能なものではない．ほかのいくつかの可能性を簡単に見ておくことにする．

5.1 平均値の規則

規則6は，規格化されたケット $|\psi\rangle$ によって記述される系の集団 E に対してオブザーバブル A を測定したときに a_k を得る確率[(3-3)式]を与える．これによって平均値すなわち

$$\bar{A}=\lim_{N\to\infty}\sum_k\frac{n_k a_k}{N} \tag{5-1}$$

が計算できる．ここで N は E に属する系の数であり，n_k は測定が値 a_k を与える系の数である．

$$\lim\,(n_k/N)=w_k \tag{5-2}$$

だから

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \sum_k w_k a_k \\ &= \sum_{k,r} a_k \langle\psi|a_k, r\rangle\langle a_k, r|\psi\rangle \\ &= \sum_{k,r} \langle\psi|a_k|a_k, r\rangle\langle a_k, r|\psi\rangle \qquad (5\text{-}3)\end{aligned}$$

を得る.

オブザーバブルと対応する作用素に対して同じ記号 A を使い，(a)固有値方程式

$$a_k|a_k, r\rangle = A|a_k, r\rangle \qquad (5\text{-}4)$$

と(b)完全性関係を次々に使うと

$$\bar{A} = \sum_{k,r} \langle\psi|A|a_k, r\rangle\langle a_k, r|\psi\rangle \qquad (5\text{-}5)$$

$$= \langle\psi|A|\psi\rangle \qquad (5\text{-}6)$$

を得る．同様に

$$\bar{A^n} = \langle\psi|A^n|\psi\rangle. \qquad (5\text{-}7)$$

$|\psi\rangle$ が1に規格化されていないときには，もちろん，

$$w_k = \frac{\sum_r |\langle a_k, r|\psi\rangle|^2}{\langle\psi|\psi\rangle}, \qquad (3\text{-}3a)$$

$$\bar{A} = \frac{\langle\psi|A|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle}, \qquad (5\text{-}6a)$$

$$\bar{A^n} = \frac{\langle\psi|A^n|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle} \qquad (5\text{-}7a)$$

に変えなければならない．(5-6a)式がこうして規則5(測定の可能な結果)と規則6(統計頻度)から導かれた．逆に，(5-6a)を**公理とすることができる**．そのときは規則5と規則6は単に定理となる．実際，いま示すように，それらは(5-6a)から導かれる．

いちばんはっきりした証明はいわゆる**特性関数**を使うものである．古典的確率論において

$$\rho(x)dx \qquad (5\text{-}8)$$

が，量 X を測定したときに，間隔 $(x, x+dx)$ にある値が得られる確率をあら

わす頻度関数であるとしよう．X が不連続な値 x_k だけを，確率 w_k をもって，とりうる場合は

$$\rho(x)=\sum_k w_k\delta(x-x_k) \tag{5-9}$$

とすることによってこの記述に含ませることができる．(5-8)に対応するいわゆる特性関数は

$$\phi(t)=\int e^{itx}\rho(x)dx \tag{5-10}$$

によって定義される．いいかえれば，それは定数係数を除き，$\rho(x)$ の Fourier 変換である．特に，$\rho(x)$ が(5-9)式によってあらわされる場合は，(5-10)式は直ちに

$$\phi(t)=\sum_k w_k e^{itx_k} \tag{5-11}$$

を与える．逆に，(5-11)式が頻度関数を(5-9)式で与えられるものに一意的に決定することに注意することは重要である；もしある(別の)頻度関数 $\rho'(x)$ もその特性関数として(5-11)式を持っていたとすると，その差は，任意の t に対して

$$\int e^{itx}\Big[\rho'(x)-\sum_j w_j\delta(x-x_j)\Big]dx=0 \tag{5-12}$$

を与えるであろう．したがって[ ]内の式は0でなければならない*．ゆえに $\rho'(x)$ は(5-9)と一致する．

他方，(5-10)式の e^{itx} を展開しよう．すると

$$\phi(t)=1+i\overline{x}t+\frac{i^2}{2}\overline{x^2}t^2+\cdots\cdots+\frac{i^n}{n!}\overline{x^n}t^n+\cdots\cdots \tag{5-13}$$

を得る．ここで

$$\overline{x^n}=\int\rho(x)x^n dx \tag{5-14}$$

* おそらく測度0の集合を除いて．この部分においてそれは“δ 関数”として振舞うことはありえず，Fourier 変換が0であるような関数として振舞わねばならない．われわれの目的には，これはいたるところ恒等的に0であるのと同等である．

は量 x^n の平均値である．

量子論の問題に戻ると，(5-7)式と(5-13)式によって A に対する頻度関数に対応する特性関数を t のベキに展開することが可能であることがわかる．これは

$$\phi(t)=\frac{1}{\langle\psi|\psi\rangle}\Big[\langle\psi|\psi\rangle+i\langle\psi|A|\psi\rangle t$$

$$+\cdots\cdots+\frac{i^n}{n!}\langle\psi|A^n|\psi\rangle t^n+\cdots\cdots\Big] \tag{5-15}$$

$$=\frac{1}{\langle\psi|\psi\rangle}\Big\langle\psi\Big|1+iAt+\cdots\cdots+\frac{i^n}{n!}A^nt^n+\cdots\cdots\Big|\psi\Big\rangle \tag{5-16}$$

$$=\frac{1}{\langle\psi|\psi\rangle}\langle\psi|e^{itA}|\psi\rangle, \tag{5-17}$$

ここで指数関数は級数展開によって形式的に定義されている．

上と同じく，A は不連続固有値を持つとしよう：

$$A|a_k,r\rangle=a_k|a_k,r\rangle. \tag{5-18}$$

すると

$$e^{itA}|a_k,r\rangle=e^{ita_k}|a_k,r\rangle \tag{5-19}$$

が級数展開から明らかに成り立つ．他方，単位作用素の分解から，(5-17)は

$$\phi(t)=\frac{1}{\langle\psi|\psi\rangle}\sum_{k,r}\langle\psi|e^{itA}|a_k,r\rangle\langle a_k,r|\psi\rangle \tag{5-20}$$

と書ける．すなわち(5-19)から

$$\phi(t)=\frac{1}{\langle\psi|\psi\rangle}\sum_{k,r}e^{ita_k}\langle\psi|a_k,r\rangle\langle a_k,r|\psi\rangle \tag{5-21}$$

$$=\sum_{k,r}e^{ita_k}\frac{|\langle a_k,r|\psi\rangle|^2}{\langle\psi|\psi\rangle} \tag{5-22}$$

である．これはまさに(5-11)の形の式である．先に指摘したように，$\phi(t)$ のこの式は頻度関数を一意的に

$$\rho(A)=\sum_k w_k\delta(x-a_k), \tag{5-23}$$

$$w_k=\frac{\sum_r|\langle a_k,r|\psi\rangle|^2}{\langle\psi|\psi\rangle} \tag{5-24}$$

に決定する．(5-23)式はまさに規則5の別の表現である．それはδ関数の存在が，Aの測定に対してa_kの一つ以外の値が得られる確率が0であることを示しているからである．同様に，(5-24)式はまさに規則6である．Aが連続スペクトルを持つ場合あるいは部分的に連続スペクトルを持つ場合も同様に扱うことができる．

要約すると，規則5(量Aの測定における可能な値)と規則6(これらの値の確率)は次のただ一つの規則で置きかえることができる．

平均値の規則

Eをケット$|\psi\rangle$で記述される系の集団としよう．オブザーバブルAの測定を各系について行ったとすると，平均の結果は(5-6a)式によってえられる．

規則5と規則6を基礎にしてそれから平均値の規則を導く第3章の定式は，その逆を行っているここでの定式と同等である．したがって，どちらを選ぶかは好みの問題である．

注意

われわれが用いた言葉では，**どちらの**形式も操作的な規則として，すなわち，“これこれの測定をすれば，これこれの結果が得られる”という型の規則として表現されていることを指摘しておこう．系あるいは系の集団が，われわれが観測するかどうかに無関係に，現実に持っている物理的性質についての知識を与えるもっと大胆な定式によって，このような慎重な定式を置きかえることはできないかという疑問が起りうる．ある物理学者にとってはこの疑問は意味を持ち，他の物理学者にとってはそうでない．けれどもわれわれが指摘したい点は，もし意味があるならば，二つの定式は全く同等なのだから，それが提起する問題はどちらの定式においても明らかに同じ性質のものであるということである．特に，規則5と規則6を平均値の規則によって置きかえれば，それだけで，観測者の属する集団への理論の依存性が取除かれると信じることは間違っている．(5-23)式は平均値の規則の帰結だから，そういう立場からは，たとえば上で考えた集団Eにおいて，測定がされない時にも，物理量Aが値a_kを持つような系が$n_k=Nw_k$個存在するということになるだろう．しかし，すでに指摘したように，そういう言い方は間違っている．

5.2 時間的発展に対する Heisenberg の描像

第3章で与えた系の時間的発展の記述，規則3は，専門的には "Schrödinger の描像" として知られている．それは唯一可能なものではない．別の重要な記述は "Heisenberg の描像" であって，これは Heisenberg が初めて量子力学を定式化したときに使ったものである．Schrödinger の描像と Heisenberg の描像は二つの異なっているが同等な規則の組をあらわしている．いいかえれば，与えられた物理的状況に適用すると，それらは同じ観測可能な予言を与える．ある点では Heisenberg の描像は技術的に明確な有利さを持っている．たとえば，それは場の量子論では特に便利である．しかし，この本では，いままでに記述してきた Schrödinger の描像の規則の組で一貫して考えるほうが実際的である．このために Heisenberg の描像の定式にはごく簡単に触れるだけにする．

簡単のために(この仮定は本質的ではない)時間に依らない Hamilton 関数を考えよう．すると Schrödinger 方程式(3-2)は，$|\psi(t_0)\rangle$ が知られているという初期条件とともに，

$$|\psi(t)\rangle = U(t, t_0)|\psi(t_0)\rangle \tag{5-25}$$

と書ける．ここで

$$U(t_0, t_0) = 1, \tag{5-26}$$

$$U^\dagger(t, t_0)U(t, t_0) = U(t, t_0)U^\dagger(t, t_0) = 1, \tag{5-27}$$

$$i\hbar\frac{dU(t, t_0)}{dt} = HU(t, t_0) \tag{5-28}$$

である．初期条件(5-26)を満足するこの作用素方程式の解は

$$U(t, t_0) = \exp[-i\hbar^{-1}H(t-t_0)] \tag{5-29}$$

である．ここで作用素 e^A は指数関数の形式的展開によって定義されている．

さて，考えている集団 E を，$|\psi(t)\rangle$ によってでなく，ケット

$$|\phi(t)\rangle = V(t)|\psi(t)\rangle \tag{5-30}$$

によって記述しよう．ここで $V(t)$ は任意の与えられたユニタリー作用素である(したがって ψ と ϕ のノルムは同じである)．前に示したように，時刻 t において測られるオブザーバブルの平均値に対する予言が変らない限り，定式の物理的内容は何も変っていない．いままでの記述では，これらの平均値は

$$\bar{A} = \frac{\langle \psi(t) | A | \psi(t) \rangle}{\langle \psi(t) | \psi(t) \rangle} \tag{5-31}$$

によって与えられるから，新しい記述では，それは

$$\bar{A} = \frac{\langle \phi(t) | V(t) A [V(t)]^{-1} | \phi(t) \rangle}{\langle \phi(t) | \phi(t) \rangle}, \tag{5-32}$$

すなわち

$$\bar{A} = \frac{\langle \phi(t) | A'(t) | \phi(t) \rangle}{\langle \phi(t) | \phi(t) \rangle} \tag{5-33}$$

によって与えられるはずである．ここで

$$A'(t) = V(t) A [V(t)]^{-1} \tag{5-34}$$

である．Heisenberg の描像は特別な選択

$$V(t) = U(t, t_0)^{-1} \tag{5-35}$$

に対応し，したがって，(5-25), (5-26), (5-30)式から

$$|\phi(t)\rangle = |\psi(t_0)\rangle = |\phi(t_0)\rangle \equiv |\phi\rangle \tag{5-36}$$

となる．いいかえれば，Heisenberg の描像では，E を記述し(5-36)式で定義されるケット $|\phi\rangle$ は時間的に変化しない．他方，Heisenberg の描像では，オブザーバブルは作用素[(5-34)式]

$$A'(t) = U^{-1}(t) A U(t) \tag{5-37}$$

に対応する．すなわち，作用素は時間に依存する．これらの作用素がみたす微分方程式は(5-37)式から容易に導かれる(簡単のために，Schrödinger の描像において A は時間に依らないと仮定する)：

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{dA'(t)}{dt} &= U^{-1}[A, H]U \\ &= [A', H]. \end{aligned} \tag{5-38}$$

この方程式は，特に，オブザーバブルが系の Hamilton 関数と可換ならばそれは運動の恒量であることを直接的に示している．

規則6(A の測定が結果 a_k を与える確率)は，前の定式では，

$$w_k = \sum_r \frac{|\langle a_k, r | \psi(t) \rangle|^2}{\langle \psi(t) | \psi(t) \rangle} = \sum_r \frac{|\langle a_k, r | U(t, t_0) | \psi(t_0) \rangle|^2}{\langle \psi(t_0) | \psi(t_0) \rangle}$$

である．したがってそれは，(5-36)によって，新しい形式では

$$w_k=\sum_r\frac{|\langle a_k, r, t|\phi\rangle|^2}{\langle\phi|\phi\rangle} \tag{5-39}$$

となる．ここで

$$|a_k, r, t\rangle\equiv U^{-1}(t, t_0)|a_k, r\rangle \tag{5-40}$$

である．(5-33)式と(5-39)式は，Schrödingerの描像で使われた表式がHeisenbergの描像に移せることを示している．けれども，今度は，オブザーバブルの測定のさい見出されうる値に結びついたケットはそれ自身時間に依存するケット $|a_k, r, t\rangle$ である．さらに，これらのケットの時間依存性はその系に働いている力をあらわすHamilton関数 H によって決定される．$|a_k, r, t\rangle$ は**与えられた時刻 t における**オブザーバブルの完全系の固有ベクトルだから，これらの特徴は予期されたものである．

第2部
密度行列と混合

量子物理学では，しばしば，状態ベクトルで記述できない集団を考える必要がある．たとえば，同等でない状態ベクトルによって記述されるいくつかの部分集団によって集団が成されるときがそうである．それはまた，大きな系のすべての部分系の集団を考えるほとんどの場合にも起る．そのような場合を効果的に扱う非常に便利な手段が密度行列である．

この部は二つの章から成る．初めの章(第6章)は数学的定式の入門である．その目的は密度行列のすべての性質の系統的なまとめを与えることではない．それよりは，われわれの考える特殊な応用，すなわち，混合の記述，混合のいろいろな種類，および分離不能性と観測理論に結びついた諸問題にもっとも役立つ諸性質を述べる．これが，密度行列のよく知られたいくつかの性質がなぜ第6章で触れられず，逆に教科書には述べられていない命題がなぜ示されているかの理由である．

この部の2番目の章(第7章)では混合の物理的概念の記述と吟味を述べる．混合の理論の伝統的な面とともに，特に本義および転義混合の概念を導入し，その物理的な違いを示す．また，オブザーバブルが系において一つの性質を持つと言えるのはどんな場合か，そしてそのことがどんな帰結を生じるかを研究する——これは，混合の理論のもっと形式的な記述ではふつう明白に述べられず，したがって曖昧な答しか与えられないままになっている問題である．

第6章　密度行列形式

密度行列形式とその量子統計集団への応用のよく知られた初等的な叙述と並

んで，この本でさらに行われる多くの展開を理解するのに特に役立ついくつかの命題の証明がこの章には述べられている．これらの命題は便宜上ここに集めてあるが，あるものは以下でたえず使われ，あるものは稀にしか使われない．後者は 6.5 節と 6.6 節で扱われるが，これは初めて読むときには飛ばしてもよい．

6.1　密度行列

定義

$E_1, \cdots, E_\alpha, \cdots, E_\mu$ を同じ型の物理系の μ 個の集団，N_α を E_α の要素の数，$\hat{E}$ をいろいろな E_α のすべての要素 $N=N_1+\cdots+N_\alpha+\cdots+N_\mu$ 個の集団としよう．さらに，各々の E_α は規格化されたケット $|\phi_\alpha\rangle$ で記述できるとする（ケット $|\phi_\alpha\rangle$ は必ずしも互いに直交していない）．そのとき作用素

$$\rho = \sum_{\alpha=1}^{\mu} |\phi_\alpha\rangle \frac{N_\alpha}{N} \langle\phi_\alpha| \tag{6-1}$$

は“集団 $\hat{E}$ の統計作用素 statistical operator”と呼ばれる．正確にいえば ρ は作用素であって行列ではないけれども，しばしば $\hat{E}$ に結びついた**密度行列** density matrix とも呼ばれる．

いくつかの数学的性質

ρ の基本的な数学的性質は次のとおりである．

(i) **ρ は Hermite 的である．**

(ii) **ρ は正定値である．** すなわち，任意の $|u\rangle$ に対して

$$\langle u|\rho|u\rangle \geq 0. \tag{6-2}$$

(iii) 作用素の対角和（または跡 trace）を対応する行列の任意の行列表現での対角和として定義しよう（対角和の値が表現の選び方に依らないことは容易に証明される）．すると

$$\mathrm{Tr}(\rho) = 1. \tag{6-3}$$

これは(6-1)式から

$$\begin{aligned}\mathrm{Tr}(\rho) &= \sum_{\alpha, n}\left(\frac{N_\alpha}{N}\right)\langle\phi_\alpha|n\rangle\langle n|\phi_\alpha\rangle \\ &= \sum_{\alpha}\left(\frac{N_\alpha}{N}\right)\langle\phi_\alpha|\phi_\alpha\rangle = 1\end{aligned} \tag{6-4}$$

によって導かれる．

性質(i), (ii)および(iii)から次の結果が導かれる．

(iv) 任意の行列表現における ρ の対角線要素はすべて負ではない．特に，ρ の固有値は負ではない．

これは(ii)からただちに出る結論である．

(v) ρ の固有値 p_n は

$$0 \leq p_n \leq 1 \tag{6-5}$$

をみたす． これは性質(iii)と(iv)とから出る．

(vi) もし ρ が射影作用素ならば，それは1次元の部分空間に射影する．

もし ρ が射影作用素ならば

$$\rho^2 = \rho \tag{6-6}$$

である．任意の与えられた固有値についても同じ代数式が成り立つ:

$$p_n{}^2 = p_n. \tag{6-7}$$

ゆえに $p_n=0$ または $p_n=1$ である．しかし，性質(iii)から

$$\sum_n p_n = 1 \tag{6-8}$$

だから，ただ一つの固有値だけが1であり，他のすべては0である．したがって一般的な表式 $\rho=\sum_n |n\rangle p_n\langle n|$ はこの場合一つの項だけになる．証明終り．

(vii)
$$\mathrm{Tr}(\rho^2) \leq 1 \tag{6-9}$$

であり，等号は ρ が射影作用素であるときだけ成り立つ．

この不等式は，超平面(6-8)上の負でない座標 p_n を持つ点はどれも超球面

$$\mathrm{Tr}(\rho^2) \equiv \sum_n p_n{}^2 = 1 \tag{6-10}$$

の外にはないことの結果である．

他方，$p_1, \cdots, p_n$ が(6-8)式と(6-10)式を同時にみたすならば，それらは

$$\sum_n p_n(1-p_n) = 0 \tag{6-11}$$

をもみたす．和の中の各項は不等式(6-5)によりどれも負でないから，それらはすべて0である．すると(6-8)式からただ一つの p_n だけが1であり，他はすべて0である．証明終り．

(viii) **$\boldsymbol{\rho}$ が(6-1)式のように書かれたとき，$\boldsymbol{\rho}$ が射影作用素であるための必要十分条件はすべての $\boldsymbol{\phi_\alpha}$ が位相因子を除いて同じであること，いいかえれば，(6-1)式の和が一つの項に帰着することである．**

条件は明らかに十分である．必要であることを示すには，(6-1)式を使って次のように書く：

$$\begin{aligned}\mathrm{Tr}(\rho^2) &= \sum_{\alpha,\beta,n}\frac{N_\alpha N_\beta}{N^2}\langle n|\phi_\alpha\rangle\langle\phi_\alpha|\phi_\beta\rangle\langle\phi_\beta|n\rangle \\ &= \sum_{\alpha,\beta,n}\frac{N_\alpha N_\beta}{N^2}\langle\phi_\alpha|\phi_\beta\rangle\langle\phi_\beta|n\rangle\langle n|\phi_\alpha\rangle \\ &= \sum_{\alpha,\beta}\frac{N_\alpha N_\beta}{N^2}|\langle\phi_\alpha|\phi_\beta\rangle|^2.\end{aligned}$$

条件 $\mathrm{Tr}(\rho^2)=1$ は，したがって，次の式を与える：

$$\sum_{\alpha,\beta}N_\alpha N_\beta|\langle\phi_\alpha|\phi_\beta\rangle|^2 = N^2 = \left(\sum_\alpha N_\alpha\right)^2 = \sum_{\alpha,\beta}N_\alpha N_\beta,$$

すなわち

$$\sum_{\alpha,\beta}N_\alpha N_\beta(1-|\langle\phi_\alpha|\phi_\beta\rangle|^2) = 0.$$

$|\phi_\alpha\rangle$ はすべて規格化されているから，和のどの数も負でない．したがって各項がすべて0でなければならない．すると，N_α と N_β がどちらも0でないと仮定すると

$$|\langle\phi_\alpha|\phi_\beta\rangle|^2 = 1 \equiv \langle\phi_\alpha|\phi_\alpha\rangle\langle\phi_\beta|\phi_\beta\rangle.$$

これは Cauchy-Schwarz の不等式が等式に帰着する場合である．したがってこの等式が意味することは，任意の α, β に対して

$$|\phi_\alpha\rangle = \lambda_{\alpha\beta}|\phi_\beta\rangle \tag{6-12}$$

であるということである．さらに，$|\phi_\alpha\rangle$ と $|\phi_\beta\rangle$ はどちらも規格化されているから，$\lambda_{\alpha\beta}$ の絶対値は1に等しい．証明終り．

量子力学の概念的な意味内容についてのあらゆる議論において，上述の命題のそれぞれ，とくに命題(viii)の役割は本質的である．

6.2　純粋な場合と混合

純粋な場合*

状態ベクトル $|\psi\rangle$ によって記述されうる集団 E は**純粋な場合** pure case と呼ばれる.

E を(規格化された)ケット $|\psi\rangle$ によって記述するかわりに，密度行列

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| \tag{6-13}$$

によって記述することができる．これは射影作用素である．A をオブザーバブルとしよう．すると

$$\begin{aligned}\mathrm{Tr}(\rho A) &= \sum_n \langle n|\psi\rangle\langle\psi|A|n\rangle \\ &= \sum_n \langle\psi|A|n\rangle\langle n|\psi\rangle = \langle\psi|A|\psi\rangle.\end{aligned}$$

したがって，この形式では，オブザーバブル A の平均値は

$$\bar{A} = \mathrm{Tr}(\rho A) \tag{6-14}$$

によって与えられる．同様に

$$P(a_k) = \sum_r |a_k, r\rangle\langle a_k, r|$$

を，固有値 a_k に対応する A の固有ベクトルによって張られる部分空間 H_k への射影作用素とすると

$$\begin{aligned}\mathrm{Tr}[\rho P(a_k)] &= \sum_{n,r} \langle n|\psi\rangle\langle\psi|a_k, r\rangle\langle a_k, r|n\rangle \\ &= \sum_r |\langle a_k, r|\psi\rangle|^2.\end{aligned}$$

ゆえに，A の測定に対して値 a_k という結果が予言される統計頻度は，ちょうど，

$$w_k = \mathrm{Tr}[\rho P(a_k)] \tag{6-15}$$

である.

混合

いくつかの部分集団 E_α のすべての要素を結びつけて得られる集団 $\hat{E}$ は**混合**

---

* これは von Neumann(前出)による**純粋な場合**のもともとの定義ではない．しかし二つの定義は，すべての Hermite 作用素がオブザーバブルに対応するときには，同等である．くわしくは第7章を見よ.

mixtureである．ただしこれは，後に見るように，この概念の一般的な定義ではない．もしも各々のE_αが状態ベクトル$|\phi_\alpha\rangle$によって記述でき，そしてこれらの$|\phi_\alpha\rangle$がすべて，位相因子を除いても，等しくないならば，得られる混合は純粋な場合ではない．われわれは“混合”という言葉を，純粋な場合を除いた制限された意味に使うものと約束する．

$\hat{E}$を(6-1)式で定義された密度行列ρで記述するとたいへん便利である．任意のオブザーバブルAの$\hat{E}$での平均値は

$$\bar{A}=\frac{1}{N}\sum_\alpha N_\alpha \bar{A}_\alpha,$$

ここで$\bar{A}_\alpha$はAのE_αでの平均値である．すると(6-14)式から

$$\bar{A}=\frac{1}{N}\sum_\alpha N_\alpha \operatorname{Tr}(|\phi_\alpha\rangle\langle\phi_\alpha|A)=\operatorname{Tr}(\rho A).$$

ゆえに，純粋状態に対して導かれた，平均値に対する式(6-14)は，ここで考えている混合に対しても同様に成り立つ．観測の確率を導く式(6-15)に対しても同じであることが，同様の議論から示される．このような混合を純粋状態から区別するのは，混合を記述する密度行列が射影作用素ではない，すなわち

$$\rho^2 \neq \rho$$

ということである．これは上の命題(viii)から導かれる．この命題は，もしも(6-1)で表わされる密度行列が射影作用素であれば，すべての作用素$|\phi_\alpha\rangle\langle\phi_\alpha|$は互いに等しいことを示している．そのような場合には，$\hat{E}$は，$|\phi_\alpha\rangle\langle\phi_\alpha|$によって，あるいは対応するケット$|\phi_\alpha\rangle$によって記述される純粋な場合になる．

最後に，もしも集団$\hat{E}$が純粋な場合でないならば，密度行列ρを(6-1)の形に表わすいくつものやり方があることは注意しておく必要がある．たとえば，もしも$|\phi_\alpha\rangle$が互いに直交しなければ，行列ρが対角線的であるような表現$|n, r\rangle$を考えることは常に可能である．そのときρは

$$\rho=\sum_{n,r}|n, r\rangle p_n\langle n, r| \tag{6-16}$$

とあらわせる．(6-16)式においてρの固有値p_nは，もちろん，$\{|n, r\rangle\}$を固有ベクトルとして持つ両立可能なオブザーバブルの組の完全測定が，nで表わされる値の組を与える統計頻度である．

注意

密度行列の興味ある性質を示そう．それは，オブザーバブル A の測定が一つの特定の結果 a_n を与えることが確実に知られている場合に関係している．そのとき(6-1)式と(6-15)式から

$$\sum_{\alpha,r}\frac{N_\alpha}{N}|\langle a_k, r|\phi_\alpha\rangle|^2=\delta_{k,n}$$

が導かれる．仮定によって N_α はすべて0でないから，これは n と違う任意の k に対して

$$\langle a_k, r|\phi_\alpha\rangle=0$$

であることを示す．いいかえれば，それはすべての $|\phi_\alpha\rangle$ が部分空間 H_n に属すことを示す．両立可能なオブザーバブル $A, B, C, \cdots$ の同時測定が結果 $a_n, b_m, c_l, \cdots$ を与えることが確実に知られている場合には，前の議論は，$|\phi_\alpha\rangle$ がすべて部分空間 $H_n, H_m, H_l, \cdots$ の交わりに含まれることを示す．この交わりが1次元の場合には，$\hat{E}$ は $a_n, b_m, c_l, \cdots$ に共通な固有ベクトルによって記述される純粋な場合に帰着する．性質(iv)と任意の密度行列を(6-16)の形に書く可能性とによって，この結果は任意の密度行列に対して，それが(6-1)のような形に具体的に与えられているか否かに関係なく，成り立つ．

6.3　密度行列の時間依存性

ρ を純粋な場合または先に定義したような混合を記述する密度行列としよう．ρ は一般式(6-1)によってあらわされる．Schrödinger 表示における $|\phi_\alpha\rangle$ の時間依存性は(5-25)によって与えられるから

$$\rho(t)=U(t, t_0)\rho(t_0)U^\dagger(t, t_0). \tag{6-17}$$

$U(t, t_0)$ の時間的変化に対する式(5-28)および $U^\dagger(t, t_0)$ についての対応する式とによって，(6-17)は

$$i\hbar\frac{d\rho(t)}{dt}=[H, \rho] \tag{6-18}$$

を与える．(6-18)式は“密度行列に対する Schrödinger 方程式”と呼ばれる．(5-38)式との(符号を除いての)形式的類似性にもかかわらず，それは Schrödinger の描像において成り立つ．

$$\rho^2(t) = U(t, t_0)\rho(t_0)U^\dagger(t, t_0)U(t, t_0)\rho(t_0)U^\dagger(t, t_0)$$
$$= U(t, t_0)\rho^2(t_0)U^\dagger(t, t_0)$$

だから，もし $\rho^2(t_0)=\rho(t_0)$ ならば

$$\rho^2(t) = \rho(t)$$

であることは重要である．いいかえれば，もしも系の集団が純粋な場合であったならば，それは，時間発展がSchrödinger方程式(3-2)によって支配されている限り，混合に発展することはありえない．

6.4　量子規則の別の定式

第3章で与えた規則は状態ベクトルによってあらわしうる集団に対してだけ適用される．上に示したように，これらの規則はこの章で述べる密度行列の規則を結果として含んでいる．しかし，その代りに密度行列の規則を直接定式化することも可能である．そのときには後者が基礎的な公理として選ばれ，第3章で述べた規則はこの公理の特殊な結果に過ぎないものとなる．新しい定式では，集団は(純粋な場合であれ混合であれ)密度行列によって直接に記述され，そしてオブザーバブルはやはりHermite作用素によって記述される．予言された測定結果の統計分布と平均値を与える規則は，それぞれ(6-15)と(6-14)である．

このようにすれば，量子力学の規則は純粋状態だけでなく混合に対しても直接適用される．これは，形式上，明らかな長所である．密度行列によって定義された混合の場合には，新しい定式はもう一つの利点を持っている．前に述べたようにそのような混合は**一つ**でなく**いくつか**の $\hat{E}$ のような物理的混合に同等だから，状態ベクトルによる前の定式は，必然的に，状態ベクトルの選び方に或る任意性を含んでいる．新しい定式はそういう欠陥を持たない．

最後に，このような考察は，量子力学の簡明でもありまた非常に一般的でもある別の公理論的定式化への道を開いたことを述べておかなければならない．その一つはBirkoffとvon Neumann[1]に遡り，さらにvon Weizsäcker[2], Mackey[3], JauchとPiron[4], [5]その他によって進められた．この研究方法の基本的な構造はすべての“イエス”-“ノー”設問の集合である．この集合は，数学的には，束をなしている．普通の量子力学の原理をすべて再現するには付

加的な公理が必要なので，この方法はある程度の融通性を持っておりこれは何か利点を生じる可能性がある．たとえば，Jauch[6]はそれから出発して，以下に示すいくつかの困難を除くような，量子力学の一つの変更を提案した．この変更は，同時に，量子論の予言のあるものを変える．したがってそれは**新しい**理論を始めるものであって，ここでの研究の範囲外になる．

もう一つの公理論的定式化がJordan, Wignerおよびvon Neumann[7]によって始められ，Segal[8], HaagおよびKastler[9]その他によって進められた．その基本的な発想は，すべての有界なオブザーバブルの集合に一つの代数構造を与え，理論形式と実験とを次に述べる平均値の規則によって関係づけようとするものである．すなわち**任意のオブザーバブル A の，同じ型の系の集団における測定結果の平均値は，そのオブザーバブルに対応する代数の元 A の実数で正の線型汎関数 $m(A)$ である**．この場合もまた，Hilbert空間，密度行列などによる普通の定式は，全く一般的な性質の，何らかの付加的な仮定をつけ加えることによって，再現できることが示される．現在では代数は，オブザーバブルに結びつかない，非Hermite的な元を含むように拡張されている．

これらの公理論的理論は明らかな形式的長所を持ち，非常に示唆的な研究分野となっている[9]．しかし，初等的な量子力学の適用領域では，それらは結局は密度行列および/または状態ベクトルにもとづく定式と全く同等であることを記憶すべきである．この理由で後者は，依然として，われわれの研究の主要課題である．これからは，われわれは“量子規則”という表現は“密度行列および/または状態ベクトルを扱う規則”を意味するものと理解する．われわれは仮定Qを，次のように述べ直すことによって，もっとはっきりさせることができる．

仮定Q′　系の集団 E が系 S についての未来の観測に依らずに指定されているとき，その集団 E の要素に本来属しているオブザーバブルの測定結果の統計的予言のためには，E は必ずある密度行列によって記述できる．“本来属する”という言葉が意味するのは，そのオブザーバブルが S についての操作だけで測れるということである．いいかえれば，他の系との相関は除外される．

このように理解された“初等的な量子力学”の研究がこの本の主要課題である．しかし，われわれの研究の範囲でのこの制限の重要な例外がある．それは

第12章の内容であって，それ自身で完結しており，命題束に基礎をおく公理論の仮定よりもさらに広い一般性を持つ仮定にもとづいている．

6.5 同一の密度行列によって定義される混合*

6.2節の最後のところで，与えられた密度行列はふつうただ一つの集団ではなく，(その節で定義した)集団 $\hat{E}$ の型のすべて互いに異なる多数の――ふつうは無限個の――集団を記述することがわかった．この節の目的はこの現象についてさらに知識を提供することである．

密度行列が縮退した固有値 p_n を持つときは，いうまでもなく，対応する直交固有ベクトルの選び方は無限に多数ある．いいかえれば，この密度行列を持つ無限に多くの混合が存在する．r と s が縮退をあらわす添字だとして，$\{|n, r\rangle\}$ と $\{|n, s\rangle\}$ が固有値 p_n に対応する直交固有ベクトルの二つの組であるとしよう．すると $|n, s\rangle$ は $|n, r\rangle$ の1次結合として書くことができ，逆も成り立つ．これは，もちろん，任意の縮退した固有値に対して成り立つ．$|n, r\rangle$ が直交規格化ケットであるときに，密度行列が

$$\rho = \sum_{n,r} |n, r\rangle p_n \langle n, r| \tag{6-16}$$

のようにあらわされるならば，p_n は ρ の0でない固有値であり，$|n, r\rangle$ は対応する固有ベクトルである．もし ρ が(6-16)式によっても表わされ，また $|m, s\rangle$ が別の直交規格化ケットであるときに

$$\rho = \sum_{m,s} |m, s\rangle q_m \langle m, s| \tag{6-16a}$$

によってもあらわされるならば，$\{q_m\}$ は $\{p_n\}$ と同じであり，$|m, s\rangle$ は $|n, r\rangle$ の1次結合であることがわかる．そのような場合のもっとも簡単な例は，スピン1/2の粒子の偏極していない粒子線によって与えられる．対応する密度行列は(任意の直交系において)

$$\rho = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

---

* この節と次の節は，最初に読むときは，飛ばしてよい．

である．それは

$$\rho = \frac{1}{2}[\,|u_+\rangle\langle u_+|+|u_-\rangle\langle u_-|\,]$$

のようにも

$$\rho = \frac{1}{2}[\,|v_+\rangle\langle v_+|+|v_-\rangle\langle v_-|\,]$$

のようにも，また

$$\rho = \frac{1}{2}[\,|w_+\rangle\langle w_+|+|w_-\rangle\langle w_-|\,]$$

のようにも書ける．ここで

$$\begin{aligned}&|u_\pm\rangle,\\ &|v_\pm\rangle = 2^{-1/2}(\,|u_+\rangle \pm |u_-\rangle),\\ &|w_\pm\rangle = 2^{-1/2}(\,|u_+\rangle \pm i\,|u_-\rangle)\end{aligned}$$

は三つの互いに直交する軸の方向へのスピン成分の固有ベクトルである．

ここで一般的な問題を考えよう．それは次のように述べることができる．N 個の系の一つの混合があり，そのうち N_α 個が規格化されたケット $|\phi_\alpha\rangle$ $(\sum_\alpha N_\alpha = N)$ で記述される純粋な場合を成すとしよう；次に上と同じ型の N 個の系のもう一つの混合があり，今度はそのうちの N_i 個が規格化されたケット $|\psi_i\rangle$ $(\sum_i N_i = N)$ で記述される純粋な場合を成すとしよう；そしてこの二つの混合が同じ密度行列 ρ を持つと仮定したとき，$|\psi_i\rangle$ と $|\phi_\alpha\rangle$ との関係について何が言えるか．この問題と上で調べたものとの間の違いは，ここでは $|\psi_i\rangle$ が互いに直交すると仮定していないことである．実際は，それらが互いに1次独立であることさえ仮定していない．$|\phi_\alpha\rangle$ についてもそういうことは何も仮定されていない．

さて，$\{|n\rangle\}$ が ρ の固有ベクトルの完全系であるとしよう．さらに，$\{|m\rangle\}$ を ρ の0でない固有値に対応する $\{|n\rangle\}$ の部分集合とし，$\{|t\rangle\}$ をその補集合，すなわち固有値0に対応するもの，とする．仮定によって

$$\rho = \sum_\alpha |\phi_\alpha\rangle\frac{N_\alpha}{N}\langle\phi_\alpha| = \sum_i |\psi_i\rangle\frac{N_i}{N}\langle\psi_i| \tag{6-19}$$

であって，すべての数 N, N_α, N_i は0より大きい．$|n\rangle$ に対応する固有値は

$$p_n = \rho_{nn} = \langle n|\rho|n\rangle = \sum_\alpha \frac{N_\alpha}{N}|\langle n|\phi_\alpha\rangle|^2$$

$$= \sum_i \frac{N_i}{N}|\langle n|\psi_i\rangle|^2 \tag{6-20}$$

によって与えられる.

ところでこれらの二つの和のそれぞれで，係数 $N_\alpha/N, N_i/N$ は0でなく正である．したがって $p_t=0$ から

$$\langle t|\phi_\alpha\rangle = \langle t|\psi_i\rangle = 0 \tag{6-21}$$

が出る．ゆえに展開

$$|\phi_\alpha\rangle = \sum_n |n\rangle\langle n|\phi_\alpha\rangle, \tag{6-22}$$

$$|\psi_i\rangle = \sum_n |n\rangle\langle n|\psi_i\rangle \tag{6-23}$$

は，それぞれ，

$$|\phi_\alpha\rangle = \sum_m |m\rangle\langle m|\phi_\alpha\rangle, \tag{6-24}$$

$$|\psi_i\rangle = \sum_m |m\rangle\langle m|\psi_i\rangle \tag{6-25}$$

になる．他方，ρ は表現 $\{|n\rangle\}$ において対角線的であり，固有値は p_n である．したがって，(6-19)式を $|n\rangle$ に作用させると

$$p_n|n\rangle = \sum_\alpha \frac{N_\alpha}{N}|\phi_\alpha\rangle\langle\phi_\alpha|n\rangle \tag{6-26}$$

を得る．$n=m$ に対して $p_n \neq 0$ だから，(6-26)式は任意の $|m\rangle$ が $|\phi_\alpha\rangle$ の1次結合であることを示している．任意の $|\psi_i\rangle$ はベクトル $|m\rangle$ の1次結合だから[(6-25)式を見よ]，任意の $|\psi_i\rangle$ は $|\phi_\alpha\rangle$ の1次結合である．同じ議論はまた，もちろん，任意の $|\phi_\alpha\rangle$ が $|\psi_i\rangle$ の1次結合であることを示す．いいかえれば，次の命題が成り立つことが示された.

命題

もしも二つの本義混合 proper mixture が同じ密度行列によって記述されるならば，そのうちの一つの混合の部分集団をあらわす任意の状態ベクトルは，

他方の混合の部分集団をあらわす状態ベクトルの1次結合としてあらわすことができる．

6.6　相関についての命題*

$\{|u_i\rangle\}$ と $\{|v_r\rangle\}$ を，それぞれ規格化された直交基底として持つ二つの Hilbert 空間 $H^{(u)}$ と $H^{(v)}$ のテンソル積を G とする．A を G における作用素としよう．これからあと役に立つ一つの概念は，それぞれ $H^{(u)}$ と $H^{(v)}$ についての**部分対角和** $\mathrm{Tr}^{(u)}A$ と $\mathrm{Tr}^{(v)}A$ である．もしも A が式

$$A = \sum_{i,j;s,r} A_{i,r;j,s}|u_i\rangle\langle u_j|\otimes|v_r\rangle\langle v_s|$$

によって展開されるならば，定義によって

$$\mathrm{Tr}^{(u)}A = \sum_k \langle u_k|A|u_k\rangle = \sum_{k,r,s} A_{k,r;k,s}|v_r\rangle\langle v_s|$$

であり，$\mathrm{Tr}^{(v)}A$ に対しても同様の式が成り立つ．

ここで U と V をかつて相互作用した二つの系とし，$H^{(u)}$ と $H^{(v)}$ を，それぞれ，U と V に対応する二つの有限次元の Hilbert 空間とし，そして ρ_1 を複合系 $\Sigma=U+V$ の集団を記述する密度行列とする．そのとき ρ_1 は Hilbert 空間 $G=H^{(u)}\otimes H^{(v)}$ で作用する．

ρ_1 の，それぞれ，$H^{(u)}$ と $H^{(v)}$ の上での部分対角和として，

$$\rho = \mathrm{Tr}^{(u)}\rho_1, \tag{6-27}$$

$$\rho' = \mathrm{Tr}^{(v)}\rho_1 \tag{6-28}$$

を定義しよう．$\{|u_i\rangle\}$ を，その上で ρ' が対角線的であるような $H^{(u)}$ の規格化された直交基底とする．ρ_1 は常に

$$\rho_1 = \sum_n p_n|\psi_n\rangle\langle\psi_n| \tag{6-29}$$

と書ける．p_n は確率であって $p_n>0\,(\sum_n p_n=1)$ である．$|\psi_n\rangle$ は

$$|\psi_n\rangle = \sum_i |u_i\rangle|\Phi_i^{(n)}\rangle \tag{6-30}$$

---

*　この命題(命題1)は本来，第16章で議論される問題点を証明するのに役立つものである．この本で展開される議論の一般的な道筋から外れることを望まない読者はこの節を後の機会にまわすことをすすめる．

と書くことができ，このように定義された非直交ケット $|\Phi_i^{(n)}\rangle$ は $H^{(v)}$ のベクトルである．ρ' は $\{|u_i\rangle\}$ において対角線的だから

$$\rho' = \sum_i r_i |u_i\rangle\langle u_i| \tag{6-31}$$

と書ける．他方

$$\rho_1 = \sum_{n,i,j} p_n |u_i\rangle\langle u_j| \otimes |\Phi_i^{(n)}\rangle\langle\Phi_j^{(n)}| \tag{6-32}$$

であり，もし $\{|v_s\rangle\}$ が $H^{(v)}$ の基底であるならば，(6-28)式から

$$\begin{aligned}\rho' &= \sum_{n,i,j} p_n |u_i\rangle\langle u_j| \sum_s \langle v_s|\Phi_i^{(n)}\rangle\langle\Phi_j^{(n)}|v_s\rangle \\ &= \sum_{i,j} |u_i\rangle\langle u_j| \sum_n p_n \langle\Phi_j^{(n)}|\Phi_i^{(n)}\rangle.\end{aligned} \tag{6-33}$$

二つの式(6-31)と(6-33)を $\langle u_k|$ と $|u_l\rangle$ ではさむと

$$r_k \delta_{kl} = \sum_n p_n \langle\Phi_l^{(n)}|\Phi_k^{(n)}\rangle \tag{6-34}$$

を得る．特に，もし $r_k=0$ ならば

$$\sum_n p_n \|\Phi_k^{(n)}\|^2 = 0$$

である．ゆえに，p_n は正だから，

$$r_k = 0 \Longrightarrow |\Phi_k^{(n)}\rangle = 0, \qquad \forall n. \tag{6-35}$$

(6-35)で得られたのは次のレンマである．

レンマ

$|\varphi_n\rangle$ の表式(6-30)は ρ' の0でない固有値 r_i に対応するベクトル $|u_i\rangle$ だけを含む．

このレンマから興味ある結果が導かれる．

系 U の集団が純粋な場合を考えよう．そのとき ρ' のただ一つの固有値だけが——それを添字1であらわそう——0でない(そしてもちろん1に等しい)．レンマによって ρ_1 は次のように書ける：

$$\rho_1 = |u_1\rangle\langle u_1| \otimes \rho \tag{6-36}$$

あるいは

$$\rho_1 = \rho' \otimes \rho. \tag{6-37}$$

ところで，容易に確かめられるように，ρ_1 が ρ と ρ' とのテンソル積に書けるときには，$A=a_n$ かつ $B=b_m$ (A と B は，それぞれ，U と V に関するオブザーバブルである) であるための確率は $A=a_n$ である確率と $B=b_m$ である確率との積に等しい．ゆえに，よく知られているように，この場合は U と V との間に相関が無い場合である．したがって(6-37)は次の命題に導く[10], [11].

命題1

U が純粋状態であるときには，U と V との間には相関は無い.

この重要な命題が以下のように一般化できることは興味の無いことではない．一般の場合には次のことは容易にわかる．

$$\rho = \sum_{n,k} p_n |\Phi_k{}^{(n)}\rangle\langle\Phi_k{}^{(n)}| \tag{6-38}$$

であり，また(6-31)と(6-34)から

$$\rho' = \sum_{n,i} p_n |u_i\rangle\langle u_i| \|\Phi_i{}^{(n)}\|^2 \tag{6-39}$$

だから

$$1 = \mathrm{Tr}(\rho') = \sum_{n,i} p_n \|\Phi_i{}^{(n)}\|^2. \tag{6-40}$$

ふたたび A は U のオブザーバブル，B は V のオブザーバブル，そして $\bar{A}$, $\bar{B}$ はそれらの平均値としよう．すると

$$\bar{A} = \mathrm{Tr}(\rho' A) = \sum_{n,i} p_n A_{ii} \|\Phi_i{}^{(n)}\|^2, \tag{6-41}$$

$$\bar{B} = \mathrm{Tr}(\rho B) = \sum_{n,k} p_n \langle\Phi_k{}^{(n)}|B|\Phi_k{}^{(n)}\rangle, \tag{6-42}$$

$$\overline{AB} = \mathrm{Tr}(\rho_1 AB) = \sum_{n,i,j} p_n A_{ij} \langle\Phi_i{}^{(n)}|B|\Phi_j{}^{(n)}\rangle. \tag{6-43}$$

ρ' のある固有値――一般性を失わずに，$r_{p+1}, \cdots, r_N$ としてよい；N は $H^{(u)}$ の次元数である――が 0 である場合を考えよう．そのとき，A として，基底 $\{|u_i\rangle\}$ において，

$$A_{ij} = \lambda\delta_{ij} \qquad (i<p,\ \ j<p) \tag{6-44}$$

をみたす行列であらわされるオブザーバブルを選ぼう．すると，(6-35)によって

$$\bar{A} = \lambda$$

であり，また

$$\overline{AB} = \lambda\sum_{n,i} p_n \langle \Phi_i^{(n)} | B | \Phi_i^{(n)} \rangle \tag{6-45}$$

であるから

$$\overline{AB} = \bar{A}\bar{B} \tag{6-46}$$

である．

$$A_1 = A - \bar{A}, \tag{6-47}$$

$$B_1 = B - \bar{B} \tag{6-48}$$

とおくと

$$\overline{A_1B_1} = \overline{AB} - \bar{A}\bar{B} - \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B} = \overline{AB} - \bar{A}\bar{B}.$$

ゆえに，(6-46)によって

$$l = \overline{A_1B_1}(\bar{A}_1{}^2\bar{B}_1{}^2)^{-1/2} = 0. \tag{6-49}$$

実験的に得られる量lは普通の確率論ではAとBとの間の**相関係数**と呼ばれているものである．したがってわれわれは次の主張が成り立つことを証明したことになる[11]．

命題 2

もしρ'の固有値$r_{p+1}, \cdots, r_N$が0であり，AがUのオブザーバブルであってその行列が，ρ'が対角線的である表現において，(6-44)をみたすものであるならば，そのとき**Aと系Vの任意のオブザーバブルとの間の相関係数は0である．**

注意 1

命題1と2の証明で，系Uの集団を記述する密度行列はただ一つ，すなわちρ'だけが存在することが暗黙のうちに仮定されている．もしその集団が二つの異なる密度行列によって記述されるならば，ρ'の固有値の一つだけが0と異なることを要求する必要はない(密度行列の一つが(6-28)式で与えられるρ'であり，**他の**一つがその固有値の一つだけが0と異なればよい)．7.1節で示されるように，同じ集団を二つの(同等な)密度行列で記述する可能性は，考えている系の必ずしもすべてのHermite作用素がオブザーバブルに対応しないときに起りうる．ゆえにここでは命題1と2は系Uに結びついたすべてのHermite作用素がオブザーバブルに対応するときにだけ証明されている．

注意 2

“相関”という言葉について，次のことを注意しておこう．確率論における——そして上の議論でも——その意味は日常言語における普通の意味と完全には一致しない．たとえば N 個のスピン 1/2 の粒子 U がすべて“上向き”スピンを持ち，それぞれの U には“下向き”スピンを持ったスピン 1/2 の粒子 V がともなっている場合を考えよう．U と V の O_z の方向のスピン成分は相関していると思われるかも知れない．しかし，確率論の言葉ではそうではないのである．なぜかというと，四つの可能な結果(上向き，上向き；上向き，下向き；下向き，上向き；下向き，下向き)を見出す確率は，どの場合にも，それぞれ U だけあるいは V だけに関する確率の積に等しいからである．

文　献

[1] G. Birkoff and J. von Neumann, *Ann. Math.* **37**, 823(1936).

[2] C. F. von Weizsäcker, *Naturwissenschaften* **42**, 521(1955).

[3] G. Mackey, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, W. A. Benjamin, New York, 1963.

[4] C. Piron, *Helv. Phys. Acta* **37**, 439(1963).

[5] J. M. Jauch and C. Piron, *Helv. Phys. Acta* **42**, 849(1969).

[6] J. M. Jauch in *Foundations of Quantum Mechanics, Proceedings of the Enrico Fermi International Summer School*, Course IL, Academic Press, New York, 1971.

[7] J. von Neumann, P. Jordan, and E. P. Wigner, *Ann. Math.* **35**, 29(1934).

[8] I. B. Segal, *Ann. Math.* **48**, 930(1947).

[9] R. Haag and D. Kastler, *J. Math. Phys.* **5**, 848(1964). また，A. M. Gleason, *J. Math. Mech.* **6**, 885(1957); H. Margenau and J. L. Park, *Int. J. Theor. Phys.* **1**, 211(1965).

[10] M. G. Doncel, L. Michel, and F. Minnaert in *Matrices-Densités de Polarisation, Summer School of Gif-sur-Yvette*, 1970, R. Salmeron, Ed., Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique, Paris.

[11] B. d'Espagnat, *Lett. Nuovo Cimento*, **2**(16), 823(1971).

密度行列についてさらに読むものとしては

U. Fano, *Rev. Mod. Phys.* **29**, 74(1957).

公理論的研究についてさらに読むものとしては

J. M. Jauch, *Foundations of Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1968.

第7章　混　　合

混合とその記述について，第6章では，必要な数学的理論の比較的初等的ないくつかの面を説明した．いうまでもなく，その理論はかなりの程度まで拡張することができる．それについては，すでにたくさんの文献がある．われわれにとってもっと興味のあることは(そしてまた，多くの著書がそれほどくわしく調べていないことは)，それらの定式について可能な物理的解釈の問題である．それを明らかにする手初めの簡単な手段として，**転義** improper 混合と**本義** proper 混合との間のあまり使われていないけれど役に立つ区別を導入する．次に，集団の均質性あるいは不均質性の問題，および，密度行列の観測可能性と，Hermite 作用素とオブザーバブルとの関係という二つの関連した問題を研究する．また，“これこれのオブザーバブルが系においてこれこれの値を**持つ**”という文章に与えうる意味についても議論する．

7.1　作用素とオブザーバブル

オブザーバブルは Hermite 作用素によって記述される．量子力学の初期には，それは1対1対応と信じられていた．もっとはっきり言えば，(i)すべてのオブザーバブルはある Hermite 作用素に関係づけられる，(ii)すべての Hermite 作用素はオブザーバブルに対応する，という仮定がされていた．

第1の仮定に反対の説得力のある証拠はまだ見つかっていないように思われる(反対の意見としては文献[1]がある)．他方，仮定(ii)は間違っていることが今日では知られている．Wick, Wightman と Wigner[2]は，物理学には**超選択則**が存在して，それによれば，よく知られた状態(荷電スピンの多重項の全荷電の違う状態のような)のある1次結合は物理的に実現されえないということを実際に示した*．その結果，それに伴う射影作用素はオブザーバブルに対応しない．こうして超選択則は仮定(ii)に対する反例を与え，それが正しくないことを示している．さらに一般的に，よく知られたオブザーバブルに結びつい

* 異なる固有値に対応する固有ベクトルを重ね合せることが物理的に不可能であるようなオブザーバブルは，しばしば，“超選択荷電”と呼ばれる．

た作用素の関数であるが，それに対するオブザーバブルが(すなわち，それを測定する装置が)まだ見つかっていないような多くのHermite作用素を考えることができる*.

どの作用素がオブザーバブルに対応し，どれがそうでないかをきめる問題は非常に難しい．いまのところ，満足な答は知られていないように思われる．それにもかかわらず，この問題と別の似た問題，すなわち“密度行列が測定可能な系はどんなものか”という問題との関係を研究することは興味あることである．たとえば，“もしもあるHilbert空間に対応するある型の系が観測可能な密度行列を持つならば，その空間上で定義されたすべてのHermite作用素は観測可能である”と言えるだろうか？　また逆の命題は本当だろうか.

ある型の系に対応する密度行列が観測可能であるというとき，それはどういう意味であろうか．この型の十分多数の系の集団Eが与えられたとしよう．まずそれを，Eの中で無作為に選んだものを要素とする部分集団E_λに分けよう．もしも，E_λについての適当な測定の結果から，Eを記述する行列ρの，あるきまった表現における，すべての行列要素の値を導くことができるならば，ρは測定可能であるという.

注意

もしも$\mathscr{H}$のすべてのHermite作用素Qがオブザーバブルであるならば，それは与えられた集団Eにおいて，任意のHermite作用素Qに対応する量

$$\mathrm{Tr}(\rho Q)$$

を測定することができる(これはEを十分に多くの部分集団に分けて平均値を測ることによって簡単に行われる)ことを意味する．とくに，われわれは

$$|i\rangle\langle j|+|j\rangle\langle i| \quad \text{および} \quad i(|i\rangle\langle j|-|j\rangle\langle i|)$$

によって与えられる，Q作用素に対応する量$\mathrm{Tr}(\rho Q)$を測ることができる．ここで$\{|i\rangle\}$は表現を定義するものである．上の量は密度行列の行列要素ρ_{ij}を与えるから，これらの行列要素は観測可能である.

---

* ただし，Lamb [3] の研究は，それまで考えられていたよりも多くのHermite作用素が，原理的には，観測可能であることを示している.

7.2　本義および転義混合

与えられた時刻 t において，二つの部分系 U と V から成る N 個の物理系 Σ の集団 $\mathcal{E}$ を，規格化されたケット

$$|\psi\rangle = \sum_{i,j} c_{ij} |v_i\rangle |u_j\rangle \tag{7-1}$$

で記述しよう．Hilbert 空間 $H^{(u)}(H^{(v)})$ が系 $U(V)$ に付随し，$\{|u_i\rangle\}(\{|v_i\rangle\})$ は $H^{(u)}(H^{(v)})$ における直交規格化ケットの完全系である．こういう状況は，U と V が過去に相互作用したときに(たとえば，Schrödinger 方程式にしたがう時間的発展の結果として)しばしば起る．ここでわれわれが注目するのは**系 V の集団**であって，それを E と名づける．A を系 V に属するオブザーバブルとする．

$\mathcal{E}$ における A の平均値は

$$\bar{A} = \langle\psi|A|\psi\rangle = \sum_{i,j,r,s} c^*_{ij} c_{rs} \langle v_i | \langle u_j | A | v_r\rangle | u_s\rangle \tag{7-2}$$

である．いうまでもなく $\bar{A}$ は E における A の平均値でもある．A が系 V に属するということは作用素 A は $H^{(u)}$ におけるベクトルには影響しないことを意味するから，(7-2)式は次のように書ける：

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \sum_{i,j,r} c^*_{ij} c_{rj} \langle v_i | A | v_r\rangle \\ &= \sum \rho_{ri} A_{ir} = \mathrm{Tr}(\rho A).\end{aligned} \tag{7-3}$$

ここで

$$A_{ir} = \langle v_i | A | v_r\rangle, \tag{7-4}$$

$$\rho_{ri} = \sum_j c_{rj} c^*_{ij}, \tag{7-5}$$

$$\rho = \sum_{r,i} |v_r\rangle \rho_{ri} \langle v_i|. \tag{7-6}$$

量

$$\rho_{rs;ij} = c_{rs} c^*_{ij} \tag{7-7}$$

は Σ を表現 $|v_i\rangle|u_j\rangle$ において記述する密度行列 ρ_1 の行列要素だから，(7-5)は

$$\rho_{ri} = \sum_j \rho_{rj;ij} \tag{7-8}$$

と書け，(7-6)式は

$$\rho = \mathrm{Tr}^{(u)}\rho_1 \tag{7-9}$$

と書ける．ここで

$$\rho_1 = \sum_{\substack{r,s\\i,j}} |v_r\rangle |u_s\rangle \rho_{rs;ij} \langle v_i| \langle u_j| \tag{7-10}$$

であり，また記号 $\mathrm{Tr}^{(u)}$(部分対角和)は，すでに知っているように，作用素の対角和が $H^{(u)}$ においてだけとられることを意味する：

$$\mathrm{Tr}^{(u)}\rho_1 = \sum_t \langle u_t | \rho_1 | u_t \rangle. \tag{7-11}$$

E が状態ベクトルによって記述される集団 E_α の混合であるときにオブザーバブルの平均値を与える表式(6-14)が，形式的に，今考えている V の集団 E に対しても拡張できることを，(7-3)式は示している．同様に，統計頻度に対する式(6-15)も系 V の集団に拡張できる．これらの拡張は，系 V の集団の密度行列が表式(7-5)および(7-6)で定義されることを要求するだけである．さらに，これらの表式で定義される ρ は6.1節の性質(i)，(ii)および(iii)をみたすことが容易に確かめられる．したがってそれはまた性質(iv)，(v)および(vii)をも持つ．最後に

$$\mathrm{Tr}(\rho^2) \leq 1 \tag{7-12}$$

が証明できる．

これらのすべての点で，ここで考える集団 E は，6.1節と6.2節に出てきた混合 $\hat{E}$ と違わない．これはきわめて注目すべきことである．これは“混合”という一般的な名前を E の型の集団にまで拡張するふつうの約束の動機である．けれども，E の型の任意の集団が $\hat{E}$ の型の集団に同定されうることが証明されるまでは，そのような約束を完全に――すなわち，保留あるいは限定なしに――認めることはできない．だから，果してそうであるかどうかを，すべての実現可能な観測を考えることによって，調べよう．

一見したところ，二つの概念を同一とする議論は強力に見える．事実，系の集団についての任意の測定はいつでもその集団についての平均値の測定に帰着できることがよく知られている．その結果，もし E が V のような N 個の部分系の集団であり，そして p_n と $|n,r\rangle$ が，それぞれ，E に結びついた密度行列(7-6)の固有値と固有ベクトルであるならば，E_α の型の部分集団(すなわち，各

との E_α はケットで記述できる)から成り，そして系 V だけに関するどんな測定*によっても E と区別できないような混合 $\hat{E}$ が存在する．この E は，ケット $|n, r\rangle$ によって記述され，そして Np_n 個存在する，集団 E_n からできている．もしわれわれが系 V についてだけ測定をすることができ，系 U についてはできないならば，そのような集団を $\hat{E}$ の型の混合から区別することはできないはずである．われわれが，V に関する量とともに，系 U と V との間の適当に選ばれた限られた数の相関しか測定できないときも，容易に示されるように，同じことが成り立つ．後者の場合が実際にはしばしば起るので，$\hat{E}$ あるいは E の型のどちらの集団を記述するのにも“混合”という一般的な名前を使うことは，応用上はまったく便利である．

けれども，基礎的な問題を研究するときには，事情はまったく違う．仮定Q(4.2節)を考えてみよう．T は何個かのある型の物理系 S であり，D は T の型の一つの物理系のみに関するオブザーバブルの集合であるとする(したがって，S と S が過去に相互作用した別の系との相関のような，一つの系 S と他の系とにともに属するようなオブザーバブルは除外されている)．そのとき仮定Qが正確に意味するのは次のことである．集合 D に属する任意のオブザーバブルの測定結果の予言に関して，その系についての未来の観測によらずに指定されているような系 S の任意の集団 E は，第6章で述べた性質を持つ少くとも1個の密度行列 ρ によって記述できる．この場合，簡単に E は ρ によって記述できるという．

次に仮定Qによって次のことを証明することができる．少くとも，すべての Hermite 作用素がオブザーバブルに対応するような系 $\Sigma=U+V$ に対しては，“系 U の集団と系 V の集団はどちらもそれぞれ6.2節ですでに述べた型の混合($\hat{E}$ の型)である”という仮定(以下aとする)は，一般に，(7-1)式と矛盾する．

このことを示すために，次のことをおぼえておこう．6.2節で(物理的な言葉で)定義され(6-1)式によって数学的に記述される混合は(定義によって)，そのすべての要素が $H^{(u)}$ のケット $|\varphi_\alpha\rangle$ によって(この型の系に完全に属しているオブザーバブルについての予言に関しては)記述される部分集団 E_α の一員である

＊ 同じ集団の要素の間の相関の測定も除外する．10.2節を見よ．

ようなものである．もし仮定 a が本当ならば，U の各 σ はある E_α に属し，同様に，V の各 σ はすべての V の部分集団 F_m に属し，F_m はまた $H^{(v)}$ のあるケット $|f_m\rangle$ によって記述できるだろう．すると，部分系 U が E_α に属し**そして**部分系 V が F_m に属すような，すべての系 Σ の部分集合 $\mathcal{E}_{\alpha,m}$ を考えることができる．そのとき，すべての系 Σ の集合 $\mathcal{E}$ はこれらの $\mathcal{E}_{\alpha,m}$ すべてを合せたものに過ぎない．仮定 Q によって各 σ の $\mathcal{E}_{\alpha,m}$ が量子集団でありしたがって密度行列 $\rho_{\alpha,m}$ で記述できる．いいかえれば，Σ の型の系に属するすべてのオブザーバブルについて，測定結果の正しい予言を与える密度行列 $\rho_{\alpha,m}$ が少くとも一つ存在する．そのような $\rho_{\alpha,m}$ は，とくに，U だけに属するオブザーバブル**および** V だけに属するオブザーバブルの両方について，正しい予言を与えるに違いない．しかし $H^{(u)}\otimes H^{(v)}$ においてそういう予言を与えるような(すなわち，とくに，U のオブザーバブル $|\varphi_\beta\rangle\langle\varphi_\beta|$ に対して値 1 を見出すことの確率 $\delta_{\alpha\beta}$ と V のオブザーバブル $|f_n\rangle\langle f_n|$ に対して値 1 を見出すことの確率 δ_{mn} とを与えるような)密度行列は，6.2 節の終りの注意からわかるように，

$$\rho_{\alpha,m} = |\varphi_\alpha\rangle|f_m\rangle\langle\varphi_\alpha|\langle f_m| \tag{7-13}$$

だけである．ゆえに $\mathcal{E}_{\alpha,m}$ は $\rho_{\alpha,m}$(またはケット $|\varphi_\alpha\rangle|f_m\rangle$)によって記述される純粋な場合である．

これらの条件のもとでは，$\mathcal{E}$ がすべての $\mathcal{E}_{\alpha,m}$ を合せたものとして表わせるはずだということは，それがまたすべての $\rho_{\alpha,m}$ の重みをつけた和

$$\rho' = \sum_{\alpha,m} p_{\alpha,m}\rho_{\alpha,m} \tag{7-13a}$$

によって表わされ，したがって $\mathcal{E}$ はこれらすべての異なる部分集団の混合であるはずだということを意味する．ところが $\mathcal{E}$ は，定義によって，ケット(7-1)または，同じことであるが，密度行列

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| \tag{7-14}$$

によって記述される．6.1 節の命題(viii)は ρ と ρ' が必ず(いうまでもなく，$|\psi\rangle$ が U の Hilbert 空間におけるベクトルと V の Hilbert 空間におけるベクトルとの積である場合を除いて)違うことを示している．ところで，もしも Σ の Hilbert 空間におけるすべての Hermite 作用素がオブザーバブルであり，そして密度行列が系の集団 $\mathcal{E}$ を記述するならば，密度行列のすべての行列要素 ρ_{ij}

は，7.1節で示したように観測可能である．したがって，同一の$\mathcal{E}$が一つ以上の密度行列によって記述できるとは考えられない．それは，もし$\mathcal{E}$が与えられれば，任意の行列要素ρ_{ij}の測定の結果はきまるからである．ゆえにρとρ'がどちらも$\mathcal{E}$を記述するというのは矛盾である．ρが与えられた集団$\mathcal{E}$を記述す**る**ということが知られているのだから，ρ'はそうでないことになる．証明終り．

明らかに，この証明の本質は$\mathcal{E}$が原理的に$\mathcal{E}_{\alpha,m}$の型の集団でできている**任意の**混合から区別できることにある．そのような区別を可能にする測定は，言うまでもなく，系Uに属するオブザーバブルと系Vに属するオブザーバブルとの間の相関の測定である．

E型の混合と$\hat{E}$型の混合とは原理的に操作的に違う概念だから，少くとも基本的な問題を論じるときには，言葉の上でも区別するのが適当である[4]．以下では，$\hat{E}$型およびE型の混合を表わすのに，それぞれ，**本義**および**転義**混合という言い方を使う*.

注意1

(6-1)式および命題(viii)で考えられた集団$\hat{E}$は**有限**個のE_αから成っている．しかし，命題(viii)の証明を，したがってまた上の証明を，添字αが連続的に変化する(ゆえにE_αの数が無限大である)場合に拡張することは，$|\varphi_\alpha\rangle$が1に規格化できる限り，わけないことである．$|\varphi_\alpha\rangle$がδ関数に規格化されている場合も何の問題も生じない．それは理想化された極限であり，そういうものとして扱えばよいからである．

注意2

すべてのHermite作用素がオブザーバブルに対応するという仮定と仮定Qとはどちらも証明に必要である．第1のものに対する必要性は明らかである．第2の仮定の必要性はよく考えてみると，とりわけ7.5節の内容によって，明らかになる．これは，カッコつきで，物理学の基礎における数学的発展の役割の例証として役立ちうる．明らかにこの役割はきわ立ったものであるが，けっしてこれがすべてではない．これらの問題では，重要だが数学的ではない考察も必要であった．したがって，ますます強まりつつある理論の形式化が，それ

* **第1種**および**第2種**の混合という言葉も使われている．

自身で，量子論の基礎にあるすべての基本的な問題に答える普遍的な手段になると信じることは誤りであろう．

7.3　集団の均質性

この節は，von Neumann[5]が初めて研究した，次の問題を扱う．“どのような場合に，集団Eを二つ(またはそれ以上)の異なる集団に分割することが可能か．”

この問題の定式に含まれている概念をはっきりさせることがまず必要である．そのため，次の二つの定義を与えよう．

定義(a)は分割の概念に関係している．集団Eが二つの集団E_1とE_2に分割されうるというとき，それは，その操作を実際に行えることを意味しない．われわれが考えているのは，次の性質を持つ集団E_1とE_2を考える抽象的可能性だけである．すなわち，E_1とE_2との要素の全体の数はEの要素の数Nであり，そして，すべてのオブザーバブルに対して，未来の測定結果の統計頻度(すなわち，確率)は，EについてのものがE_1とE_2との混合についてのものと正確に等しいようなものである(定義によって，E_1とE_2の混合とは，E_1のすべての要素**プラス**E_2のすべての要素から成る集団である)．

定義(b)は単に“異なる”という言葉の定義である．あるオブザーバブルAについての未来の測定結果の統計頻度が二つの集団で異なっているならば，その二つの集団はオブザーバブルAについて異なるという．また，二つの集団がそれについて異なるようなオブザーバブルAが少くとも一つ存在するならば，二つの集団は異なると言う．

定義(a)と定義(b)を結びつけると，集団Eは，次の(i)と(ii)が成り立つときにそしてその時に限って，二つの**異なる**集団E_1とE_2に分割できる．(i)すべてのオブザーバブルの未来の統計頻度(あるいは，同じことであるが，平均値)は，Eについてのものと，E_1とE_2の混合についてのものとは同じである，(ii)それらの同じ統計頻度あるいは平均値は，それにもかかわらず，E_2におけるものはE_1におけるものと(したがってまたEにおけるものと)異なる．

すべてのHermite作用素がオブザーバブルを代表するものであると仮定すると，前に証明したように，考えている集団の密度行列は観測可能である．も

し集団 E が二つの集団 E_1 と E_2 とに分割できるならば，そのとき対応する密度行列 ρ, ρ_1, ρ_2 は

$$N\rho = N_1\rho_1 + N_2\rho_2 \tag{7-15}$$

を満足しなければならない．ここで N, N_1, N_2 は，それぞれ，E, E_1, E_2 における要素の数である．もしそうでなければ，あるオブザーバブル A の未来の統計頻度 $\mathrm{Tr}(\rho P_a)$ は，E についてのものが，E_1 **プラス** E_2 の混合についてのものと違うからである（ここで P_a は A の固有値 a に属する固有空間へ射影する射影作用素である）．これらの条件の下では，(7-15)式に従う二つの異なる密度行列 ρ_1 と ρ_2 が存在するならばそしてその時に限って，E は二つの部分集団に分割できる．密度行列の一般性質を考慮することにより，そのような行列は ρ が1次元射影作用素で**なければ**そしてその時に限って見出すことができることが容易に証明される（72ページの問題4と5を見よ）．

こうして，もし二つの異なる部分集団に分割できない集団 E を単純 elementary と呼ぶことに定義すれば，次の命題を得る．

命題

単純集団は純粋な場合である（すなわち，状態ベクトルで記述できる）．そして純粋な場合は単純である．

注意1

この命題の成立は，すべての Hermite 作用素がオブザーバブルに対応するという仮定（あるいは，密度行列が測定可能な量であるというより弱い仮定）に依っていることを記憶しておかなければならない．もしこれらの仮定のどちらも成り立たないならば，命題は誤りである．たとえば，もしある座標系においてスピン1/2の系のスピンの第3成分 σ_3 だけが測定可能であるとすると，たとえば σ_1 の固有ベクトルによって記述される純粋な場合は単純ではない．なぜそうなるかというと，先の定義(a)によって，それは，σ_3 の固有ベクトルの一つによって記述される，二つの部分集団に分割できるからである．

注意2

逆に，$\rho^2 < \rho$ をみたす密度行列 ρ が与えられたとしよう．対応する集団 E は混合であり，すべてのオブザーバブルのこの集団における平均値は，いうまでもなく，ρ によって与えられる．これらのデータは，ρ が作用するよりも大きな

Hilbert空間$\mathcal{H}$を導入しEを$\mathcal{H}$におけるケットによって(すなわち純粋な場合として)表わすことによって，すべて再現できることを示すことができる．これはよく知られているGelfand-Naimark-Segalの構成の応用である(たとえば文献[6]を見よ)．その場合にどうなっているかというと，いうまでもなく，$\mathcal{H}$におけるいくつかのHermite作用素がオブザーバブルでないので，ここでの純粋な場合は単純でないのである．

注意3

集団Eが二つの異なる部分集団E_1とE_2に分割できるというとき，先の定義(a)で定義したまったく特定の技術的な意味にだけ理解しなければならない．特に，これはEの**中での**相関がE_1とE_2の混合の中での相関と必ず同じになることを意味しない．また，Eの要素が他の系と相互作用をしたとするとき，それらの系とEの要素との間の相関が，EをE_1とE_2の混合で置きかえたときに正しく再現されることも意味しない．実際，これらは二つとも成り立たない．特に，EをE_1とE_2との混合と同一視できるのは，普通は，本義および転義の混合の違いを無視するときだけである．

7.4　系において値を持つオブザーバブル*

時刻tにおいて，N_n個の系Sから成る集団E_nを考えよう．(i)E_nは，系Sについてのまだなされていない観測の結果にはよらずに**定義され**ており，(ii)それにもかかわらず，もしオブザーバブルAを時刻tのすぐあとで測定すれば，E_nのすべての要素についてa_n(Aの固有値の一つ)という結果が得られることを，**ともかく**知っていると仮定しよう．両方の仮定をみたすすべてのE_nの類が空集合であるとはいえないから，われわれは，そうでないと仮定する．

仮定QあるいはQ′(4.2節と6.4節を見よ)と結びつけると，仮定(i)は，系Sに本来属しているオブザーバブルの未来の測定の結果について，正しい統計的予言を与える密度行列が存在することを保証する．この密度行列ρ_nは系SのHilbert空間$\mathcal{H}$で作用する．したがって対角化と適当な操作によって必ず次の形に書ける：

---

* 7.4節と7.5節の内容は，初めに読むときは，とばすのがよい．

$$\rho_n = \sum_{k,r} p_{n,k} |n, k, r\rangle\langle n, k, r|, \tag{7-16}$$

ここで $p_{n,k}$ と $|n, k, r\rangle$ は，それぞれ，その固有値と固有ベクトルである．さらに一般的には，それは無限に多くの仕方で

$$\rho_n = \sum_{\alpha} q_{n,\alpha} |\varphi_{n,\alpha}\rangle\langle\varphi_{n,\alpha}| \tag{7-17}$$

の形に書ける[(6-1)式を見よ]．ここで $q_{n,\alpha}$ は α についての和が1であるような正の数であり，$|\varphi_{n,\alpha}\rangle$ は $\mathscr{H}$ の規格化されたベクトルである．ここで仮定(ii)を導入しよう．すると6.2節の最後の注意は次の結論に導く．

命題 S

上の仮定(i)と(ii)が正しいならば，(7-17)のベクトル $|\varphi_{n,\alpha}\rangle$（または(7-16)のベクトル $|n, k, r\rangle$）は，すべて必ず，A の固有値 a_n に対応する $\mathscr{H}$ の部分空間 $\mathscr{H}_n$ に属する．

条件 R の導入

この節のおもな課題に移ろう．“物理量 A が系 S において定まった値をとる”という文章にはどのような意味を与えるべきであろうか．概念的には，少くとも3種類の答を考えることができる．第1は数学的なもので，“S が作用素 A の固有状態にあるならば，対応するオブザーバブルは S において値を持つ”というようなものである．このような定義は，Hilbert 空間のかわりに代数を使うなど，もっと精緻な数学で定式化することもできる．いうまでもなく，われわれは，それらのどれも悪いというつもりはない．それどころか，仮定によってそれらは正しい．けれども強調しなければならないのは，それらは定義として不十分であり，そして，どんな数学的な工夫にもまったく関係なしに，そうであるほかないという事である．これは，その定義が抽象的概念を問題にしているからである．問題の系がこれこれの状態ベクトルを持つとか，あるいは，ある代数の上のこれこれの正定値汎関数であるとか，あるいはそれに付随した……であるとかいうことを，われわれはどのようにして知ることができるだろうか．そしてそのような命題は正確には，すなわちオブザーバブルの言葉では，何を意味するのか？　これらは関連した疑問である[7]．

したがってわれわれは第2の型の答を考え，その方がより満足なものであろ

うと考えざるをえない．この型は操作的な定義によって構成される．それはたとえば次のようなものである．帰納的な推論の原理が成り立つことを仮定しよう．そして，はっきり指定された方法で準備されたすべて同一のN個の系Sの集団Eを考え，そのSの内の$N-1$個についてのAの測定がすべて同じ結果aを与えた場合を考えよう．そのときわれわれは，N番目の系についての測定も結果aを与えるであろうことを知ることができる．そして，このことを，この最後の系Sが値aを持つ(測定が行われるに先立って)と主張する定義として使うことができる．

もしわれわれが純粋に操作主義的な哲学の領域に留まるならば，この定義は，全部ではないにしても，ほとんどの場合を扱うのに十分であるだろう．けれども，具合の悪いことに，多くの人はその領域内に一貫して留まることはできないのである．たとえば，ある巨視的対象Mの重心は，Mがどんな種類の集団の一員であるかには無関係に，他の対象に対して相対的に空間のある領域にあって他にはないと“本当に”いうことができることを，多くの人は信じている．すると関連した疑問が生じる．その信念をもっと明確に定式化して，それが首尾一貫して表現されうるかどうか検討することができるだろうか．もしできるならば，オブザーバブルが値aを持つという言葉の意味の第3の型の定義が得られることになる．しかしこの目標はまったく野心的である．だから第1歩として(この章で扱うのはこれだけである)，心要条件を定式化するのがよい．それは条件Rと呼ばれるもので，系Sにおいて定義されたオブザーバブルが(量子力学において)時刻tにおいて一定の値をとるとしうるための必要条件である．以下でわかるように，この条件もまた，系Sの準備について何かが知られている時にしか定式化できない*．それは，同様に準備された他の系が，Aの測定において，すべてが同じ結果aに導かなかった場合にもみたされうる．それを定式化するために，量子規則の普遍性が仮定されており，したがってすでに次の事を知っているという事を使わなければならない．それは系の集団において“Aが時刻tに値aを持つ”というような文章が何か観測可能な結論に導くということ，少くともそれを――明らかにふつうの使い方が示すように――

* したがってこの条件自身条件付きである．もし準備について何も知らないならば，それはいつもみたされていると言ってよい．

"もし t のすぐあとで A をこれらの系について測るならば，a という結果が系の各々について得られるだろう"という意味に解釈するならば観測可能な結果を導くということである．この結果はそのとき前述の命題Sが成り立つことから出てくるものである．それは他のオブザーバブル B の測定が時刻 $t'>t$ にこの系について行われるときの結果の統計的予言 $\{P_B\}$ として表現できる．

これらの事を念頭に置いて，系 S の集団 E を導入し，次の主張を考えよう．"E において，（個別的にはっきり指定された*）N_n 個の系が，時刻 t において，オブザーバブル A に対して値 a_n を**持つ**．" さらに次の仮定をしよう．これは**仮定Z**と呼ばれるもので，それは，いま述べた主張が各々の n に対して成り立つようなある正の数 $N_n(\sum_n N_n=N)$ と A のある固有値 a_n が存在するということである．仮定Zの制限内で，上の命題Sは，時刻 t において $A=a_n$ を持っていた N_n 個の系から成る部分集団 E_n の，任意の時刻 $t'>t$ における，もっとも一般的な量子力学的記述を与える．この記述から，E_n の要素についての，他のオブザーバブル B の t' における測定結果に関する統計的予言 $\{P_B\}_n$ を導くことができる．また，これから，仮定Zが成り立つ場合には，同じ測定が E のすべての要素について与える結果に関する統計的予言 $\{P_B\}$ をも導くことができる．これらの予言によって，最後に，条件Rの定式が可能になる．

条件R

仮定Zを認めるための必要条件は次のように述べることができる．"**任意の**オブザーバブル B に関して次のことが成り立たなければならない．上で定義された統計的予言 $\{P_B\}$ は，E の初めの**準備**について知られていることから，普通の量子力学の規則を使って――同じ時刻 t' に対して――仮定Zを使わずに，直接に導かれたものと矛盾しない．"**

---

*　これは単に次のことを意味する．もし A が個別に N_n 個の系の各々において測られたならば，結果は各々の場合に確実に a_n である．

**　はっきりさせるために一つの例をあげよう．系 S はスピン 1/2 の粒子であって，初めに，$O\hat{x}$ 方向に偏極し $O\hat{y}$ 方向に進むように準備されているとする．磁場が $O\hat{z}$ 方向に向いた Stern-Gerlach の装置は，そのような N 個の粒子からなる粒子線を二つの粒子線に分ける．分離が行われた後の時刻 t において，それぞれの粒子線には約 $N/2$ 個の粒子があり，それぞれの粒子はきまった S_z（それが属する粒子線によって $+1/2$ または $-1/2$）を持つと主張することができるか．答は否である．なぜならば，粒子線再合成の仮想的な（しかし原理的にはできるはずの）実験（第15章を見よ）が示すように，条件Rは任意の B に対してはみたされないからである．逆の場合――条件Rがみたされる――の一つの例は初めに偏極していない粒子線を考えればつくられる．

この問題では誤解が非常に入りやすいので，ここでは，あらゆる細部まではっきりさせるように注意した．しかしそのかわりに，条件Rが，結局のところは，仮定Zと系の準備から導けるものとの間の非常に簡単な平凡でさえある両立条件に過ぎないことを見落してはならない．

コメント

1. 統計的予言$\{P_B\}$が成り立つことを仮定Zから導くときに仮定QおよびQ′が使われていることをもう一度強調しよう．したがって条件Rは仮定Q(あるいはQ′)がなされたときにだけ拘束力がある．いいかえれば，それは，隠れた変数の理論においては，それが量子力学の予言を正確に再現するものであっても，拘束力が**ない**．

2. 条件Rの困難は“任意のBについて”という言葉にある．“任意の”という言葉は，われわれがふつうの言語習慣に従う限り必要である．なぜならば(他のどの文章とも同じく)“Aがaという値を持つ”という文章は，そのすべての帰結が真実でない限り真実ではありえないからである．しかし，他方，それは非常に強い要求なので，この定義の下では，きまった値を“持っている”オブザーバブルの集合Σはほとんどの場合に空になるということが起るかも知れない(なぜならば，はるかな過去にSと相互作用した系とSとの間の相関をも，Bの中に数えなければならないから)．これらの問題は観測の量子論が対処するおもな問題の中に位置づけられる．それは第14章以後でくわしく研究する．

条件Rの系

最後に，(7-17)式を使って，条件Rの系を定式化しよう．すなわち，仮定Zが首尾一貫して行えるためには，Eの部分集団E_nへの分配が存在し，各E_nはケット$|\varphi_{n,\alpha}\rangle$によって記述される純粋な状態の混合として記述可能であることが必要である．ここで各$|\varphi_{n,\alpha}\rangle$は$A$の固有値$a_n$に対応する$\mathscr{H}$(系のHilbert空間)の部分空間$\mathscr{H}_n$に属する．

7.5　量子集団と補助変数

量子力学の隠れた変数の理論(およびその従わねばならない一般的条件)の存在の可能性に関する問題は非常に重要なので別の章(第11章)で扱う．ここでは

一つの特殊な点にだけ触れよう．われわれは，特に，“補助量”という一般的概念を導入し，すべての Hermite 作用素がオブザーバブルに対応する場合には，この概念が隠れた変数の概念(以下で定義する)に帰着することを示す．

系 S の集団 E を考え，それが“純粋な場合”であると，言いかえれば，ケット $|\psi\rangle$ によって記述できるとしよう(それは，その $|\psi\rangle$ から一般原理によって導かれるすべての観測可能な結論が本当であることを意味する)．もし $|\psi\rangle$ が何個かの交換可能なオブザーバブル $A, B, \cdots, F$ の固有ベクトルであって固有値 $a_i, b_j, \cdots, f_l$ に対応するならば，7.4節の意味で，“E のすべての要素において A は値 a_i を持ち，B は値 b_j を持ち，…，F は値 f_l を持つ”と言うことができる．S と同じ型の系に付属する Hilbert 空間 $\mathscr{H}$ におけるすべての Hermite 作用素がオブザーバブルに対応する場合には，$|\psi\rangle$ がその固有値の組 $\{a_i, b_j, \cdots, f_l\}$ に対応する**ただ一つの**ベクトルであるような両立可能なオブザーバブルの組 $\{A, B, \cdots, F\}$ を見出すことができる．たとえば，$A=a_i|\psi\rangle\langle\psi|$ と選ぶことができる．この場合には，$|\psi\rangle$ は固有値 a_i に対応する A の固有ベクトルとして $\mathscr{H}$ の唯一の要素だから，$\{A, B, \cdots, F\}$ は A 自身だけに帰着する．すでに知っているように(7.3節を見よ)，この場合には，E と統計的に異なる**量子**部分集団 E_α への E の分割はできない．特に，あるオブザーバブル G(以下，“補助量”と呼ぶ)が各々の E_α においてまったくは等しくないあるきまった値をとるような分割は存在しない(実際，もしそのような分割を考えることができるならば，対応する E_α はすべて同じではない密度行列 ρ_α によって記述可能であり，6.1節の命題(viii)が破られることになる)．したがって，もしも G のような補助量の存在を仮定することを望むならば，そのときは，それが分類する部分集団 E_α が量子集団**でない**ことも仮定せざるをえない．これは仮定Qを捨てなければならないことを意味する．これに対応して，補助量 G は明らかに(その場合には)，量子力学的オブザーバブルが結びついている仕方で，$\mathscr{H}$ における Hermite 作用素に結びつくことはできない．そのために(また歴史的な理由によって)このような G は便宜上**隠れた量**あるいは，もっと普通には，隠れた変数と呼ばれる．両立可能なオブザーバブルの完全系 $\{A, B, \cdots, F\}$ は状態ベクトルを位相を除いて決定し，他のすべての量は**隠れたもの**ということができる．

ここまでわれわれは，$\mathscr{H}$ におけるすべての作用素がオブザーバブルに対応

する場合だけを考えてきた．そうでない場合には，まさに $|\varphi\rangle\langle\varphi|$ がオブザーバブルに対応しない作用素の一つであることが起りうるし，また，$|\varphi\rangle$ が $A, B, \cdots, F$ に共通であってそれらの与えられた固有値に対応する唯一の固有ベクトルであるような，可換なオブザーバブルの組 $\{A, B, \cdots, F\}$ が存在しないということが起りうる．その場合には，E の次の性質を持った量子部分集団 E_α への分割が見出されることがありうる．その性質とは，(i) $|\varphi\rangle$ から導かれる観測可能な予言の集合は E_α の量子論的記述から導かれる観測可能な予言の集合と一致する．(ii)いくつかの G は E_α の各々においてはっきり定められた値 g_α を**持ち**(ある特定の E_α を記述する密度行列が G を測定したときに値 g_α を見出す確率 **1** を与えるという意味において)，すべての g_α が等しくはない．その場合には，G のような量は，系におけるその値の知識が $|\varphi\rangle$ に含まれていない補助的な情報を成すので，ベクトル $|\varphi\rangle$ に関して**補助量**の役割をする．しかし，この場合，E_α は量子集団であり，G はしたがって普通の量子論的オブザーバブルなので，G に "隠れた変数" という名前をつける理由はない．

注意1

作用素 $|\varphi\rangle\langle\varphi|$ がオブザーバブルに対応するならば，Hermite 作用素のなかにオブザーバブルに対応しないものがある場合でも，上で考えたような E の部分集団 E_α への分割は存在し得ない(73 ページの問題 8 を見よ)．

注意2

ある時刻に E がいくつかの E_α を合体したものと同定できたとしても，その同定の可能性が他の時刻にも続くということは必ずしも成り立たない．ほとんど明らかなように，それが成り立つための十分条件は，$\mathcal{U}$ を時間発展の作用素とするとき，オブザーバブルに対応する任意の作用素 A に対して，$\mathcal{U}^{-1}A\mathcal{U}$ がまたオブザーバブルに対応するということである(問題 9 をみよ)．

注意3

オブザーバブルに対応しない Hermite 作用素がある場合には補助量の概念と隠れた変数の概念との間に差があることを，この節で明らかにした．系を状態ベクトル以上に特徴づけるのに役立つ補助量は隠れたものでないかも知れないから，そのような量の導入が隠れた変数の理論にたずさわることだと述べるのは慎重でなければならない．他方，注意2は "隠れて" いないそのような補

助量を考える可能性はあまり興味のないものであることを示している．そのような補助量が瞬間的にしか存在しないような場合にはこれは明らかである(注意2を見よ)．そして，その反対の場合にもまたそうである．なぜかというと，その時には，どのような場合に考えている集団を“純粋な場合”として記述し，あるいは補助量によって分割すべきかが明らかでないからである．

たとえば，考えている T という型の系の Hilbert 空間が次のような性質を持つ直交規格化基底を持つ場合が起る．それは，その基底上で，T のすべてのオブザーバブル——Hamilton 関数を含む——を記述する行列の0でない行列要素が同じ型に並び，第1対角線に沿った重ならない四角形から成っている場合である．その場合には，ある混合はわれわれの言葉では“純粋な場合”として同等に記述できる．すなわち，それは一意的なベクトル $|\phi\rangle$ を使って記述できる．E をそのような混合としよう．E に対して上のような記述を選んだとき，その行列が対角線的で対角線要素がどの与えられた四角形の中でもすべて等しいような量 Q は E に対する補助量の役割をし，また Hamilton 関数と可換である．考えている集団は，Q の一定の値に対応するいくつかの部分集団に分けることができ，その分割は任意の時刻に引きつづいて成り立つ．他方，もしそういうことが成り立つならば，E を，混合として扱わずに，まず $|\phi\rangle$ によって記述しなければならない理由は見出せない．この事はまた，状態 $|\phi\rangle$(少くともある時刻に，混合から区別された単純性の特徴を示す状態として理解された)は物理的に作り出せないというふうに表現することもできる．こうしてわれわれは上のような場合に，超選択則が存在するときに生じる条件を認識する．量 Q は明らかに対応する超選択荷電の役をしている．もし $|\phi\rangle$ が用い**られる**ならば，Q はそれについての補助量として役立つ．しかし普通のもっと簡単なやりかたは $|\phi\rangle$ をまったく使わないことである*.

以上の考察はよく知られた荷電 Q の例を使って示すことができる．N_p 個の陽子(記号 p)と N_n 個の中性子(記号 n)から成る集団は，その集団について行いうるすべての観測可能な予言に関して，状態ベクトル

$$|\phi\rangle = N^{-1/2}(N_p{}^{1/2}|p\rangle + N_n{}^{1/2}|n\rangle) \tag{7-18}$$

* 時間的発展の作用素がそのような $|\phi\rangle$ に導くことは決してないことを考えると，このことは特に適切と思われる．

によって，混合

$$\rho = N^{-1}(N_p|p\rangle\langle p| + N_n|n\rangle\langle n|) \tag{7-19}$$

によってとまったく同じに，記述することができる．$|\psi\rangle$による記述が選ばれるならば，Qは補助量として役立ちうる．しかし，われわれはそのような集団を陽子の集団と中性子の集団とを寄せ集めることによってしかつくることができないから，そういう選びかたは非常に人為的である．$|\psi\rangle$のような状態が“作り出せない”という言葉が理解されるのはその意味である(上を見よ)．Qは超選択荷電である．

文献

[1] H. Margenau and J. L. Park, *Int. J. Theor. Phys.* **1**, 211(1968).
[2] G. C. Wick, A. Wightman, and E. Wigner, *Phys. Rev.* **88**, 101(1952).
[3] W. E. Lamb, Jr., *Phys. Today* **22**(4), 23(1969).
[4] B. d'Espagnat, *Conceptions de la Physique Contemporaine*, Hermann, Paris, 1965; contribution to *Preludes in Theoretical Physics: In Honour of V. F. Weisskopf*, A. de Shalit, H. Feshbach, and L. van Hove, Eds., North-Holland, Amsterdam, 1966, p. 185.
[5] J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1955.
[6] M. Guenin in *Lectures in Theoretical Physics*, Vol. **IXA**, W. Brittin, A. Barut, and M. Guenin, Eds., Gordon and Breach, New York, 1967.
[7] B. d'Espagnat, *Nuovo Cimento*, **21B**, 233(1974).

第2部の問題

問題1

二つのスピン$\frac{1}{2}$粒子のスピンを二つのベクトル作用素$\boldsymbol{S}^{(1)}=\frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$と$\boldsymbol{S}^{(2)}=\frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^{(2)}$によって記述しよう．恒等式

$$(\boldsymbol{S}^{(1)}+\boldsymbol{S}^{(2)})^2 = \boldsymbol{S}^{(1)2}+\boldsymbol{S}^{(2)2}+2(\boldsymbol{S}^{(1)}\cdot\boldsymbol{S}^{(2)})$$

を使って，2粒子系の一重状態($s=0$)と三重状態($s=1$)への作用素$\boldsymbol{\sigma}^{(1)}\cdot\boldsymbol{\sigma}^{(2)}$の作用を書け．ここで$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$はPauli行列であり，関係式$\boldsymbol{J}^2|J, M\rangle = J(J+1)|J, M\rangle$および角運動量の理論は知られているとする．

問題2

問題1の結果を使って，三重状態および一重状態への射影作用素を，$\boldsymbol{\sigma}^{(1)}\cdot\boldsymbol{\sigma}^{(2)}$によってあらわせ.

この結果を使って，一重状態を記述する密度行列をあらわせ.

問題3

問題2のやり方を使って，スピンが$\boldsymbol{n}$方向に向いているスピン$\frac{1}{2}$粒子の密度行列が

$$\frac{1}{2}[1+(\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n})]$$

であることを示せ.

問題4

教科書でCauchy-Schwarzの不等式を証明するのに使われる一般的な方法によって，もしρ_1とρ_2が密度行列であるならば

$$\mathrm{Tr}\,(\rho_1\rho_2)\leq 1$$

であり，等号は$\rho_1=\rho_2$に対してだけ成り立つことを示せ.

この事を使って，もしρが純粋な場合を記述し，かつ

$$\rho=a_1\rho_1+a_2\rho_2 \qquad (a_1>0,\ a_2>0,\ \rho_1\text{と}\rho_2\text{は密度行列})$$

であるならば

$$\rho_1=\rho_2=\rho$$

であることを示せ.

問題5

ρ_1とρ_2が有限次元のHilbert空間で作用すると仮定し，問題4の最後の結果を，6.1節の命題(viii)の証明に使った方法によって，直接に証明せよ.（ヒント：まず$a_1+a_2=1$を示し，次にρ_1とρ_2を(6-1)式に従って展開せよ.）

問題6

ρの正定値性(不等式(6-2))を使って，一般化されたCauchy-Schwarzの不等式$|\rho_{j,i}|^2\leq\rho_{i,i}\rho_{j,j}$を証明せよ.（ヒント：$|c\rangle=|e_i\rangle+\lambda|e_j\rangle$を導入せよ.）

問題7

(6-49)式で定義された量lの大きさは，常に，1より小さいか1に等しいことを示せ.

問題 8

必ずしもすべての Hermite 作用素がオブザーバブルに対応しない場合を考えよう．この場合にも，もし E がケット $|\psi\rangle$ によって記述される集団であり，かつ，作用素 $|\psi\rangle\langle\psi|$ がオブザーバブルに対応するならば，7.5 節で考えたような量子部分集団 E_α への E の分割を考えることはできないことを示せ．（ヒント：オブザーバブル $|\psi\rangle\langle\psi|$ は値 $+1$ をとる確率が 1 であることを使え．）

問題 9

7.5 節の注意 2 が成り立つことを証明せよ．

第3部
量子論的分離不能性

一度相互作用した量子系の“分離不能性”は，形式的には，量子力学の一般原理のごく初等的な結論として導かれるが，それは概念的に重要な意味を含んでいるので，この第3部ではそれをくわしく研究する．

理論のこの側面を表面的でなく理解しようとするならば，Einstein が彼の共同研究者とともに1935年に提起した(第8章の[1])微妙な論点をどうしても考えなければならない．この困難に対してここで与える解答は，ふつうの量子力学を信じる理論家が，多かれ少なかれ暗黙のうちに認めているものと考えられる．この解答は対象の局在性についての使い慣れた概念からかけ離れているので，隠れた変数の理論によって与えられる別の可能性も考えることにする．しかし，これは固有の複雑さとは別に，それ自身の概念的困難を伴っている．もっとはっきり言えば，そのなかに分離不能性の効果がかなり持ち込まれており，それは量子力学におけるものとよく似ていて，同じように奇妙な感じのものである．

第8章　Einstein–Podolsky–Rosen の問題

この問題はしばしば“パラドックス”と呼ばれており，形式的な面と概念的な面とを持っている．その二つの面をできるだけ分離して考えよう．

8.1　形式的側面

二つの型の量子系 U と V およびそれに結びついた Hilbert 空間 $\mathscr{H}^{(U)}$ と $\mathscr{H}^{(V)}$ を考えよう．研究したいのは，U の型の系が V の型の系と有限な時間間隔 Δt の間相互作用する場合である．たとえば，この二つの系は衝突し，衝突時間が

Δt である．

このような衝突現象の集団を考えよう．初めに，系 U の集団は，衝突の前は状態ベクトル $|f_i\rangle \in \mathscr{H}^{(U)}$ によって記述されるように準備されたとする．同様に系 V の集団は衝突の前は状態ベクトル $|\phi_0\rangle \in \mathscr{H}^{(V)}$ によって記述されるとする．U と V との相互作用は，衝突の後には，系 U の集団は依然としてベクトル $|f_i\rangle$ で記述できるが系 V の集団は $\mathscr{H}^{(V)}$ のベクトル $|\phi_i\rangle$ によって記述されるようなものであるとしよう．それを象徴的に

$$|f_i\rangle|\phi_0\rangle \longrightarrow |f_i\rangle|\phi_i\rangle \tag{8-1}$$

と書く．より一般的には，U と V との相互作用は，$|f_i'\rangle \neq |f_i\rangle$ として

$$|f_i\rangle|\phi_0\rangle \longrightarrow |f_i'\rangle|\phi_i\rangle \tag{8-1a}$$

のようなものであってもよい．(8-1)と(8-1a)において，矢印は $\mathscr{H}^{(U)} \otimes \mathscr{H}^{(V)}$ における，複合系の状態ベクトルに対する時間発展の作用素の効果を表わす．相互作用の前には，この状態ベクトルは，もちろん状態ベクトルの積である．ここで考えた特殊な場合には，それは相互作用の後でも状態ベクトルの積である．このことの結果として次のことが出てくる．すなわち，もしもベクトル $|f_i\rangle$ と $|f_i'\rangle$ が，たとえば U のあるオブザーバブル A の固有状態であり，また $|\phi_j\rangle$ が V のあるオブザーバブル B の固有状態であるならば，

$$A|f_i\rangle = a_i|f_i\rangle, \tag{8-2}$$

$$A|f_i'\rangle = a_i'|f_i'\rangle, \tag{8-2a}$$

$$B|\phi_j\rangle = b_j|\phi_j\rangle, \tag{8-3}$$

そのとき衝突(8-1a)は“A と B の値を変える”と言うことができる．A は a_i から a_i' に変り，B は b_0 から b_i に変る．U に属する物理量 A の，指針の座標が B であるような装置 V による測定の過程は，十分に図式化すれば，そのような例を与える(測定過程が U における A の値に擾乱を生じるかどうかによって，a_i' は a_i と違うこともあり同じこともある)．いま考えている場合には，系 U と V が，それぞれ**一定の**値を持つとすることは制限なしに正しい，すなわち将来どんな種類の実験がこれらの系に対して計画されているかには無関係に成り立つことを，ここでひとこと注意しておこう．

最初に明らかにしたい(初等的な)事は，衝突(あるいは系の間の一時的相互作用)現象のなかで，(8-1)と(8-1a)によって記述できるのはごく特殊な場合だ

けだということである．これは量子力学のもっとも基本的な原理，すなわち発展法則の線型性の，簡単で避けることのできない結論である．実際，線型性の性質から，(8–1)の結果として，

$$(|f_i\rangle+|f_k\rangle)|\phi_0\rangle \longrightarrow |f_i\rangle|\phi_i\rangle+|f_k\rangle|\phi_k\rangle \tag{8-4}$$

が出る．ここでも矢印は衝突現象の前から後への時間的発展を記述する．ところで，(8–4)の左辺はやはり $\mathcal{H}^{(U)}$ の状態ベクトルと $\mathcal{H}^{(V)}$ の状態ベクトルとの積であるが，右辺はそうではない．

(8–4)の左辺が物理的に実現できる例を考えることは易しい．それは

$$|f_i\rangle+|f_k\rangle \tag{8-5}$$

が，それ自身，U の型の系の一つのオブザーバブル C の固有ベクトルである場合である；たとえば，A はスピン 1/2 の z 成分であり，C は x 成分である．その場合には(8–4)の左辺は(8–1)の左辺と同じく容易に準備できる．U について，A の測定の代りに C の測定を含む予備測定をしさえすればよい．(8–4)の左辺の物理的解釈はそのとき前と同様である：すなわち，衝突の前には，V のオブザーバブル B と U のオブザーバブル C はどちらもきまった値を持っている．(8–4)の右辺に対しても同様に簡単で直観的な解釈ができるだろうか？ それは $\mathcal{H}^{(U)}$ におけるベクトルと $\mathcal{H}^{(V)}$ におけるベクトルとの積として表わされ**ない**から，答は“否”であろうと想像される．

こうして以上の考察から，一般に二つの系が過去に相互作用した場合には，そのどちらにも(実験がくり返される場合にはそのどの集団にも)一定の状態ベクトルを与えることはできないのではないかという疑いに導かれる．それに対応して，各々の系において，その系だけに属する両立可能なオブザーバブルの完全系に対して(多分未知ではあるが)きまった値を与えることはできないと思われる．しかし上述の簡単な議論だけでは，この結論はまだ最終的と考えることはできない．それは複合系 $U+V$ に対する状態ベクトルは本質的に数学的形式の一要素に過ぎないからである．特に，この状態ベクトルが系の“物理的実在” physical reality (この表現がどんな意味であれ)と1対1対応にあることが証明されていない．物理学でしばしば起るように(古典論的な確率分布を思い出そう)，たとえば，いくつかの状態ベクトルが**同じ**物理的条件に対応し，それらの違いは単に使っている人の知識の違いを反映しているのかも知れない．

だから，先の結論が成り立つことを確かめるには，複合系の終状態に対して系 U の集団と系 V の集団とに別々に一定の状態ベクトルおよび/または一定の物理的性質の組を属させるような別の記述方法を作ることができるかどうかを研究しなければならない．この問題を研究するために第6章の方法と結果を使うことができる．それは集団を使っているから，

$$|\psi_0\rangle \equiv (|f_1\rangle + |f_2\rangle)|\phi_0\rangle \tag{8-6}$$

で記述される複合系 $U+V$ の集団 $\mathcal{E}_0$(純粋な場合)を考えよう．衝突が起ったあとでは，この集団 $\mathcal{E}_0$ は

$$|\psi\rangle \equiv |f_1\rangle|\phi_1\rangle + |f_2\rangle|\phi_2\rangle \tag{8-7}$$

によって記述される集団 $\mathcal{E}$ に変っている．次に，$\mathcal{E}$ が部分集団 E_n から成り，その各々が系 U の集団に一定の状態ベクトルを，また系 V の集団に一定の状態ベクトルを与える(これらの状態ベクトルは，もちろん異なる E_n ごとに異なってよい)ことによって特徴づけられる，というふうに記述することができるかどうかを研究しなければならない．この問題は明らかに7.2節ですでに研究したものの特殊な場合であって，その結果を使うことができる．Hilbert空間 $\mathcal{H}^{(U)}\otimes\mathcal{H}^{(V)}$ のすべてのHermite作用素がオブザーバブルに対応するときには，その結果は次のように述べることができる．普通の(すなわち，隠れた変数のない)量子力学の基礎にある一般的な仮定は仮定Q(4.2節)であり，この仮定は提起されている問題の答が否であることを意味する．$\mathcal{E}$ を，その中で系 U がそれ自身状態ベクトルで記述される集団をなす(そして系 V についても同様である)ような，いくつかの部分集団の連合と考えることは可能では**ない**．いいかえれば，各構成系 U(または V)が一定の性質の完全系を持つと考えることはできない．

結論として次のように言うことができる．普通の量子力学(仮定Q)の範囲では，初め一定の性質の完全系を持つと考えることができた二つの量子系が相互作用すると，もはや一般にはそのどちらもそれ自身の一定の性質の完全系を**持つ**と考えることはできない．ここで"一定の性質"という言葉は，明らかに，その系にのみ属するオブザーバブルの，その系について将来なされる実験には無関係な，特定の値を意味する．この結論の大切な点は，かつて相互作用をし，そして考えている時刻にはもはや相互作用をしていない系に対しても成り立つ

ことにある．これがしばしば系の“量子論的分離不能性”と呼ばれるものの本質である．

もう一度次のことを強調しておこう．$\mathcal{E}_{\alpha,m}$ の各々が密度行列 $\rho_{\alpha,m}$ で記述可能である((7–13)式)ことを示す7.2節の議論は仮定Qに依存し，その仮定は隠れた変数の理論の場合には成り立たない――このことは量子力学のすべての予言を“正確に再現する”隠れた変数の理論に対しても成り立つ．それはそのような正確な再現は隠れた変数が集団にわたって完全にデタラメに分布しているときにのみ得られるので，たとえ $\mathcal{E}$ に対してそうであってもすべての $\mathcal{E}_{\alpha,m}$ に対して必ずそうであるという保証はないからである．このため，上で得られた結論は，隠れた変数は存在しないとする理論にだけ限られている．

8.2　概念的側面

古典物理学の概念的枠組と量子物理学の概念的枠組との間の，量子物理学のもつ分離不能性の性質にもとづく違いは特殊な例で見る方が理解しやすい．そのため次の三つの例を考えよう．

例 A(古典物理学)

二つの車軸を備えた一つの自動車を自由空間に投げ出す．それぞれの車軸には，その前に，角運動量の大きさが等しく方向が反対の回転運動を与えておく．系は全体としては角運動量を持たない．ある時刻 t_0 にその真中で爆発が起って自動車を前部と後部との二つの部分に分裂させる．それらを U と V としよう．U と V は大きさ等しく方向反対の回転運動をしており，それを角運動量すなわち**スピン**ベクトル $\boldsymbol{\sigma}^{(U)}$ と $\boldsymbol{\sigma}^{(V)}$ を使って表わす．観測者は与えられた座標系で定義された $\boldsymbol{\sigma}^{(U)}$ と $\boldsymbol{\sigma}^{(V)}$ のいろいろな成分を測定することができる．また，相関を調べるためにそれらの結果を比較することもできる．

例 B(量子物理学)

パリティ正でスピン0の粒子が時刻 t_0 に，二つの電気的に中性で同じ固有(intrinsic)パリティを持つ二つのスピン1/2の粒子 U と V とに崩壊する[5]．崩壊を起す相互作用はパリティを保存する．1組のシャッターがあって，スピンを変えずに，あるきまった方向に飛んでいる U 粒子と反対方向に飛んでいる V 粒子とを選ぶことができる．$U(V)$ のスピンベクトルの2倍のベクトルを

$\boldsymbol{\sigma}^{(U)}(\boldsymbol{\sigma}^{(V)})$ と名づける.

例 C(量子物理学)

反陽子を液体水素の中で静止させる．反陽子-陽子系が2個のK中間子に崩壊する場合を選び出す.

例Bでは，例Aとまったく同様に，観測者は $\boldsymbol{\sigma}^{(U)}$ と $\boldsymbol{\sigma}^{(V)}$ のいろいろな成分を測り，その結果を比較し，相関を確証することができる．例CではK中間子の超荷電 hypercharge と PC(パリティおよび荷電共役)量子数について同様の測定をすることができる.

われわれの目的は，これらの特殊な例を使って，古典力学と量子力学の両方で二つの**概念的な原理**が成立しているかどうかを試すことである．それは多かれ少なかれすべての人の心に気づかれずにあり，それにもかかわらず除くことも可能と思われる自然に関する観念である．その概念的原理を以下では(a)と(b)とする.

(a) 実在性の原理 Reality Principle (Einstein, Podolsky, Rosen)

実在の概念そのものが哲学的な傾向を持った経験論者(実証主義者)からは批判されるかも知れない．しかし，広く行きわたっている考えは，物理的実在はともかく存在し，それはその物語だけのものではないということである．実際，多くの人は，われわれの知識によって影響されない**実在の要素**が存在すると考えている．もしこの非常に一般的な観念が真実ならば，次の設問には意味がある．“人が経験によって**知る**ことができる**実在の要素**とは，もしあるとすれば，いったい何であるか？”

すでに古典物理学の時代にこの質問は手ごわいものであったが，微視的な量のほとんどの測定が測定される系を多かれ少なかれ変えざるをえないことが明らかになるやいなや，その重要さの程度は物理学者にとって劇的に増大した．人はいつでも(そして賢明にも)，実在の現象と仮想的な現象とをもっとも容易に区別するのは，前者が予言可能な規則性を示すことであると考えてきた．こうして，もし，適当な観察によって，与えられた量の測定の結果を予見することができるならば，われわれは実在の一つの要素がその底にあると信じることになる．けれども，もし多くの測定過程が測られる量に作用を及ぼすことが本当ならば，一つの疑いがそこに忍びこむ．測定自身が測定値を**作り出す**ことが

あるのではないか？　これは多かれ少なかれ Prokrustes が古代ギリシャで行ったことである．彼が使ったベッドはある長さ L を持っていた．だから彼は絶対的な確かさで，泊る人はすべて L という身長を持っていると予言することができた．このことから彼は論理的な演繹として，人の**身長**の概念はある自然の規則性を正しく反映しており，したがって何か実在に対応するということができるだろうか？　できないことは確かである．

Einstein, Podolsky, Rosen[1]は，実在の要素の認識を可能にする基準を探しながら，このような議論を考慮しなければならなかった．そして次の定式を提案した．

系をなんら乱すことなしに，ある物理量の値を確実に(すなわち確率1で)予言することができるならば，その量に対応する物理的実在の要素が存在する．

(b)　力学的に孤立した系の分離可能性の原理

Einstein たちの仕事では明らかにされないままであったこの第2の原理が，非常な困難の原因であることは前の分節の内容から容易に推察できる．その定式は，ほとんど自明に見え，したがって排除することは非常に難しく見える．われわれは次の定式を選ぶ．

一つの物理系が，ある時間の間，他の系から力学的(電磁気的等々も含む)に孤立したままであるならば，この時間間隔全体において，その系の性質の変化は他の系になされる操作には影響されない．

ここで系の**性質**とは，前と同じく，未来についての制限なしにこの系に結びつけることのできる属性である．とくにそれは，時刻 t においては，それよりあとにどんな実験が計画されているかには依存してはならない．系のそのようなもの(すなわち，他の系からの独立)としての存在は系の性質の一つと考えられるべきであり，したがって，また原理(b)に従うはずである．

選ばれた例を使って，二つの原理(a)と(b)を古典および量子物理学の法則に対して試してみよう．

古典物理学と例Aについては，何も困難は起らないことがすぐわかる．爆発の時刻 t_0 のあとの任意の時刻に，スピン $\boldsymbol{\sigma}^{(U)}$ と $\boldsymbol{\sigma}^{(V)}$ はそれぞれ完全にきまった方向を空間の中に持っている．ただしこの方向は(i)一つの複合系 $U+V$ と他の複合系では変りうるし，また(ii)少くとも初めは知られていないのであ

るが．時刻 $t_1 > t_0$ において観測者が最初の測定をたとえば $\sigma_3^{(U)}$ について行なうと，たとえその測定が $\boldsymbol{\sigma}^{(U)}$ の向きを変えるものであっても，それはけっして $\boldsymbol{\sigma}^{(V)}$ の成分の値を変えない．したがって原理(b)は破られていない．

さらにわれわれは，たとえば，$\sigma_3^{(U)}$ あるいは $\sigma_3^{(V)}$ がそれぞれ正か負かによって ±1 に等しいような，二つの量 $Q^{(U)}$ と $Q^{(V)}$ を定義することができる．すると，全体のスピンは 0 だから，$\sigma_3^{(U)}$ の測定から，V をなんら乱すことなしに，$Q^{(V)}$ の知識[$\sigma_3^{(U)} > 0 (< 0)$ ならば $Q^{(V)} = -1 (+1)$]を得る．これらの条件のもとで，原理(a)は $Q^{(V)}$ に対応する実在の要素が存在することを主張する．この実在の要素は $\sigma_3^{(V)}$ が負または正であるという客観的事実に過ぎないから，このことは正しい．$Q^{(V)}$ に対応するこの実在の要素は，爆発のその瞬間に実際つくられるのだから，t_1 より前の時刻 t にすでに存在したという事も注意しておこう．ここでは原理(b)の内容との完全な——たとえまったくつまらないものであるにしても——一致も見られる．最後に，$\boldsymbol{\sigma}^{(U)}$ と $\boldsymbol{\sigma}^{(V)}$ についてなされる測定の可能な結果の間の相関に関して言えば，それはもちろん，すべての時刻 $t > t_0$ に対して $\sigma_i^{(U)}$ と $\sigma_i^{(V)}$ が正確な値を**持つ**という事実から(そして，もちろん，それらの値が相関しているという事実からも)導かれる．

さて例Bを考えよう．$u_\pm$ と $v_\pm$ を，それぞれ，$\sigma_3^{(U)}$ と $\sigma_3^{(V)}$ の固有ベクトルとしよう．全角運動量とパリティの別々の保存則から系 $U+V$ の全スピンは，例Aと同じく，0になる．このことは複合系 $U+V$ の集団 $\mathcal{E}$ を記述するスピン状態ベクトル ψ は，t_0 より後で最初のスピン測定の時刻 t_1 より前の任意の時刻において，

$$\psi = 2^{-1/2}(u_+v_- - u_-v_+) \tag{8-8}$$

であることを意味する．

最初の測定，たとえば $\sigma_3^{(U)}$ の測定が行われるとき，この波動関数はそれに応じて収縮する．その測定の後，N 個の系 V (N は $\mathcal{E}$ における系の全数である)は，それぞれが近似的に $N/2$ 個の系を含む二つの部分集団 E_+ と E_- に分れる．その一つ E_+ は，最初の測定の結果が正であった系 U に結びついた系 V をすべて含んでいる．部分集団 E_+ は，不完全測定による波束の収縮の原理(第3章の規則10a)を適用するとわかるように，ケット

$$v_- \tag{8-9}$$

によって記述される．こうする代りに（すなわち規則 10a を使わないで）同じ結果を次のようにして得ることもできる．量子力学の一般的な統計規則に従えば，(8-8)式は $\sigma_3^{(U)}=+1$ および $\sigma_3^{(V)}=+1$ を共に観測する確率が 0 であることを示している．ゆえに $\sigma_3^{(U)}$ の測定が $+1$ という値を与えるような系 $U+V$ の集団は，$\sigma_3^{(V)}=+1$ という観測に対して統計頻度 0 を与えるような密度行列によって記述されるはずである．U の変数について“部分対角和”をとることによって得られ，そして系 V の対応する集団を記述する部分密度行列は，明らかに同じ性質を持つはずである．それは 2×2 行列であり，その性質を持つものとしては

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{8-10}$$

しかなく，これは (8-9) 式によって記述される純粋な場合に対応している．

いうまでもなく，$\sigma_3^{(U)}$ の測定から生じる部分系 V のもう一つの部分集団 E_- は，同様に，ケット

$$v_+ \tag{8-11}$$

によって記述される．

一つの特定の系 V に注目し，それがまだ測定装置と何の相互作用もしていない時刻 $t_1'>t_1$ を考えよう．そのときそれは二つの部分集団 E_+ と E_- の一つ——たとえば E_+——のメンバーである．したがって，$\sigma_3^{(U)}$ について行った測定は，$\sigma_3^{(V)}$ を測るときに得られる値を確実に予言する*．他方，この可能性は，時刻 t_1 には U から離れていた系 V をなんら乱すことなしに，（時刻 t_1 に）得られた．以上の条件の下で原理 (a)（**実在性の原理**）から，$\sigma_3^{(V)}$ に結びついた，実在の要素が存在することがわかる．言いかえれば，考えている特定の系 V は本当に（われわれの知識およびわれわれの実験計画とはまったく無関係に），$\sigma_3^{(V)}=-1$ である事実によって十分に記述される一定の物理的性質を**持つ**．

さて同じ系 V を，時刻 t_1' においてだけでなく，不等式

$$t_0 < t_1'' < t_1 \tag{8-12}$$

と（前と同じ）

* 量子力学は，一つの系が，ある観測可能な量の固有ベクトルであるケットによって記述される集団のメンバーであるときにのみ，個別の系についての知識を与える．ここはまさにその場合である．

$$t_1 < t_1' < t_2 \tag{8-13}$$

で特徴づけられる時間間隔(t_1'', t_1')全体にわたって考えよう．t_2はVが$\sigma_3^{(V)}$を測る装置と相互作用する時刻である．その時間の間Vは力学的に孤立している．したがって原理(b)はVの性質の時間的発展は，あたかもUが存在しない場合と，言いかえれば，あたかもVが孤立している場合と正確に同じであることを教える．ところで，もしVが孤立してそれ自身だけで存在するならば，そしてもし$\sigma_3^{(V)}$がある時刻に一定の値を持つならば，発展の量子法則は，それがこの同じ値を，その以前であれ以後であれ任意の時刻に持っていることを教える(この場合運動方程式は時間の向きを逆にすることができる)．したがって，もし原理(b)が本当ならば，われわれが考えている系Vはすでに時刻$t=t_1''$においてさえ，“$\sigma_3^{(V)}$が値-1を持つ”と述べることによって表わされる物理的性質(物理的実在の要素)を持っていたという結論から逃れることはできない．次のことをもう一度強調したい．もし原理(b)が正しければ，その後の任意の時刻にどのような実験をすることにきめるかに関係なく必然的に成り立つという意味で，この言葉は“客観的に真実”であると考えなければならない．

もう一度そのような系Vから成る集団E_+を考えると，上述のことからそのスピンの性質は時刻$t=t_1''$において時刻$t=t_1'$におけるものと同じであると結論せざるをえない．事実，二つの状況の間の唯一の違いは，時刻$t=t_1'$ではこの集団のすべてのメンバーに対してある人が$\sigma_3^{(V)}$の値を**知っている**のに対して，時刻$t=t_1''$では誰も知らないということだけである．しかし，与えられた系と相互作用していないある人の知識の変化はこれらの系の客観的な物理的性質に影響しない．したがって，時刻$t=t_1''$においても，集団E_+は，スピンの性質に関して，行列(8-10)またはケット(8-9)によって記述されるはずである．ゆえにそれは純粋な場合である．同様に，時刻$t=t_1''$において，集団E_-はケットv_+によって記述できる．

時刻t_1''において，V系がE_+を成すような系$U+V$の集団$\mathcal{E}_+$を考えよう．全スピンが0という初期条件から，系$U+V$の全集団の任意の部分集団に対して，任意の軸方向のUとVのスピン成分の測定は足すと0になるようなものでなければならないことが，まったく一般的に知られる．これはどんな定式でも成り立つ．したがって$\mathcal{E}_+$に結びついた密度行列は$\sigma_3^{(U)}=+1$を分散0で予

言するはずである．それは，上述のことから，$\sigma_3^{(V)}=-1$ をも分散 0 で予言しなければならないからである．$\sigma_3^{(U)}$ と $\sigma_3^{(V)}$ とで $U+V$ のスピン系の両立可能なオブザーバブルの完全系を成すから，$\mathcal{E}_+$ は

$$u_+v_- \tag{8-14}$$

によって記述できる純粋な場合であることが導かれる(ここでわれわれはどんな混合も純粋な場合と同等ではないという定理を使っている)．同様に，すべての他の $U+V$ 系の集合 $\mathcal{E}_-$ も純粋な場合であって，

$$u_-v_+ \tag{8-15}$$

によって記述できる．

$U+V$ 系の全集団 $\mathcal{E}$ は，したがって，これらの二つの純粋な場合の(本義の)混合でなければならない．けれどもこの結論が間違っていることはまったく確かである．なぜならば，この特定の例で初期条件に存在しなかった特別の方向が導入されているからである．その上われわれは $\mathcal{E}$ はそれ自身純粋な場合であることを知っている(それは(8-8)によって記述できる)．こうしてまったく一般的に，純粋な場合と同じ統計的予言を与える混合は存在しないという定理を，もう一度，適用することができる．(この点に関して，なぜその定理を Bohr[2]が無視してよいのかということは第9章で示す．)この例では，たとえば，$\sigma_1^{(U)}$ と $\sigma_1^{(V)}$ の同時測定がどちらも $+1$ を与える統計頻度は(8-8)に従えば 0 であるのに対し，この混合では 1/4 である．

結論は，原理(a)と(b)とを系統的に適用すると，量子力学の予言との矛盾に導かれるということである．次のことに注意しておこう．以上の議論で，実在の概念はいくつかの場所で単一の系に適用**された**けれども，量子力学の法則は系の集団あるいは個々の系のどちらかに適用されており，あとの場合は導かれる結論が確実であるときだけである．

最後に，例Cは例Bのそのままの置き換えである．よく知られているように(たとえば文献[3]と[4]を見よ)，水素の中で静止した反陽子 $\bar{p}$ は陽子 p と結びついて電気的に結合した $p\bar{p}$ 系をつくり，それは結局 S 状態に落ち込む．つづいてその系は強い相互作用を通じて消滅する．そのあるものは2個のK中間子に崩壊する．強い相互作用における C, P および超荷電の保存のために，この 2K 中間子系は状態ベクトル

$$\psi=\frac{K_1K_2-K_2K_1}{\sqrt{2}}\equiv\frac{K\overline{K}-\overline{K}K}{\sqrt{2}} \tag{8-16}$$

によって記述できることが容易にわかる．ここで

$$K_1=\frac{K+\overline{K}}{\sqrt{2}} \tag{8-17}$$

と

$$K_2=\frac{K-\overline{K}}{\sqrt{2}} \tag{8-18}$$

は1個のK中間子の一定のC(したがってPCも)の値を持った状態である．PCが保存される近似では，K_1とK_2は，それぞれ，2個および3個のπ中間子系に崩壊する．(8-16)式は，もしK中間子の1個が2個のπ中間子に崩壊することが観測されたとすれば，他のK中間子は$PC=-1$を持つ，すなわちK_2であることが知られることを示している．ふたたび原理(a)と(b)が成り立つと仮定しよう．そのようなペアの集団を考えそしてK中間子を二つの反対方向のスリットで選ぶ場合には，上と同じ議論から同様なそして同様に避けることのできない次の結論に導かれる．どの崩壊あるいは相互作用が起る前にも，その集団はすでにK_1K_2系とK_2K_1系との本義混合である(積の中の第1の(第2の)記号は“左の”(“右の”)スリットを通って行く粒子に対応する)．けれども，この結論は(8-16)からの予言と矛盾する．たとえば，もし2個のK中間子について強い相互作用を使ってストレンジネスの測定が行われたとすると，われわれの結論からは2個のKあるいは2個の$\overline{K}$を同時に観測する確率はどちらも1/4と予言されるのに対して，(8-16)からはどちらも0と予言される．

例Cが特に興味があるのは，考えている実験が単なる**思考実験**ではないからである．それは実行可能である(われわれは強い相互作用は超荷電保存を破らないことをまったく一般的に知っているから，その実験はすでに行われているものと考えてよい)．Bohm と Aharonov[5]が考えた別の例は中性π中間子の2光子崩壊に関するものであるが，これも同様の結論に導く．したがってこの段階で到達した暫定的な結論は，見かけの自明性にもかかわらず，81ページの原理(b)は本当は捨てなければならないということである．言いかえれば，時刻t_1の前には，UとVは決して**二つの**系と考えることはできない．対応する

波束を分離することが可能である(動くシャッターを導入してもよい)にもかかわらず，それらは——少くともスピンに関しては——ただ**一つの**系を成すと考えなければならない．これが**分離不能性**と呼ぶ現象である．

8.3　相対論的側面

量子系と装置との相互作用と，対応する状態ベクトルの収縮は，相対性原理と結びつけて見るとき，興味ある問題を提起する．系の中の遠く離れた構成部分の分離不能性がもっとも顕著な役割をする特殊な例を使うと，これらの問題をもっとも容易に研究することができる．

第 14 章の内容をあらかじめ想定して，U, V と相互作用する装置 A, B の初めの状態を，それぞれ，状態ベクトル ϕ_0 と χ_0 で記述しよう．すると時刻 t_1 で起る U と A との相互作用は記号的に

$$\phi_0 u_\pm \longrightarrow \phi_\pm u_\pm \tag{8-19}$$

とすることができる．ここで $\phi_\pm$ は相互作用が起ったあとの装置 A を記述する．(8-19) は波束の収縮の一種の現象論的記述を与えることを注意しておこう．このことを見るために，A と構造および機能が同じであり，U と時刻 t_2 に相互作用するもう一つの装置 A' を考えて，(8-19) を一般化しよう．A' を ϕ' で記述しよう．二つの引きつづく相互作用は

$$\phi_0'\phi_0 u_\pm \xrightarrow[t=t_1]{} \phi_0'\phi_\pm u_\pm \xrightarrow[t=t_2]{} \phi_\pm'\phi_\pm u_\pm \tag{8-20}$$

によって記述される．これは重ね合せによって次の式を与える(α_+, α_- は複素数である)：

$$\begin{aligned}
&\phi_0'\phi_0(\alpha_+u_+ + \alpha_-u_-)\\
&\quad\xrightarrow[t=t_1]{} \phi_0'(\alpha_+\phi_+u_+ + \alpha_-\phi_-u_-)\\
&\quad\xrightarrow[t=t_2]{} \alpha_+\phi_+'\phi_+u_+ + \alpha_-\phi_-'\phi_-u_-.
\end{aligned} \tag{8-21}$$

関係式(8-21)は，A による測定が + の結果を与えるならば，A' による測定は結果 + だけを与えることを示している．このことはまた時刻 t_1 で波束の収縮が起ったときに予言されることだから，系-装置間相互作用のこの簡単な記述[(8-19)式]は上述の波束の収縮によって予言される現象を正しく再現する一つ

のやり方であることがわかる．実はこの記述には重要な制約がある（それは第4部でくわしく論じる）．しかし，この記述のしかたはここの議論のためには便利である．

話を元にもどして，系 V を導入しよう．上と同じく，まず次の簡単な非相対論的な問題を考えよう．どちらもスピン1/2を持つ二つの部分 U と V から成る系の集団が初め，スピンに関する限り，状態ベクトル

$$u_+v_- \tag{8-22}$$

によって記述されている．系 U は時刻 t_1 に装置 A と相互作用し，系 V は時刻 $t_2>t_1$ に装置 B と相互作用する．時間発展はどのように記述されるか？　答は明らかに

$$\phi_0\chi_0u_+v_- \xrightarrow[t=t_1]{} \phi_+\chi_0u_+v_- \xrightarrow[t=t_2]{} \phi_+\chi_-u_+v_- \tag{8-23}$$

という時間の系列である．もしも初めの状態ベクトルが

$$u_-v_+ \tag{8-24}$$

であるならば，対応する時間の系列はもちろん

$$\phi_0\chi_0u_-v_+ \xrightarrow[t=t_1]{} \phi_-\chi_0u_-v_+ \xrightarrow[t=t_2]{} \phi_-\chi_+u_-v_+ \tag{8-25}$$

である．

初めの状態ベクトルが

$$2^{-1/2}(u_+v_- - u_-v_+) \tag{8-26}$$

であるときは，重ね合せの原理によって

$$\begin{aligned} &2^{-1/2}\phi_0\chi_0(u_+v_- - u_-v_+) \\ &\quad\xrightarrow[t=t_1]{} 2^{-1/2}\chi_0(\phi_+u_+v_- - \phi_-u_-v_+) \\ &\quad\xrightarrow[t=t_2]{} 2^{-1/2}(\phi_+\chi_-u_+v_- - \phi_-\chi_+u_-v_+) \end{aligned} \tag{8-27}$$

という系列である．(8-27)の中間の項は u_+v_- 系と u_-v_+ 系とを含む混合と（不完全な）対応にあるから，前と同じく，(8-27)は，特殊な目的に対しては，波束の収縮が時刻 t_1 で起っているものと理解することができる．だから(8-27)は純粋な場合から混合への遷移（いいかえれば波束の収縮）が系 V に関しても時刻 t_1 で起っていることを暗示している．

いいかえれば，(8-27)は系 V が正確に時刻 t_1 に分離不能な全$(U+V)$から脱け出すことを示唆している．これは一見驚くべきことに見える．たとえば，粒子源の両側の自動シャッターを調節して，反対方向に飛ぶ二つの波束が，U と装置 A との相互作用が起る時刻 t_1 には，完全に分離して遠く離れているようにすることができる．相対性理論の知識から，波束の収縮が V が存在する遠い場所でも瞬間的に起るということは信じ難い．われわれは前の議論から，波束の収縮がわれわれの無知の減少だけをあらわす純粋に主観的な出来事と素朴に考えてはならないことを知っているから，なおさらそうである．そう考えることができるのは，V を時刻 t_1 より前に——B と独立に——すでに未知ではあるが定まった σ_3 の値を持つと考えうる場合だけであるが，それは不可能であることをわれわれは知っている．相対論的量子論はこの本の一般的なプログラムのはるか外にあるけれども，この点を明らかにするためにその領域に少し入りこむことにする．

このために系 U または V の一つと対応する装置(A または B)との間の相互作用を簡単に**事象**と呼ぶことにしよう．考えている実験を成す二つの事象がある空間的 spacelike な間隔だけ離れている場合を考えよう．その場合には，二つの事象の時間の順序が逆転するような AB(これを $O\hat{y}$ 軸とする)に沿っての Lorentz 変換を考えることができる．そのとき，新しい座標系で静止している観測者 O' にとっては，実験は U が A に達する前に V が B に達するように見える．もし，普通のように，純粋な場合から混合への遷移が**最初の**装置-系間相互作用によって惹き起されると主張するならば，ここで二つの相互作用のどちらが“最初の”ものと考えられるかという疑問が明らかに生じる．もしその遷移(波束の収縮)を複合系の(あるいはそのような系の集団の)固有の性質になんらかの仕方で結びついているものと考えるならば，それを惹き起す事象が何であるかはその系の固有の性質によってただ一つに決定され，したがって観測者の座標系には独立であると考えられる．この線に沿って議論を進めると，波束の収縮は，**両方の装置が静止している座標系において**最初に相互作用する装置によってつくり出され，そしてこの主張は一般的な適用性を持っていて，O' に対してもまた任意の他の観測者に対しても成り立つと結論することになるだろう．けれども，このことが成り立たず，動いている観測者は**その観測者から見て**

A-U 相互作用と B-V 相互作用のどちらが最初に起るかによって，波束の収縮が A **または** B の**どちらか**によって起ると考えなければならないことは容易に示される．

これを示すには(8-27)式の状態ベクトルに適当なLorentz変換をしてもよいだろうが，それとは別に，対応原理と発展法則の線型性にもとづく簡単な議論を使ってもよい．

このやり方は，(8-23)式によって量子力学的に記述される二つの引きつづく過程を，各時刻にきまった値を持つ U, V, A および B のオブザーバブルを使って古典論的に記述することができることにもとづいている．その記述では，A に結びついている(そして ϕ で記述されている)オブザーバブルが最初に変化し，B に結びついている(そして χ で記述されている)オブザーバブルは後まで変化しない．しかし，これは A と B とが共に静止している座標系では正しいが他の座標系ではそうではない．言いかえれば，O' に対しては，同じ現象全体の古典論的な記述は B に結びついたオブザーバブルが最初に変化することを教える．対応原理*によって，O' に対して成り立つ量子論的記述は古典論的記述のこの性質を再現しなければならない．したがって O' に対しては正しい量子論的記述は，少くとも定性的には

$$\phi_0\chi_0 u_+ v_- \xrightarrow[t'=t_2']{} \phi_0\chi_- u_+ v_- \xrightarrow[t'=t_1']{} \phi_+\chi_- u_+ v_- \tag{8-28}$$

とあらわされるはずである．

同じ注意はもちろん(8-25)式に対しても成り立つ．これらの結果と発展法則の線型性を使えば，(8-23)と(8-25)の任意の線型の重ね合せの時間発展がただちに導かれる．こうして O' に対しては(8-27)式の系列は

$$\begin{aligned} &2^{-1/2}\phi_0\chi_0(u_+v_- - u_-v_+) \\ &\xrightarrow[t'=t_2']{} 2^{-1/2}\phi_0(\chi_-u_+v_- - \chi_+u_-v_+) \\ &\xrightarrow[t'=t_1']{} 2^{-1/2}(\phi_+\chi_-u_+v_- - \phi_-\chi_+u_-v_+) \end{aligned} \tag{8-29}$$

---

*　実はここでは対応原理の“自然な”拡張を使っている．それは次のように定式化できる．“量子現象の古典論的な記述がある座標系において見出されるならば，変換された記述は変換された座標系において正しい．”

によって置きかえねばならない．ここで t_1' と t_2' は，それぞれ，t_1 と t_2 の Lorentz 変換である．波束の収縮の言葉では(8-29)は，(8-27)の中間項を混合で置きかえることができる限り，同じように(8-29)の中間項を混合で置きかえることができることを示している．けれども，その時には，O' にとっては波束の収縮は時刻 t_2' において，したがって装置 B によって，惹き起されることは明らかである．

8.2 節の考察は，量子力学を支配する普通の仮定，すなわち仮定 Q をする時には，波束の収縮を純粋に主観的な現象，すなわちわれわれの知識の単なる増加と解釈することはできないことを示した*．他方，われわれがいま到達した結論は，その反対の方向に，すなわち収縮過程を狭い素朴な意味での物理的なものとする解釈にあまり進み過ぎてはいけないことを示している．なぜならば，空間的にひろがった系($U+V$ のような)のなかで物理的な過程がある一つの領域で始まったとすれば，これは客観的事実であって，**使っている**座標系に依ることはありえないからである(物理的信号は時間的 timelike な軌跡をたどる．ゆえにその伝播の方向は座標系の変化によって逆転されることはないはずである)．次に見るように，これは，しばしば“巨視的客観主義者”の解釈と呼ばれる理論の解釈に対する強力な反論となる．この解釈は次の主張から成っている．“初め，たとえば，二つの状態の重ね合せにある微視系は，装置のようなある特殊な巨視系と相互作用するとき，単なる偶然に支配される特定の物理的過程を通じて，一方または他方の状態に入り込む．” もしその解釈が正しければ，与えられた実験的設定では問題の物理的過程は一般に**一つの**きまった装置(すなわち，微視系が相互作用する“最初の” もの)に結びついているだろう．するとまたしても，この“客観的な” 結びつきは，**われわれが**全体の系を見る座標系には，どんな仕方であれ，依存することはあり得ない．しかし，すでに見たように，まさにその反対が真実なのである．

もっと一般的にいうと，われわれが苦闘しなければならない謎は，波動関数(非相対論的であれ相対論的であれ)は非局所的なものだからその崩壊は非局所的現象であるという事実によってつくられている．量子力学の定式(非相対論

* ここの考察における仮定 Q(4.2 節)の役割は 11.2 節で明らかになる．

的および相対論的のどちらも)に従えば，この現象は瞬間的に伝播する．その意味で，波束の収縮は非共変的な過程だといえる．もしもこの崩壊が，古典論的現象における確率の収縮のように，純粋に主観的な性質のものならば，このことは何の困難も生じない．けれどもわれわれはすでに，そうでないという主張の非常に強い論拠を見てきた．

このような困難から逃れる一つの可能性が，一見，まだ開かれているように思われる．それは，相対論的効果が重要になるときには，非相対論的量子力学で波束の収縮に結びついていた物理的過程が，それから少し離れていると仮定することである．したがって，数学的表現として考えれば波束の収縮は瞬間的であるが，対応する物理的過程は，U が A と相互作用する場所から V がある場所へ光速度で伝播することになるだろう．しかし不幸にして，中性 π 中間子の崩壊で生じる2個の γ 線の間に相関が観測されるという実験的事実は，そのような仮定を論破している．

相対性理論に関連した問題は以下の章では考察しない．量子力学の観測理論によって生じる疑問は普通の量子力学の規則と巨視的経験とによって課せられる条件にだけ照らして研究する．けれども，可能な記述方式に対する重要な制限が独立に相対性理論の要求によって課せられることを，いつも記憶しておく必要がある．

文　　献

[1] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).

[2] N. Bohr, *Phys. Rev.* **48**, 696 (1935).

[3] M. Schwartz, *Phys. Rev. Lett.* **6**, 556 (1961); B. d'Espagnat, *Nuovo Cimento* **20**, 1217 (1961).

[4] R. Armenteros et al. in *Proceedings of the 1962 International Conference on High Energy Physics at CERN*, J. Prentki, Ed., CERN, Geneva, 1962.

[5] D. Bohm and Y. Aharonov, *Phys. Rev.* **108**, 1070 (1957).

さらに進むために

P. A. Schilpp, Ed., *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*, Library of Living Philosophers, Evanston, Ill., 1949.

Y. Aharonov and D. Bohm, *Nuovo Cimento* **17**, 904 (1960).

W. H. Furry, *Phys. Rev.* **49**, 393, 475 (1936).

E. Schrödinger, *Naturwissenschaften* **23**, 807, 823, 844 (1935).

第9章　分離不能性の可能な見方

初めにやや単純過ぎる提案を検討しよう．Einstein-Podolsky-Rosen の問題の解決は本当はまったくつまらないことなのだという主張が時々きかれる．この見解の人は，状態ベクトルを不当にも系の客観的性質と見なした事から見かけ上のパラドックスが生じたに過ぎないのだと主張する．彼らはこう論じる．もし状態ベクトルが客観的**である**ならば，V が存在する場所での，そしてある他の離れた系 U が測定されるまさにその時刻での，状態ベクトルの突然の変化はまったくパラドキシカルである．しかし，状態ベクトルが客観的であると考えさせるものは何も無い．もし状態ベクトルが客観的**でない**ならば(すなわち，もしその性質が単に系についての一片の**情報**の性質に過ぎないならば)，ある場所での測定がどこかほかの場所の測定結果を変えるのは大いに考えられることである．ここにはパラドックスは(同じ事情のもとでの古典論的な確率の突然の変化にある以上には)存在しない．これが彼らの議論である．これらの主張者たちはこう結論する．Einstein-Podolsky-Rosen の問題は偽(にせ)の問題であって，それは，状態ベクトルはそれがあらわす系の客観的性質であるという，正当化されない考えから発生したために過ぎない．

この注意は適切に見えるかも知れないが，この結論は出てこない．このことは，Einstein-Podolsky-Rosen の問題のまじめな取扱いはどれも，状態ベクトルは客観的であるという，このパラドックスの原因とされた**仮定**を，実際問題として使っていない事に注意しさえすれば明らかになる．実際それらの記述は，すでに見たように，仮定Qに本質的にもとづいている．この仮定をするとただちに分離不能性の効果が出てくる．それは，すでに見たように，状態ベクトルと“実在”との可能な対応に関するどんなアプリオリな仮定からでもなく——より説得的に——ある特殊な問題への量子力学の**計算規則**の真正直な応用から出てくる．したがってそのような効果は，これらの規則自身が変えられない限り，理論から除くことはできない．

このことから，関係はあるけれども全く別の次の疑問が出てくる．“隠れた変数が存在しないという仮説は，状態ベクトルは客観的であることを何らかの

仕方で意味するか？”

この新しい問題は微妙である．この定式そのものが“客観的”という言葉が定義されていることを前提としているから，この問題は明らかに語義的な面を持っている．しかし，その言葉の定義は認識論上のいろいろな学説の支持者によって異なっているので，この語義的な面に本当に反映されているのは自然哲学すべてにおける深いそして実はまだ解決されていない論争点なのである．ごくあらっぽく言えば，この論争点は実在論対実証主義に関係している．そしてわれわれは，これらの二つの矛盾する立場の選択をするまでは，上に設定した問題にはっきりした答を得ることを期待することはできない．それは，その選択によって部分的に答が決定されるからである．

もっとも明快なのは**実在論**の場合である(第19章でややくわしく述べる)．ここでは実在論のさらに特殊な見解に注目しよう．この見解は因果律を含んでおり，それがこの議論に本質的に関係する．それは次のように定式化できる．“固有の性質を持った少くとも**いくつかの**物理系が存在する．ここで“固有の性質”とは，実験家が後の時刻にその系に何をするかには完全に独立な性質を意味する．特に，何らかの理由によって状態ベクトルで記述されることがわかっている集団の要素 S はそのような系である．”

その哲学の範囲内では系 S を絶対的な仕方で(すなわち，後の時刻にどんな測定がされるかには独立に)特徴づける固有の性質は(i)状態ベクトルを位相を除いてきめるオブザーバブルの完全系 $A, B, \cdots, F$ であり，(ii)場合によってはさらに補助的な量があることである．さらに，7.5節で示したように，系のすべての Hermite 作用素がオブザーバブルに対応する場合には，上の(ii)の量は隠れた変数でしかありえない．この場合には，隠れた変数が存在しないと仮定するならば，状態ベクトルによって記述される集団の要素のすべての物理的性質はそれぞれの要素に対して同一であることが言える．したがって，状態ベクトルはここで，確率密度の，あるいは古典物理学の統計頻度の機能と全く異なった機能を持つことが明らかである．古典物理学では統計頻度は，系ごとに性質(たとえば速度)が異なる集団に関係している．同様に，確率分布は，少くとも部分的には，系についてのわれわれの**知識**に関係している．反対に，量子力学の現在の定式では，状態ベクトルはその性質がすべて**等しい**系の集団に関係

している．さらに対応する**射線** ray（位相を除いた状態ベクトル）は物理量に変化を起すことなしに変えることはできない．

もしも固有の物理量を**客観的**と呼ぶならば，物理量 $A, B, \cdots, F$ は客観的であると言わねばならない；そして，射線は $A, B, \cdots, F$ の値の組と1対1対応にあるから，射線は客観的であるとも言わなければならない．

けれども実在論は普遍的に受け入れられているわけではない．さらに，上で述べた特殊な因果律を含まないもっと手の込んだ形の実在論を考え出すこともできるだろう．そのときには，隠れた変数が無いことは，状態ベクトル（あるいはもっと正確には射線）が客観的な量であることを意味しない．このことをBohr の認識論に対して示そう．その場合には事態は非常に簡単である[1]．Bohr の見解は第21章でくわしく論じるが，ここでは Einstein たちへの Bohr の答の中心をなす論点だけが必要である．それは単純に，微視的な系は**そもそも固有の性質を持たない**ということである．Bohr に従えば，この主張は系が状態ベクトルで記述される集団の要素である時でさえ正しい．微視的な系 S **プラス** S について測定するように準備されている装置 A から成る複合系のみがそれ自身の定まった性質を持っている（文献[2]をも見よ）．こういう条件のもとでは，S が属する集団を記述する射線は，もっぱら S だけのオブザーバブルに関係しているから，どんな客観的実在にも一意的に結びつくことはありえない．

この議論が示すように Bohr の解釈を採用するときには，分離不能性の解釈は穏健な実在論の見解からさえ非常に離れざるをえない．すでに示したように，後者の場合には分離不能性は二つの系（たとえば二つの微視系）が過去に相互作用した場合には，それらは本当はただ**一つの**系を成すと考えねばならないことを意味する．このことは観測が行われない間成立し，そして，物理的属性のいかなる完全系に対しても，それをどちらか一つの系が**所有する**と考えることは，量子力学の予言を何か破ることなしにはできないことの結果である．けれども，観測が行われるやいなや（ここではそのメカニズムは考えないでそれを全体として考える），二つの系はふたたび二つの別々の存在と考えることができる．これはどの観測者の座標系でも瞬間的に起る．もしも，二つの測定の間にいくつかの系が互いに相互作用するならば，分離不能性はもちろんそれらすべてに

拡がる.

理論がこのような奇妙な様相を呈しているときに，二つの見なれた里程標がまだ立っているのを見ると元気づけられる．一つは非相対論的な**因果律**を次に述べるような技術的な意味で保つ可能性である．時刻 t におけるいかなる性質も，その後に起りうる出来事によっては決定されない——それどころか影響すらされない．もう一つは現象の基礎にある実在を想像する自由である．ここで実在という言葉で意味するのは，(古典論的対象の世界におけるように)完全に分離可能なものではなくて，人類が世界にいなかったとしても，それ自身の法則とおそらく内部的配列をもってやはり存在すると考えられるようなものである.

Bohr の哲学にも分離不能性は存在するがそれは非常に違った意味を持っている．実際第8章で展開されたすべての論証は Bohr の立場からは価値が無い．それは単に，その議論が，含まれている系——それが U, V あるいは U **プラス** V のどれであれ——の性質が，時刻 t では，これらの系が後に相互作用する測定装置からまったく独立であるという仮定にもとづいているからである．すでに強調したように，これは Bohr が拒否した仮定である．したがって，たとえば第8章の例Bでは，Bohr は多分 $\sigma_3^{(U)}$ と $\sigma_3^{(V)}$ の両方が，どちらかの装置が考えている系と相互作用する**前に**，すでに完全に定まった値を持つ*と主張するだろう．言いかえれば，彼は，量子論的な例Bにおける二つの系は，いかなる意味であれ古典論的な例Aにおける二つの系よりも，いっそう分離不能だとは考えないだろう．彼にとっては，そのような立場はすでに分析したような量子規則との矛盾を含まない．なぜならば，もしも最初の系-装置間相互作用の前にどのオブザーバブルを測るかについて考えを変えたとすれば，われわれは装置をも変えなければならないからである．そうすると，未知ではあるが全くはっきりした値を持つと考えられる物理量のリストが変更されることになる．たとえば，もしわれわれが $\sigma_1^{(U)}$ と $\sigma_1^{(V)}$ を測ることにきめるならば，U も V もまだどの装置とも相互作用していない時刻に，σ_3 でなくこれらの量が一定の未知の量を持つということになる．こうしてこの哲学では，量子論的世界の分離不

---

* オブザーバブルが微視系において値を**持つ**と**約束する**ことができる限定された意味において；第21章を見よ.

能性は微視的粒子の系から微視的対象のそれぞれがその装置と共につくる系へ移行しているのである．

Lorentz 不変性に関しては，純粋な場合から混合への移行——波束の収縮——は Bohr の哲学では，他のやり方に比べればきびしい問題にならない．もちろんそれは波束自身と同じく客観的な実在する事実ではないし，装置が選ばれるや否や，あるやり方で，ただちに効果を生じている(しかし第21章を見よ)．他方，因果性は失われている．時刻 t において定まった値を持ち系 U に結びついていると考えてよいすべての性質のリストは，$t<t'<t_1$(t_1 は U がその装置と相互作用する時刻である)であるようなある時刻 t' において対応する装置を変えることによって変りうるから，未来に依存している．その上 Bohr の哲学は，明らかに，**独立な**外的実在を自由に考えることに対する制限を含んでいる．その理由はこの構想が装置に単なる物理系としての地位を明らかに超越する力(それは他の系の性質をあらかじめ決定する)を与えるからである——それは究極的には装置を**われわれの意志**との関係において定義している．

文　　献

[1] N. Bohr, Quantum Physics and Philosophy, in *Philosophy in Mid-Century*, R. Klibansky, Ed., Florence, 1958.

[2] L. Rosenfeld in *Louis de Broglie, Physicien et Penseur*, André George, Ed., Albin Michel, Paris, 1953.

さらに進むために

P. K. Feyerabend, *Z. Phys.* **148**, 551 (1955).

A. Shimony, *Am. J. Phys.* **31**, 755 (1963).

N. R. Hanson, *The Concept of the Positron*, Cambridge University Press, London, 1963.

N. Bohr and L. Rosenfeld, *Kgl. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd.* **12** (8) (1933); *Phys. Rev.* **78**, 194 (1950).

B. Ferretti, *Nuovo Cimento* **12**, 558 (1954).

第10章　個別系，集団，状態

量子力学を集団によらず個別系によって定式化することは可能か？　射影作

用素でない密度行列も“状態”を記述すると言うことができるか，もしそうならいかなる意味でか？ そのような再定式化は分離不能性の問題に新しい光を投げかけるか？ これがこの章で考察する問題である．

10.1 個別系の量子力学

量子力学の予言のほとんどは統計的性格のものであり，したがって，集団に対してだけ意味がある．けれどもこの一般規則には明らかな例外が存在する．これは与えられた系 S が状態ベクトル

$$|a, b, \cdots, f\rangle \tag{10-1}$$

によって記述される純粋な場合の要素であることが知られているときに起る．記号の意味は考えている状態ベクトルが，両立可能なオブザーバブルの完全系 $A, B, \cdots, F$ の固有ベクトルであるということである．その時には，もしオブザーバブル $A, B, \cdots, F$ を**個別**系 S において測定すれば値 $a, b, \cdots, f$ が見出されることが，確実に知られている．

多くの物理学者の意見では(7.4節の条件Rをも見よ)これはまさに，定義によって，個別系が問題の性質を**持つ**と主張することを正当化する条件である．この道筋をたどることにしよう．すなわち，系 S は性質 A に対して値 a を**持つ**等々と考えることにしよう．すると状態ベクトル $|a, b, \cdots, f\rangle$ をこの個別系に結びつけることができる．$A, B, \cdots, F$ と可換でないオブザーバブル $L, M, \cdots$ については，単にそれらは S において不定であると考える．（この意味の不明確な言いかたによって孤立事象の確率という疑わしい概念の使用を避けることができる．）量子力学の完全な公理系をこれに基づいて再構成するためには，普通の統計頻度の規則に導く補助命題がさらに必要である．Finkelstein[1]とHartle[2]はこの命題は非統計的なやり方でも定式化できることを独立に指摘した．

その着想は，同一の規格化された状態ベクトル $|\varphi\rangle$ にすべて対応する大きな数 N 個の互いに相互作用しない系 S から成る系 Σ を考え，Σ において定義された新しいオブザーバブル $L', M', \cdots$ を導入することである．これらの新しいオブザーバブルは一つの**個別系**すなわち Σ の性質でもあるが，同時に，N が大きくなる極限で Σ を集団と考えたときの Σ 上の $L, M, \cdots$ の平均値に一致する

ように定義される．いうまでもなく，Σ は

$$|\Psi\rangle = |\psi, 1\rangle|\psi, 2\rangle\cdots|\psi, N\rangle \tag{10-2}$$

によって記述される．ここで $|\psi, n\rangle$ は n 番目の系 S の Hilbert 空間における $|\psi\rangle$ の写しである．ここでふつうの統計仮説を置きかえる仮定としては，オブザーバブル $L', M', \cdots$ が作用素

$$L' = N^{-1}\sum_{n=1}^{N} L_n, \qquad M' = N^{-1}\sum_{n=1}^{N} M_n, \qquad \cdots \tag{10-3}$$

に対応することが要求される．$L_n, M_n, \cdots$ は n 番目の系 S の Hilbert 空間のケットベクトルに作用するときの作用素 $L, M, \cdots$ にほかならない．次に

$$\Delta_L = \|(L'-l')|\Psi\rangle\| \tag{10-4}$$

を定義しよう．l' は一つの数である．そして $N\to\infty$ のときに $\Delta_L\to 0$ と仮定しよう．

$$(\Delta_L)^2 = \frac{1}{N}\langle\psi|(L-l')^2|\psi\rangle + \frac{N-1}{N}[\langle\psi|L|\psi\rangle - l']^2 \tag{10-5}$$

だから，これは，(10-5)式の第2の括弧から，

$$l' = \langle\psi|L|\psi\rangle = \bar{L} \tag{10-6}$$

を要求する．逆に，もし(10-6)が成り立てば，(10-5)式から，σ_L を普通の定式における $L-l'$ の2乗平均の平方根とすると，$N\to\infty$ のときの Δ_L の近似値は $\sigma_L/N^{1/2}$ であり $\Delta_L\to 0$ であることが示される．したがって(10-4)式は，$N\to\infty$ の極限ではオブザーバブル L' は，測定に際して，複合系 Σ において確実に値(10-6)を与えることを示す．Σ を統計集団と考えるならば，これはまさに，将来の測定結果の統計頻度を与える平均値の規則である．これは状態ベクトルが**個別**系に結びつくような，量子力学の矛盾のない定式を与えうることを示している．

われわれは後の章での観測理論の批判的議論ではこの定式を使わない．けれども，新しい提案を記述するときにはそれを参考にするとしばしば役に立つことがある．

以上で示したのは次のことである．物理系 S は両立可能なオブザーバブルの完全系が S においてきまった値を持つようなものであり(したがってケット $|\psi\rangle$ を S に結びつけることができる)，さらにその系がこの点でそれと同一の多

くの他の系をともなっているとする．そのとき，(10-3)式とともに述べた規則がこれらすべての S から成る系 Σ に対して成り立つと仮定しさえすれば，これらの系の各々に $|\psi\rangle$ を結びつけることによって普通の統計公式が導かれる．もちろん，この結果から，どの孤立系にも状態ベクトルを結びつけることができると推論することはできない．実際，もしそのような結びつけを第8章の例Bの系 U と V のそれぞれに別々に行ったとすれば，導かれる予言は(普通の定式で)系 $\Sigma=U+V$ の集団を，純粋な場合でなく，混合として記述したときのものになる．いいかえれば，非統計的定式においては――系 U あるいは系 V のように――**どんな状態ベクトルにも結びつけることのできない**系が存在すると言わなければならない．しかし，上に書いたやり方をくり返すことによって，われわれはそのような個別系の各々に密度行列を結びつけることはできる[2]．この行列は，もちろん，Σ を記述する密度行列から部分的な対角和をとることによって得られるものである．いまの例ではそれは2行2列の単位行列に比例する．

いま考えている定式は単一の系を適当な数学的な量によって記述することができる点で古典物理学とある類似を持っている．けれども，それに関連して，二つの問題を考えなければならない．第1は，“そのような記述はどの程度まで完全であるか？”第2(これはある意味で第1の言いかえである)は，“その記述は客観的であるか？”

第1の問題に対しては，われわれはただちに，状態ベクトルを持たない系に対しては密度行列による記述は明らかに不完全であると答えることができる．たとえば第8章の例Bにおいて系 U の，および系 V の正確な密度行列だけを知っていると仮定しよう．これらの行列は両方とも単位行列に比例しているから，この場合明らかに，その知識から $\sigma_3^{(U)}$ と $\sigma_3^{(V)}$ の将来の測定のどんな相関も導くことはできない．けれども，測定すればそのような相関は見出されるのである．

第2の問題に関しては次のことに注意するのがよい．すなわち，穏健な実在論の枠内で考えるならば，つまり，**客観的**ということを“系が本当に所有する性質に対応するもの”として定義するならば――第9章で指摘したように――隠れた変数が存在するかそれとも系の射線による記述が客観的**である**かのどち

らかである．どちらの場合にも分離不能性の効果は避けることはできない．隠れた変数の理論の場合にはこれは第11章で示される．もう一つの場合にはその効果は，たとえば第8章の例BでUに対して行われる測定の操作が，V(それは遙かに離れている)にそれがいままで持っていなかった状態ベクトルを与えることから出てくる．もしも，状態ベクトルは客観的なものではなく，系VはUについて測定が行われる前にも，未知ではあるが定まった値を持っていると考えることによって分離不能性を否定しようとするならば[2]，われわれは隠れた変数を導入する(そして第11章で分析される困難を背負いこむ)か，それともBohrが考えた類いの分離不能性(すなわち対象と装置との分離不能性)を受け入れるかせざるをえない．このように，この定式の枠組の中でも，統計的定式におけると同じく，適度に実在論的な立場かBohrの説に近い立場かのどちらかを選ばなければならない．第1の場合には，われわれは，状態ベクトルは客観的であるとするかあるいは隠れた変数の存在を信じるかのどちらかである．第2の場合には，状態ベクトルは決定的に客観的ではない．けれども，どちらの場合にも，驚くべき瞬間的なしかも遠くまで届く効果が不可避的に存在する．それは第8, 9, 11章でくわしく論じられている．言いかえれば，量子力学の個別系による定式と集団による定式とはこの点ではまったく同等である．

量子論的命題等にもとづく公理論が個別系の量子状態の一般的な定義への道を開くかも知れないという希望が述べられたことがある[3]．けれども，それは分離可能性に導き，したがって量子力学の予言のあるものを変えることがじきに明らかにされた[4]．

10.2　量子状態

現在の文献には状態の概念について曖昧さがある．ある著者はそれを個別系の概念に結びつけ，たとえば，与えられた系がある状態にあるという．他の著者はそれを集団にだけ結びつける．次のことによって事情はさらに複雑になっている．ある理論家にとっては状態の概念はその状態によって記述できる集団(あるいは個別系)だけを意味するのに対し，他の著者にとっては，それは状態ベクトルであらわすことができずしたがって密度行列による記述だけができるような集団(あるいは個別系)をも意味するとされる．後者にとっては密度行列

は状態を記述するが，前者にとっては密度行列は状態の**混合**を記述するに過ぎない．もちろんどんな定義も許されるが，先入観から生じる誤解を避けるために，“状態”という言葉の使用をこれまで避けてきた．以下でも，文脈から意味が明らかな時にたまにしか使わないことにする．しかし，この概念の可能な定義についていくつか補足的な注釈をすることは多少役に立つだろう．

まず第1に，くり返して指摘したように，密度行列 ρ が射影作用素でないならば，ρ をその密度行列として持つ**1個**でなく無限個の本義混合を考えることができる．これらの本義混合は互いに同等であろうか？ 明らかに，系の状態の定義はこの質問に対する答に大きく依っている．けれども，同様に明らかに，その答は二つの集団が同等であるということが正確に何を意味するかに非常に依存している．

この点をさらに研究するために，スピン1/2の粒子の偏極していない粒子線を準備するのに使われる三つの方法を考えよう．方法Iは，一つは $O\hat{z}$ 方向にもう一つはその反対方向に完全に偏極した二つの粒子線を適当な磁石を使って混合することである．方法IIは $\pm O\hat{x}$ 方向が $\pm O\hat{z}$ 方向にかわることを除いては方法Iと同じである．方法IIIは第8章の例Bの V 粒子(スピンを保存する相互作用によって2個のスピン1/2の粒子に崩壊するスピン0の粒子の崩壊生成物)によって粒子線をつくることである．集団として考えるとき，これら三つの粒子線は同じ密度行列

$$\rho=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

を持っている．したがって数学者は，これら三つの粒子線はこの理由によって**定義として同等**と考えるべきだときめることができる．けれどもこれらの粒子線は物理系でもあるからそれらの集団を次々に準備して統計的測定にかけることができる．ところで与えられた物理系についてなし**うる**すべての実験のリストは理論家の自由意志には依らない．たとえば今の場合，

$$\Sigma_z=\sum_{n=1}^{N}(\sigma_z)_n$$

の値のゆらぎは三つの方法のどれで準備された粒子線についても測定できる[$(\sigma_z)_n$ と Σ_z は，それぞれ，n 番目の粒子のスピンと全スピンとの $O\hat{z}$ 方向の成分

の2倍である]．それぞれの粒子線の中の粒子の数 N が非常に大きくなるとき，これらのゆらぎは標準偏差

$$\sigma_{\mathrm{I}}=0, \qquad \sigma_{\mathrm{II}}=\sigma_{\mathrm{III}}=\frac{1}{2}\sqrt{N}$$

で特徴づけられるので，方法Iで準備された粒子線は適当な実験によって容易に他のものから区別できる．また $O\hat{z}$ と $O\hat{x}$ の役割を入れかえれば，IIの場合を他の二つから区別する方法が与えられる．同様に，U 系と V 系との相関測定がIIIの場合に対する原理的に曖昧さのない検証を与えることを，ここで思い出そう．

このような事情だから，とにかく何を"集団"と呼ぶか(これは約束の問題である)にはまったく無関係に，方法IからIIIによって準備された粒子線自身は互いに客観的に異なっている．この主張はこれらの粒子線を抽象的存在としてでなく物理系として考えることから生じるのであって，これが物理的に意味のある観点である．

量子状態を定義する問題に戻ると，それはまったくではないにしても，主として自由な約束の問題であることがわかる．たとえば，もしも密度行列 ρ が状態の代表であることにきめるならば，$\rho^2 \neq \rho$ の場合には，この定義に従えば，同じ型ではあるがあるオブザーバブルについては互いに違う物理系が，それにもかかわらず，同じ"状態"にありうることを記憶しておかなければならない．実際問題としては，"状態"という言葉を与えられた密度行列に結びつけることは本義混合の場合に適当であるとは思われない．

文　　献

[1] D. Finkelstein, *Trans. N. Y. Acad. Sci.* **25**, 621(1962–63).

[2] J. B. Hartle, *Am. J. Phys.* **36**, 704(1968).

[3] J. M. Jauch and C. Piron, *Helv. Phys Acta* **42**, 842(1969).

[4] J. M. Jauch in *Foundations of Quantum Mechanics, Proceedings of the Enrico Fermi International Summer School*, Course IL, Academic Press, New York, 1971.

第11章 “隠れた変数”の方法

第8章の結果は，相互作用していない物理的対象にあらゆる場合にきまった性質を与える理論は，必然的に量子力学の予言の**あるもの**を破る，という印象を与えやすい．しかし，隠れた変数の理論がまさに存在するということが，この問題の別の見方を与える．すでに述べたように，たとえばBohm[1]はこの型の決定論的な理論で，どんな物理的対象もいつでもそれ自身のきまった性質を**持つ**ようなものを構成した．その上この理論は，隠れた変数の値について平均すると，量子力学の予言を正確に再現する．したがってこれは上で述べたことへの反例である．

われわれはまず，そのような理論の存在がそもそもなぜ可能なのかを理解しなければならない．次にその成功に対して何か“代償が払われねばならなかった”かどうかも調べなければならない．その代償は実はかなり法外なものであることが以下で示される．その理論は必然的に不自然な非局所性の効果を含んでいて，その不自然さは正統的な理論の分離不能性と同程度——あるいはさらに驚くべきでさえある——と考えるのが妥当である．

11.1 存在問題

この問題はEinstein, Podolsky, Rosenが提起した困難とはまったく独立に定式化されたので，最初は非常に一般的な意味において調べなければならない．古典統計力学では理論の統計的性格は，巨視的状態が，すべての可能な測定の結果が正確にきまっていると考えられる，よりよく定義された状態の平均であるという事実から生じる．量子力学の統計的性格は同じような理由から生じたものと考えられないだろうかというのが出発点の疑問であった．いいかえれば，量子状態(集団)はすべての可能な測定の結果が完全にきまっている状態の平均と考えられないかが問われた．この仮想的な**分散のない**状態は状態ベクトルだけでなく余分な変数によっても特徴づけられる．その状態に対応する集団を実際に**準備する**ことはできないので(さもなければ量子力学が変更される)，この変数は“隠れた”変数と呼ばれる．

いま述べた問題に対する答は，ながい間，すでに知られておりそれは否定的であると考えられていた．この意見は，分散のない集団が存在すると考えることは量子力学の一般原理と両立しえないことを示す，von Neumann[2]の定理にもとづいていた．von Neumann の証明は次のような一般的な仮定だけを使っていた．

線型性の仮定　任意の二つの Hermite 作用素 A と B の任意の実1次結合

$$C=\alpha A+\beta B$$

はオブザーバブルを表わし，C の期待値 $\bar{C}$ は A と B の期待値の1次結合

$$\alpha\bar{A}+\beta\bar{B}$$

である．

超選択則(7.1節を見よ)を含まない型の系を考えるならば，上の**線型性の仮定**にあらわれる C についての主張は，実際，状態ベクトルまたは密度行列によって記述されるどの集団に対しても必ず正しい．けれども，Bell[3]が指摘したように，物理的にはつくられ得ない仮想的な分散のない集団*にまで線型性の仮定を拡張する根拠は何もない．けれども，von Neumann の証明はこの拡張を必要とするので，この証明は量子力学の隠れた変数による記述の可能性を除外するには十分でないと結論せざるを得ない．

この点を例証するために，隠れた変数について適当に平均すれば，限られた適用領域では実際に**すべての**量子論の予言を**再現する**，非現実的ではあるが初等的な隠れた変数のモデル[4], [5]を簡単に述べよう．モデルはスピン1/2粒子のスピンに関係しており，二つの単位ベクトル $\boldsymbol{q}$ と $\boldsymbol{\lambda}$ によってこのスピンを記述する．個々の粒子が，場の勾配が単位ベクトル $\boldsymbol{a}$ の方に向いている，Stern-Gerlach の測定装置と相互作用したとすると，そのモデルは次のように主張する．

(a) 測定の結果は

$$\frac{1}{2}\operatorname{sign}(\boldsymbol{\lambda}\cdot\boldsymbol{a}')$$

に等しい．ここで “sign x” は量 x の符号を意味し，単位ベクトル $\boldsymbol{a}'$ は $\boldsymbol{a}$ を

* この集団に対しては，いうまでもなく，期待値は観測される値と一致する．

$(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{a})$平面内で $\boldsymbol{q}$ と成す角 θ' が

$$\theta' = \pi \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

であるように廻転したものである(θ は $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{q}$ との間の角である)．そして

(b) $\boldsymbol{\lambda}$ と $\boldsymbol{q}$ はどちらも変化する．たとえば，測定結果が $+1/2$ である粒子だけを通過させる装置の場合を考えよう．そのとき新しいベクトル $\boldsymbol{q}$ は $\boldsymbol{a}$ と一致する．新しいベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ は，初めのものを，新しい方位角

$$\varphi' = \frac{\varphi}{1-\theta'/\pi} + \theta - \frac{\theta'}{2(1-\theta'/\pi)} \tag{11-1}$$

まで，偏角を固定して，$\boldsymbol{q} \times \boldsymbol{a}$ 軸のまわりに廻転することによって得られるものである．ここで φ は初めのベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ の方位角であり，φ と φ' はどちらも $\boldsymbol{q} \times \boldsymbol{a}$ 軸のまわりに $\boldsymbol{q}$ から測られる．

$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ を二つの単位ベクトルとし，$\boldsymbol{c} = \alpha \boldsymbol{a} + \beta \boldsymbol{b}$ もまた単位ベクトルとするとき，$\boldsymbol{q}$ と $\boldsymbol{\lambda}$ によって特徴づけられる分散のない集団における $\boldsymbol{c}$ 方向のスピン成分の測定の結果は，それが行えると仮定して，明らかに線型性の仮定をみたさない．他方，そのような測定を，ベクトル $\boldsymbol{q}$(偏りの方向と同定できる)はすべて一致しベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ は半球$(\boldsymbol{\lambda} \cdot \boldsymbol{q}) \geq 0$ に一様に分布している N 個の系の集団について行ったとしよう．容易に証明できるように，そのとき装置は

$$N \cos^2 \frac{\theta}{2} \tag{11-2}$$

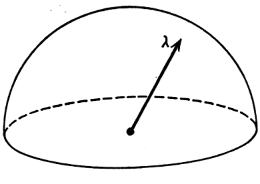
個の粒子を通過させ，その結果生じる集団はベクトル $\boldsymbol{q}$ が $\boldsymbol{a}$ と一致しベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ は半球$(\boldsymbol{\lambda} \cdot \boldsymbol{a}) \geq 0$ に一様に分布しているような粒子から成っている．もしベクトル $\boldsymbol{q}$ と $\boldsymbol{a}$ の初めの分布が上に述べたようなものであるならば，モデルが隠れた変数を含むにもかかわらず，この結果は任意の方向のスピン成分の任意の継続的な測定に対する量子力学の予言が必ず満足されることを保証する．

それにもかかわらず，完全のために次の事実を述べておかなければならない．系 S に(量子力学において)結びついている Hilbert 空間の次元数が2よりも大きいときは，量子力学の検証可能な予言に矛盾せずに S を記述する隠れた変数の理論の種類にはある制限がある．たとえば文献[3]に示されているように，それは Gleason による次の定理の結果である．すなわち，そのような場合には，

オブザーバブル A の測定の結果は隠れた変数の値にばかりでなく，A と両立可能な他のどの変数——もしあるとすれば——が A と一緒に測定されるかにも依る．この理由でそのような理論は，しばしば，“状況依存的” contextualistic と言われる[6]．この性質によって隠れた変数の理論は，もともと望んでいた古典論的記述にはむしろ似ないものになってしまう．そして——11.4節で示すように——さらに驚くべき他の特徴(状況依存性に関係してはいるがもっと特殊な)をも，その理論は持っている．そのため隠れた変数の理論の状況依存的な面はここでは研究しない．それらの包括的な分析はたとえば Belinfante[6]にあり，そこにはさらに文献が出ている．

11.2 隠れた変数と分離可能性の問題

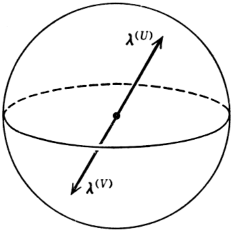
第8章では分離不能性の証明が特殊な例を使って与えられた(例B)．二つの直交する方向へのスピンの成分(その相関を含む)に対する量子力学の予言はその証明に十分である．いいかえれば，望む結果を得るためには任意の他の方向についての予言を考える必要は無い．ここでの目的はなぜ**この**証明が隠れた変数を持つ理論には成り立たないかを理解することだから，**二つの直交軸の方向への**量子力学の予言を正確に再現する，スピン1/2の簡単な隠れた変数の理論を考えれば十分である．この種の理論はスピンを一つの単位ベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ によって記述すれば得られる．与えられた軸，第3軸の方向へのスピンの成分 $\sigma_3/2$ の測定は，λ_3 が正か負かに従って，$+1/2$ あるいは $-1/2$ の結果を与えると仮定する．スピンベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ が初め等方的に分布している系の集団 E における σ_3 の測定は，E を二つの部分集団 E_+ と E_- に分ける．たとえば E_+ では $\boldsymbol{\lambda}$ は上半球に一様に分布しており(第11-1図を見よ)，モデルは，σ_3 が E_+ で測られるとき $\sigma_3=+1$ を得る確率 $+1$ を，σ_1 が測られるとき $\sigma_1=+1$ を得る確率1/2を予言



第11-1図 E_+ の要素

する．こうして第1軸と第3軸方向の測定に関して，E_+ からの予言は，状態ベクトル u_+ によって記述される量子集団からのものと正確に一致する．

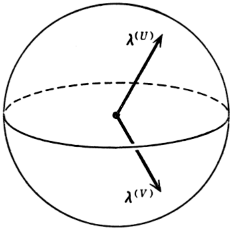
この理論が使われるときは，第8章で研究した2粒子系はその章の古典的な例Aと一致する．実在性と分離可能性の原理はそのときには，すでに示したように，自然にみたされる．その上，そのモデルでは，**どの測定も行われないうちにさえ**，全系 $U+V$ の集団 $\mathcal{E}$ は二つの集団 $\mathcal{E}_+$ と $\mathcal{E}_-$ とから成っていると考えることができることは明らかである．ここで $\mathcal{E}_+(\mathcal{E}_-)$ は全系 $U+V$ の集団であって，その構成部分である"U 系"が正(負)の第3成分を持ったスピンベクトル $\boldsymbol{\lambda}^{(U)}$ を持つようなものである．$\mathcal{E}_+$ の要素の構成部分である"V 系"は相関的に($\boldsymbol{\lambda}^{(U)}=-\boldsymbol{\lambda}^{(V)}$ だから) $\lambda_3{}^{(V)}<0$ を持っている(第11-2図を見よ)．もし E_+ が $\mathcal{E}_+$ に存在する系 U の集団であるならば，E_+ における $\boldsymbol{\lambda}^{(U)}$ は上半球に等方的に分布している．われわれが関心を持つ物理量 σ_1 と σ_3 については，E_+ からの予言は，従って，量子集団 u_+ からのものと一致する．同じことは，もちろん，V 粒子の対応する集団 $\hat{E}_-$ に対して成り立ち，その予言は v_- からのものと一致する．



第11-2図　$\mathcal{E}_+$ の要素

さて，本質的な点は，E_+ がこのように u_+ と，そして $\hat{E}_-$ が v_- と(ここで考える限られた意味で)"一致する"にもかかわらず，$\mathcal{E}_+$ は，この意味でさえ(すなわち，$\boldsymbol{\sigma}^{(U)}$ と $\boldsymbol{\sigma}^{(V)}$ の第1および第3成分について行う可能な測定に関して)，u_+v_- と一致**しない**ことである．その理由は，このモデルでは，初等的で明らかである(これはもっと難しい場合にも成り立つ)．それは，$\boldsymbol{\lambda}^{(U)}$ が E_+ において，同じく $\boldsymbol{\lambda}^{(V)}$ が $\hat{E}_-$ においてデタラメに分布しているにもかかわらず，$\boldsymbol{\lambda}^{(U)}=-\boldsymbol{\lambda}^{(V)}$ という相関がいつも存在するために，変数 $\boldsymbol{\lambda}^{(U)}, \boldsymbol{\lambda}^{(V)}$ は $\mathcal{E}_+$ において完全

にデタラメには分布して**いない**ことから生じる．われわれが関心を持つ量に関する u_+v_- の予言はこの隠れた変数の理論において正確に，$\mathcal{E}_+$ でなく別の集団 $\mathcal{E}_+'$ によって，再現される．これは $\mathcal{E}_+$ と似ているが，$\boldsymbol{\lambda}^{(U)}$ と $\boldsymbol{\lambda}^{(V)}$ がそれぞれの構成部分の中にあって完全に相関が無いという決定的な点だけが違っているものである(第 11–3 図)．これが集団 $\mathcal{E}$ が，$\mathcal{E}_+$ と $\mathcal{E}_-$ の本義混合**である**にもかかわらず，素朴に期待されるような u_+v_- と u_-v_+ との量子混合から出る予言を与えずに，量子純粋状態 $(u_+v_- - u_-v_+)/\sqrt{2}$ と同じ予言を与える理由である*．11.1 節で述べたモデルのそのままの拡張からも同様の結論が導かれる．



第 11–3 図 $\mathcal{E}_+'$ の要素

要約すると次のように言うことができる．第 8 節で展開した分離可能性に反対する議論は量子力学のいくつかの統計的予言が正しいという仮定だけでなく，すでに強調したように，仮定 Q(4. 2 節)にももとづいている．隠れた変数が存在すると考えるときには，たとえば $\mathcal{E}_+$ は量子集団**ではない**ので，そのような仮定は成り立たない．このため，分離可能性が隠れた変数の理論で成り立ちうるかという問題は別の研究課題になる．次の節では，反対の仮定——隠れた変数の存在の仮定——をした場合にも(違う理由で)分離不能性が成り立つことを示す．

11.3 隠れた変数の理論における分離不能性

上で用いた単位ベクトルによるスピン 1/2 の簡単な表わし方は，$\sigma_3 = +1$ を持つ集団に対する正統的な量子力学の予言を，第 3 軸の方向とそれに直交する

---

* 厳密ではないが直観的な言葉で言えば，ここでわれわれはすでに指摘した事実，すなわち，内部的相関のために，$\mathcal{E}_+$ における隠れた変数は，量子集団 u_+v_- との同等性が成り立つほど十分にはデタラメに分布していないという事を確かめたことになる．

方向とを除いては再現しない．けれども多少の複雑さを代償として，すべての予言を正確に再現する模型を与えることができる(11.1節を見よ)．同様に，隠れた変数について平均したときに量子力学のすべての予言を正確に再現する模型をもっと複雑な系に対しても構成することができる．けれどもBell[4]は，量子力学の予言を統計的に正確に再現するすべての隠れた変数の理論(Bohmの理論のような)は，一つの一般的性質を共有していることを示した．その性質とは**ある**実験に対して次のことが必ず起ることである．すなわち，ある場所に置かれた測定装置M_1の読みは，非常に離れているかも知れない別の場所に置かれていて第1の装置とはどんな仕方でもつながれていない，もう一つの装置M_2の置き方に依る．したがってM_1の読みは——隠れた変数の与えられた値に対して——M_2の備品の一部の位置を変えるだけで変りうる．

特定の例でこのことを示せば十分である．便利な例はまたしても第8章の例B，すなわち，スピン0の粒子が，スピンを保存しながら，2個のスピン1/2の粒子UとVに崩壊する例である．これらの粒子が互いに遠く飛び離れたのち，示されるのは次のことである．この系の集団を考えM_1が$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{\sigma}^{(U)})$（$\boldsymbol{a}$は磁石$M_1$の方向を表わす単位ベクトルである）を測る磁石であるとすると，まったく遠く離れているかも知れないある別の場所での$(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{\sigma}^{(V)})$の測定の結果は$\boldsymbol{a}$の方向に依る．Bellが述べているように，結論は“統計的予言を変えずに個別の測定の結果を決定するように，量子力学にさらにパラメーターを加えた理論では，一つの測定装置の置き方が，どんなに遠くても，別の装置の読みに影響しうる”ことである．その上，含まれている信号は瞬間的に伝わらなければならないから，そのような理論はLorentz不変ではありえない．

この性質の証明を要約しよう．$\boldsymbol{\lambda}$を系$U+V$の記述を与える1組の隠れた変数としよう．UとVが量子論の先の段階の理論が成り立つある種の媒質の中を伝播すると仮定すると，この媒質に結びついた隠れた変数は，（さらに一般的に）装置の方向$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \cdots)$に依らない任意の他の隠れた変数と共に，上述の組に含まれているはずである．$\rho(\lambda)$を，考えている量子力学的初期状態に対応する集団でのλの確率密度分布としよう．前と同じく，$\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b})$で，$U(V)$のスピン成分を測るために使われるStern-Gerlachの磁石$M_1(M_2)$の方向を表わそう．この考察は完全に決定論的な隠れた変数の理論に限る必要はない．特定の測定

の結果は対応する装置に結びついた(そしてその確率分布が局所的な条件だけに依っている)ある隠れた変数の値に部分的に依存すると仮定してもよい．背理法的に論じることにしよう．すなわち，$U(V)$の$\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b})$方向のスピン成分の測定の結果$A_a(B_b)$($\hbar/2$を単位とする)が$\boldsymbol{b}(\boldsymbol{a})$に依ら**ない**と仮定すると量子力学の予言と矛盾することを示す．

そのために[7]，積A_aB_bの平均値を$P(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$と呼ぶことにしよう．上述の仮定により

$$P(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=\int d\lambda\rho(\lambda)\bar{A}(\boldsymbol{a},\lambda)\bar{B}(\boldsymbol{b},\lambda). \tag{11-3}$$

(11-3)式において，$\bar{A}(\boldsymbol{a},\lambda)[\bar{B}(\boldsymbol{b},\lambda)]$は，系$U(V)$における$A_a(B_b)$の測定から生じる結果の，$\boldsymbol{a}$と$\boldsymbol{b}$に依ら**ない**隠れた変数の一定の値で特徴づけられる，期待値である($\boldsymbol{a}$と$\boldsymbol{b}$に(すなわち装置に)**依る**ものはすでに平均されている)．

選んだ単位では$A_a=\pm1$，$B_b=\pm1$である．ゆえに，

$$|\bar{A}|\le 1;\qquad |\bar{B}|\le 1. \tag{11-4}$$

$\boldsymbol{a}',\boldsymbol{b}'$を装置の別の方向としよう．すると

$$\begin{aligned}P(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})-P(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}')&=\int d\lambda\rho(\lambda)[\bar{A}(\boldsymbol{a},\lambda)\bar{B}(\boldsymbol{b},\lambda)-\bar{A}(\boldsymbol{a},\lambda)\bar{B}(\boldsymbol{b}',\lambda)]\\&=\int d\lambda\rho(\lambda)\bar{A}(\boldsymbol{a},\lambda)\bar{B}(\boldsymbol{b},\lambda)[1\pm\bar{A}(\boldsymbol{a}',\lambda)\bar{B}(\boldsymbol{b}',\lambda)]\\&\quad-\int d\lambda\rho(\lambda)\bar{A}(\boldsymbol{a},\lambda)\bar{B}(\boldsymbol{b}',\lambda)[1\pm\bar{A}(\boldsymbol{a}',\lambda)\bar{B}(\boldsymbol{b},\lambda)].\end{aligned}$$

不等式(11-4)により

$$\begin{aligned}|P(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})-P(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}')|&\le\int d\lambda\rho(\lambda)[1\pm\bar{A}(\boldsymbol{a}',\lambda)\bar{B}(\boldsymbol{b}',\lambda)]\\&\quad+\int d\lambda\rho(\lambda)[1\pm\bar{A}(\boldsymbol{a}',\lambda)\bar{B}(\boldsymbol{b},\lambda)]\end{aligned}$$

すなわち

$$|P(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})-P(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}')|\le 2\pm[P(\boldsymbol{a}',\boldsymbol{b}')+P(\boldsymbol{a}',\boldsymbol{b})]. \tag{11-5}$$

不等式(11-5)は系$U+V$の全スピンが0であることを仮定せずに導かれていることに注意しよう．したがってそれはこの仮定と独立に成り立つ．いま$U+V$の全スピンが0**である**場合を考えると

$$P(\boldsymbol{a}', \boldsymbol{a}') = -1 \tag{11-6}$$

(これは量子力学によって，および/または複合系の角運動量を定義するどんな理論によっても予言される)だから，特に $\boldsymbol{b}'=\boldsymbol{a}'$ と選ぶと，不等式(11-5)は

$$|P(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})-P(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}')| \leq 1+P(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{b}') \tag{11-7}$$

に帰着する．不等式(11-7)が Bell の不等式の元の形[4]である．一般化された形(11-5)は Clauser, Horne, Shimony, Holt[8]によって初めて導かれた．

すでに述べた仮定(本質的に，A_a が $\boldsymbol{b}$ に依らないこととその逆)のもとでは，不等式(11-7)は任意の単位ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{b}'$ に対して成り立つ．量子力学がこの条件をみたすかどうか調べよう．そのために，量子力学では $P(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ は

$$P(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = \mathrm{Tr}\,[M(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{\sigma}^{(U)})(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{\sigma}^{(V)})] \tag{11-8}$$

で与えられることから出発する．ここで M は $U+V$ の $S=0$ 状態の密度行列である．固有値 $S=0$ は縮退していないから，M はこの状態への射影作用素である：

$$M = 4^{-1}(1-\boldsymbol{\sigma}^{(U)}\cdot\boldsymbol{\sigma}^{(V)}). \tag{11-9}$$

したがって(11-8)式は容易に計算できる．すなわち

$$P(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}) = -(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}) \tag{11-10}$$

であり，不等式(11-7)は

$$|(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}')| \leq 1-(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{b}') \tag{11-7a}$$

となる．

この不等式がどんな単位ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{b}'$ に対しても成り立つかどうか調べるために，z 軸を $(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ 平面への法線とする．すると，$\theta_\alpha, \varphi_\alpha$ を単位ベクトル $\boldsymbol{\alpha}$ $(\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ または $\boldsymbol{b}')$ の球面座標とすれば，(11-7a)は $\phi_b=\phi_{b'}$ を除く座標の任意の値に対して

$$|\sin\theta_a|\left|\sin\left(\phi_a-\frac{\phi_b+\phi_{b'}}{2}\right)\right| \leq \left|\sin\frac{\phi_b-\phi_{b'}}{2}\right| \tag{11-11}$$

と書ける．$\phi_b-\phi_{b'}$ を小さくとれば，θ_a と ϕ_a をいつでもこの不等式がみたされないようにとれることは明らかである．結論は，A は $\boldsymbol{a}$ と λ にだけ依り B は $\boldsymbol{b}$ と λ にだけ依るという仮定のもとでは，考えている種類の理論は——隠れた変数の分布をどう選ぼうとも——普通の量子力学のすべての予言を正確に再現することはありえないということである．実際，上の証明からすぐわかるように，

そして Bell[4]がもっとくわしく示しているように，そのような理論は量子力学の予言を任意に小さな誤差で再現することすらできない．

これでこの節の初めに述べた主張の証明は終った．決定論的な*隠れた変数の理論がすべての可能な実験的設定に対して量子力学の予言を正確に再現するためには，ここで考えている配置でいえば，それは特に次のようなものでなくてはならない．すなわち，U に対してなされた測定の結果 A は λ――微視系を記述するパラメーターの組――と $\boldsymbol{a}$――A を得るのに使われた磁石の位置をあらわすパラメーター――だけでなく，理論における他のパラメーターすなわち $\boldsymbol{b}$――V に対して測定をするのに使われた磁石の位置をあらわす三つのパラメーターの組――にも依るようなものでなくてはならない．この依存性はこれらの 2 個の磁石が遠く離れていても存在し，磁石の間の距離が増しても減少しない．実際それは距離にまったく依らず，明らかに一つの場所から他の場所へ瞬間的に伝わる(11.6 節でさらに論じる)．したがってそれは，Einstein が明瞭に述べわれわれが分離可能性の原理と呼ぶ，非常に根源的で常識的な考えとはっきりと矛盾する．

分離可能性の原理

[U]と[V]をかつて相互作用したがもはや相互作用していない二つの系としよう．すると“系[V]の現実の事実としての状況は，空間的に離れている系[U]において何がなされるかには無関係である”[9]．

隠れた変数の理論をくわしく研究することも，また，その問題に対してされた多くの興味ある重要な寄与を論評することもわれわれの目的ではない．隠れた変数を保存する量子力学の変更が究極的に見出されるということは考えうることである．けれども，いままでのところでは，それは単なる希望に過ぎないので，この本ではおもに変更されない量子物理学を，すなわち，普通の量子力学の観測可能な予言を正確に再現する理論形式を取り上げる．この点で上に述べた証明は基本的重要性を持っている．それは，隠れた変数によって決定論を再び導入しようとするすべての理論形式は，非常に奇妙で人為的な大規模の非局所性を必然的にその中に組み込んでいることを示すからである．普通の量子

* あるいは局所的に確率論的な．先の(11-3)式の前後を見よ．

力学を“独立な実在”(以下で論評する)によって解釈しようとする試みが非常に驚くべき重要な結果に導くことは本当であるが，この節で示されたことは，隠れた変数の描像は少なくとも同じくらい人為的で気持の悪い結論を必ず生じるということである．それは非常な複雑さを理論に持ち込み，同種粒子の区別の不可能性と粒子の生成とを考慮するときはなおさらそうであるから，少くとも現時点では，決定論を物理学に再び導入しようとするこれらの試みを——控え目に言っても——有望でないと考えている大多数の物理学者の立場に有利な論拠は十分にあると思われる．

Bohmの隠れた変数の理論の分離不能性はBell[3]によって指摘され，さらに最近Bohm自身[16]によって強調された．

11.4　別の証明

何人かの研究者がBellの結果の別の証明を与えている．多分もっとも簡単なもう一つの証明をここで述べておく．それはWigner[10]に依るものである．

11.3節で調べた現象をもう一度考えよう．ベクトル$\boldsymbol{a}_i$で空間の三つの方向をあらわし，$S_i^{(U)}(S_i^{(V)})$が$\boldsymbol{S}^{(U)}(\boldsymbol{S}^{(V)})$の$\boldsymbol{a}_i$方向の成分であるとする．ふたたび全スピンが0の$U+V$系の集団を考えよう．隠れた変数$\lambda$は任意の単一の$U+V$系の未来の歴史をはっきり指定された条件の下で決定する．したがって決定論的な理論では，三つのオブザーバブル$2S_i^{(U)}$のどれかを測れば結果σ_iを与え，同様に$2S_i^{(V)}$のどれかの測定が結果τ_iを与えるような(普通の単位$\hbar=1$において$\sigma_i=\pm1$，$\tau_i=\pm1$)系の数(集団の中の)として数

$$(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 ; \tau_1, \tau_2, \tau_3) \tag{11-12}$$

を定義することは意味を持っている．すると，たとえば，$2S_1^{(U)}, 2S_2^{(U)}, 2S_1^{(V)}$の測定が結果$\sigma_1, \sigma_2, \tau_1$を与えるような系の数は，$\sigma_i=\pm1$に(あるいは$\tau_i=\pm1$に)対応する事象は相互に排他的だから，明らかに

$$(\sigma_1, \sigma_2, \cdots ; \tau_1, \cdots) = \sum_{\sigma_3, \tau_2, \tau_3} (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 ; \tau_1, \tau_2, \tau_3) \tag{11-13}$$

である．これから指定されていないσやτは点で置きかえ，対応する記号に対して(11-13)式と同様な式を使う．

われわれの決定論的理論は量子力学のすべての検証可能な予言を再現しなけ

ればならない．その一つは

$$(+1,\ \cdot\ ,\ \cdot\ ;\ +1,\ \cdot\ ,\ \cdot\ )=0$$

である．この式の左辺を(11-13)式のように展開すると

$$\sum_{\sigma_2,\sigma_3,\tau_2,\tau_3}(+1,\sigma_2,\sigma_3;\ +1,\tau_2,\tau_3)=0 \tag{11-14}$$

となる．しかし和の中のすべての項は正または 0 だから，(11-14)式から，それらはすべて 0 である．i の他の値に対してこの議論をくり返すと，一つの σ_i が対応する τ_i に等しいすべての数$(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3;\tau_1,\tau_2,\tau_3)$は 0 であることがわかる．

量子力学のほかの予言には次のものがある：

$$(+1,\ \cdot\ ,\ \cdot\ ;\ \cdot\ ,+1,\ \cdot\ )=\frac{1}{2}\sin^2\frac{\theta_{12}}{2}, \tag{11-15a}$$

$$(+1,\ \cdot\ ,\ \cdot\ ;\ \cdot\ ,\ \cdot\ ,+1)=\frac{1}{2}\sin^2\frac{\theta_{13}}{2}, \tag{11-15b}$$

$$(\ \cdot\ ,\ \cdot\ ,+1;\ \cdot\ ,+1,\ \cdot\ )=\frac{1}{2}\sin^2\frac{\theta_{32}}{2}. \tag{11-15c}$$

ここで θ_{ij} は $\boldsymbol{a}_i$ と $\boldsymbol{a}_j$ との間の角である．

ところで，前の結果によって

$$\begin{aligned}(+1,\ \cdot\ ,\ \cdot\ ;\ \cdot\ ,+1,\ \cdot\ )&=(+1,-1,\ \cdot\ ;-1,+1,\ \cdot\ )\\&=(+1,-1,+1;-1,+1,-1)\\&\quad+(+1,-1,-1;-1,+1,+1).\end{aligned} \tag{11-16}$$

けれどもこの和の第 1 項は$(\ \cdot\ ,\ \cdot\ ,+1;\ \cdot\ ,+1,\ \cdot\ )$の展開においても現われ，したがってそれより小さいかたかだか等しい．同様に，第 2 項も$(+1,\ \cdot\ ,\ \cdot\ ;\ \cdot\ ,\ \cdot\ ,+1)$の展開に現われ，したがってそれより小さいかたかだか等しい．いいかえれば

$$(+1,\ \cdot\ ,\ \cdot\ ;\ \cdot\ ,+1,\ \cdot\ )\leq(+1,\ \cdot\ ,\ \cdot\ ;\ \cdot\ ,\ \cdot\ ,+1)+(\ \cdot\ ,\ \cdot\ ,+1;\ \cdot\ ,+1,\ \cdot\ ).$$

われわれの理論が量子力学の観測可能な予言を再現するはずであるとすれば，このことは

$$\frac{1}{2}\sin^2\frac{\theta_{12}}{2}\leq\frac{1}{2}\sin^2\frac{\theta_{13}}{2}+\frac{1}{2}\sin^2\frac{\theta_{32}}{2} \tag{11-17}$$

を意味する．けれども，この不等式は方向 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3$ の**任意の**選択に対しては成り立たない．したがってここで考えた一般の型の隠れた変数の理論が量子力学

のすべての検証可能な予言を再現することはありえない.

Wignerの証明に関しては，それが分離可能性に従う隠れた変数の理論にだけ適用できるのかそれとももっと一般的なのかが，最後に問題になる．答は，証明が遂行されるには，数(11-12)が定義可能でなければならないということである．これは，$2S_1^{(U)}$ の測定が結果 σ_1 を与える系 $U+V$ の数が，V が存在する離れた場所で測られるのが $2S_2^{(V)}$ であるのかそれとも $2S_3^{(V)}$ であるのかには依らないことを意味する．ゆえにこの証明の適用範囲は前に述べたBellの証明と同じである．分離不能な隠れた変数の理論は排除されない.

11.5 量子力学の破れの可能性の吟味

基本的——したがって厳密——であるとかつて考えられていた物理学の原理が近似に過ぎないとわかったことが過去に何度かある．同じことが量子力学の基本原理に対して起るということはまったく考えられないことではない．その場合にはわれわれは，そのすべての実験的に検証可能な結論が正しいと期待することはできない．他方，その結論の多くは既に検証されている．けれども，ごく最近にいたるまで，それらの検証のどれもEinsteinが分離可能性について提起した疑問に対する決定的な手がかりを本当には与えなかったことは，むしろ驚くべき事実である．実際，そのようなテストに必要とされる遠方の相関の実験はいつも限られた条件で(たとえば角度0° あるいは90° で)しか行われていなかったので，普通の量子力学と同じ予言をその範囲で与えるような，分離可能な隠れた変数の理論をいつでも考えることができた[8]．こういう状況なので，Einsteinの分離可能性の原理と量子力学の原理の基本的な組とのどちらが正しいかをはっきりさせる実験をすることは馬鹿らしいことではない．そのためにはBellの不等式(11-7)またはその拡張(11-5)をテストすることが必要である.

スピン1/2の粒子で実験することは容易でない．光子はスピン1を持つが，その偏極の効果はスピン1/2のベクトルの成分と形式的に同じように量子化される(一方の角 α が他方の角 2α に対応する違いはあるが)．このことは不等式(11-5)あるいは(11-7)を適当な光子のペアでテストする可能性を開く[8].

そのような実験がどのような条件のもとで行われれば決定的であるか，また

どんな情報を正確に与えるかについて系統的に論じようとすることは，まったくこの本の範囲外に出てしまうことになる．そのような議論のおもな論点は文献[7]と[8]にある．ここでは単に実験はすでに光子[11]，[12]，[13]と陽子[14]について行われ，さらに進行中のものもあることを注意しておこう．いろいろな理由で，得られた結果は多分まだ予備的なものと考えるべきだろう．いくらか不一致が残っているけれども，全体としてそれらは量子力学と分離不能性に有利なように見える．今後数年の間にこの分野で決定的な進歩がもたらされることが期待される*.

11.6　議論の続きとコメント

これまでのすべての章で次の二つの区別を注意深く行ってきた．一方は量子力学の検証可能な予言(それは曖昧さがない)であり，他方はその定式の仕方と概念的解釈の両方(これは変化しおよび/または議論のあるものである)である．この区別は本質的であり維持しなければならない．検証可能な予言のなかで特に**量子論の検証可能な要素的な予言**を考えよう．この言葉は少数個の安定粒子から成る系に関する量子力学の予言として定義する．そして次の“仮定 Y”をおこう．

仮定 Y

量子論の検証可能な要素的な予言はすべて正しい.

するとこの章の内容は次の主張によって要約することができる．仮定 Y は 11.3 節で定式化した**分離可能性の原理**と両立しない.

この結論は重要なのでその内容を細かく調べる価値がある．そのためには仮定 Y と分離可能性の原理とのなかの言葉と概念に与えられる正確な意味を注意深く分析しなければならない.

仮定 Y に関しては，それが測定の結果に関するものであることと，現在までのところ，測定のために使いうるどの装置も，測定される量子系と実際に相互作用するときに占める場所に，あらかじめかなり永い時間前に設置されなければ

---

*(訳注)　J. F. Clauser and A. Shimony, Bell's Theorem : Experimental Tests and Implications, *Report on Progress in Physics* **41**, 1881(1978), Bristol にその後の精密な実験の綜合報告がある．その結果はすべて量子力学の結果に一致し，分離可能な隠れた変数の理論とは合わない.

ばならないことを注意しておかなければならない．したがって次の質問には有意な内容がある．“仮定Yで言う量子論の予言は，“瞬間装置” versatile instrument で行われる仮想的な測定に関するものも含むか？” この質問を“質問W”と名づける．“瞬間装置”という言葉は，微視系が巨視的距離（部屋の大きさ）を伝播するくらいの時間の間に設定できるような装置を意味するものとする．どんな瞬間装置も実際には使われていないから，さしあたり，質問Wに対する明確な答は無いように思われる．“イエス”という答は量子力学の原理の一般性と適用領域にもっとも強い印象を受けている理論家に好まれるだろう．しかし“ノー”および/または“われわれには言えない”という答が，知られた事実を越えて外挿することに対して慎重な物理学者たちの選ぶものだろう．

分離可能性の原理についても，同じように，限定された意味と広い意味とを与えることができる．限定された――そして多分より文字通りの――意味では，それはいかなる“物質的影響”（われわれはわざと曖昧な言葉を使う）も**光速より速く**伝わりえないことを意味するものと理解される．より広い意味（“局在性”）では，それは局在的対象が持つ**任意に遠い対象に影響を及ぼす**可能性を，その影響が有限な速度で伝わるのに十分な時間がたとえあるときでも，制限するものと考えられる．このより広い意味では，分離可能性の原理と物理学で知られていることを効果的に比べようとすれば，その原理をもっと明確に述べなければならない．

なぜそうであるかを理解するために，ある対象 A を考えよう．それは粒子 P を放出し，次に P は B の型の対象によって吸収される．たとえ B 型の対象が A から**任意に遠く**離れていても，A が放出した粒子 P の一つを B が吸収するならば，A は B に有限な“影響”を及ぼす，もちろんこれは起りうることである．したがってそのような影響を禁止するような“分離可能性の原理”を定式化することが趣旨ではない．もしそのような原理が実験あるいは理論によって破られていることを後に見つけても，それから学ぶことは何も無い．他方，この例において，B が置かれている距離に関係なく，A が B の型の**任意の**対象に有限な影響を**必ず**及ぼすということはない．その反対に――放出の強度がどうであっても――B 型の対象が A から放出された粒子 P を吸収する確率がいくらでも小さいような，十分に遠い距離をいつでも考えることができることは明

らかである．“広い意味での分離可能性の原理”(あるいは“局在性の原理”)にアプリオリに正しいと**思われる**内容を与えるために，次のように定式化しよう．“3次元空間のある領域に局在する対象は，どれも，任意に遠く離れたある型の物体に**必ず影響**を及ぼすという性質は持たない．”

さてこの節の初めに述べた仮定 Y と質問 W にもどろう．

(a) もし質問 W に対するわれわれの答が“イエス”であるならば，11.3 節で述べた研究の結論は，仮定 Y は分離可能性の原理と，その限定された意味においてさえ，決定的に両立可能で**ない**ということである．それは瞬間装置によって $A(\lambda)$ と $B(\lambda)$ を与える測定が行われると考えられるからである．そのような状況のもとでは，もしも限定された意味での分離可能性の原理が成り立つならば，11.3 節で考えた確率分布 $\rho(\lambda)$ は装置の置き方を指定する方向，$\boldsymbol{a}$ あるいは $\boldsymbol{b}$ あるいは $\boldsymbol{c}$ に依ることはありえないだろう．そして同様に，装置に結びついた確率分布は局所的な条件にだけ依るだろう．こうして(11-3)式の成立に導く条件がみたされ Bell の不等式が導かれて，仮定 Y と矛盾する．

(b) 他方，もしも，仮定 Y を定式化するときに，それは仮想的な瞬間装置によって行われる測定とは関係**ない**という了解で，そうするならば(すなわち，質問 W への答は“ノー”であることを認めるならば)，厳密に言えば，仮定 Y は**限定された意味**にとった分離可能性の原理と両立不能では**ない**．これは，瞬間的でない装置が使われるときには，たとえば$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{\sigma}^{(U)})$と$(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{\sigma}^{(V)})$を測定する装置の現実の設置によって——実験が始まる前に——$\rho(\lambda)$ が影響される時間が十分にあるという事実に依る．したがってこの設置を表わす添字が必要となり，それは $\rho_{ab}(\lambda)$ のように書かねばならない．同様に二つの装置のそれぞれの隠れた変数も他方のものの現実の設置によって影響される．そういう条件のもとでは 11.3 節と 11.4 節で与えた Bell の不等式を導くことはできない[4](文献[15]をも見よ)．

それでは質問 W への答が“イエス”でないときには，仮定 Y は分離可能性の原理と両立できると考えるべきだろうか？ 実はそうではない．仮定 Y は**広い**意味で考えた分離可能性の原理(しばしば“局在性の原理”とも呼ばれる)と両立可能ではないのである．これを示すためにこの章で考えた型の次の相関実験

を考えよう．定められた方向への$\boldsymbol{\sigma}^{(U)}$と$\boldsymbol{\sigma}^{(V)}$の成分を測る装置$A$と$B$が，“元の”粒子$O$の崩壊が起る点から任意に遠く離れている．$A$がある場所から見て$O$と$B$は空間のどこにあってもよい．もしBellの不等式が破られるはずであるならば(すなわち，もし量子力学の予言が成り立つはずであるならば)，それは**どのような**配置に対しても起らなければならない．そしてもしこの破れが，崩壊する前の元の粒子OへのAとBからの影響に帰因するならば，その意味するところは，OのAからの距離とベクトルAOの方向に無関係に，A(および/またはB)はそのような影響を粒子Oに**必ず**及ぼすということである．これはたしかに広い意味の分離可能性の原理に矛盾しており，われわれが示そうとしたことである．Bellの不等式の破れが$A(B)$の，$B(A)$に属する隠れた変数への影響に帰因するとしても同じ議論が成り立つ．

以上の分析の結果は次のようにまとめることができる．

(i) 量子力学の検出可能な要素的な予言が，少くとも現在の装置で行われる測定に関しては，任意の距離で成り立つと仮定すれば，広い意味に理解された分離可能性の原理に従う隠れた変数の理論で受け容れうるものは存在しない．

(ii) さらに，量子力学の検証可能な要素的な予言が，瞬間装置で行われるものであっても(それは現在使用可能ではないにもかかわらず)，任意の距離で成り立つと仮定すれば，その**限定された**意味においてさえ，分離可能性の原理と両立するような隠れた変数の理論で受け容れうるものは存在しない．

すでに8.3節で指摘したように，分離不能性の効果と相互作用の伝播速度が有限であるという原理との同時存在は重要な概念的問題を提起する．この問題を研究するための一つの可能な方法は，量子力学の検出可能な予言を(“瞬間”測定過程についてさえ)正しく再現する隠れた変数の理論が存在する事実を使うことである．いまやわれわれが知っているように，それらの理論は状況依存的な，(“限定”された意味において)分離不能な種類で**なければならない**．そのような一つの理論，理論Tを自由に使ってよいとし，それをモデルとして使うことにしよう．

理論Tは“効果が光より速く伝わる”ことを予言するか？　アプリオリに，われわれは何の心理的束縛もなしに“イエス”と答えそうになる．何故ならば理論は限定された意味で分離不能なのだから．けれどもそのような判定を下す

前に“効果”という言葉に与える正確な意味を調べなければならない．それは“観測可能な効果”を意味するか？ もしそうなら，“観測可能な効果”という言葉によってわれわれは正確には何を理解するのか？

このような研究を始めると，一つの可能性は次の考えに到達することである．相対性理論がいかなる信号——あるいはいかなる効果——も光より速く伝わらないと主張するとき，それが本当に意味するのは，どんな**指令**も離れた場所へ光より速く送りえないということである．もしも**これが**われわれの見方であるならば，われわれは次の性質を持つ理論Tが存在するかどうかを研究しなければならない．それは隠れた変数にもとづいており，状況依存的で分離不能であり，そして**命令**のそのような(超光速の)伝達を許さないようなものである．

ところで，この本で述べられる範囲では，そのような理論が存在しないことを示すものは何も無い．特に，われわれは量子集団だけしか使うことができないから，前に調べた実験——相関を持つ粒子UとV——はUが存在する場所からVが存在する場所へどんな指令も送ることを許さない．ここで調べた考え方の中では，したがって，相対性と分離不能性との間には矛盾が無いということができる．しかし，いうまでもなく，Einsteinの“分離可能性”の原理(名前でなく言葉による表現が彼のものであることを思い出しておこう)がどの許容できる理論Tによっても(限定された意味においてさえ)破られていることは本当である．これは，$S_a^{(U)}$が測られる場所で起る出来事は，もしも，**隠れた変数$\boldsymbol{\lambda}$をそのままにしながら$\boldsymbol{b}$**を変えるとしたら，本当に変えられるということを意味する．けれども，このような操作はあきらかに不可能である．そしてこのことの(λが制御不能であることによる)不可能性が，最終的に，いままでのすべての考察を矛盾のないものとし，命令の有限な伝達速度の原理が成り立つことを許すのである．こうして普通呼ばれている“相互作用速度の有限の原理”はおそらく現象論的性格のものに過ぎないという結論に到達する．それは“実在そのもの”(ここでは，$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, A_a, B_b$とともに，隠れた変数によってあらわされる)には関係しないで，そのような実在に関するわれわれの行動の可能性に結びついて成り立っている．そのとき“実在”という言葉を隠れた変数の組などを指定するのに使いつづけることを選ぶか，それとも，われわれが人類として何らかの作用を及ぼしうる現象に限定するほうを選ぶか(**Wirklichkeit**

(現実性)と **Wirken**(作用)という言葉の間の類似性がドイツ人の物理学者にまったく自動的にさせる選択)は言葉の使い方の問題に過ぎない．このたよりにならない道はわれわれをまさに哲学に引き入れてしまったが，この段階ではまだこの砂地獄の探険は早過ぎる！

文　献

[1] D. Bohm, *Phys. Rev.* **85**, 166, 180(1952).

[2] J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1955.

[3] J. S. Bell, *Rev. Mod. Phys.* **38**, 447(1966).

[4] J. S. Bell, *Physics* **1**, 195(1964).

[5] J. F. Clauser, *Am. J. Phys.* **39**, 1095(1971).

[6] A. Shimony in *Foundations of Quantum Mechanics, Proceedings of the Enrico Fermi International Summer School*, Course IL, Academic Press, New York, 1971; F. J. Belinfante, *A Survey of Hidden Variables Theories*, Pergamon Press, 1973. W. Ochs, *Z. Naturforsch.* **26a**, 1740(1971)をも見よ．

[7] J. S. Bell in *Foundations of Quantum Mechanics, Proceedings of the Enrico Fermi International Summer School*, Course IL, Academic Press, New York, 1971.

[8] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880 (1969).

[9] A. Einstein in *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*, P. A. Schilpp, Ed., Library of Living Philosophers, Evanston, Ill., 1949.

[10] E. P. Wigner, *Am. J. Phys.* **38**, 1005(1970).

[11] L. Kasday, 文献[7].

[12] S. J. Freedman and J. F. Clauser, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 938(1972).

[13] R. A. Holt, Unpublished Harvard thesis(1973); R. A. Holt and F. M. Pipkin, *Phys. Rev.* **A9**, 581(1974); G. Faraci, S. Notarigo, A. Penisi, and D. Gutkowski, *Lett. Nuovo Cimento* **9**(15), 607(1974).

[14] M. Lamehi and W. Mittig, *Report from Department de Physique Nucléaire, Saclay*, 1974; *Proceedings of the Colloquium "Demi-siècle de la Mécanique Quantique", Strassburg*, 1974.

[15] K. R. Popper in *Perspective in Quantum Theory*, W. A. Yourgau and Avander Merwe, Eds., The MIT Press, Cambridge, Mass.

[16] D. Bohm and B. J. Hiley, *Found. Phys.* **5**, 93(1975).

さらに進むために

L. de Broglie, *J. Phys. Rad.* **20**, 963(1959).

D. Bohm and J. Bub, *Rev. Mod. Phys.* **38**, 453(1966).

S. Kochen and E. Specker, *J. Math. Mech.* **17**, 59(1967).

J. F. Clauser and M. A. Horne, *Phys. Rev.* **D10**, 526(1974).

第12章　いくつかの原理の直接的研究

検証可能な予言をするための規則として考えたとき，量子力学のすばらしい原理は非常に稔り多いことがわかり，実験によって否定されたことがない．けれども，どんな体系も厳密さと永遠の適用性とを主張することはできない．そしてこれらの原理は遅かれ早かれNewton力学の原理に降りかかった運命にあうだろう．実際，そういう考察は，量子力学が提起する概念的問題についてあまり悩まないためのいいわけとしてたびたび使われてきた．もしこれらの原理がもっと精緻で正確な公理系によって乗りこえられるものならば，そのときは――とその議論は言うのだが――それにともなう概念的困難は関連して消失するか，あるいはいずれにしてももっと鋭くないものになると期待してよいだろう．

この章は，量子原理によって提起された問題がすべてこのような一網打尽的な分析によって消滅することはありえないことを示すことを目的とする．それらの問題のあるものは量子原理に無関係であることがわかる．事実，ここで述べる議論は，読者が量子力学について何も知らなくても，スピン成分の量子化と全スピンが0である複合系の存在とを経験的事実として認めさえすれば，理解できる．

12.1　命題算のいくつかの面

論理的命題の古典的および非古典的理論の知識は，この章のおもな課題をなす，系の分離不能性の分析の理解のためには，厳密に言えば，必要ではない(次の12.2節)．しかし，それについてのごく初等的な概念は一般的な問題を適切な展望の中に置くのに役立つ．そのためにそのような概念を簡単に調べることにする．この要約は体系的なまとめでなく次に続く節への入門だけを目指していることを強調しておこう．

古典論的には，物理的命題は物理系に関係している．系Sに関する命題aはSについての定性的言明statementである．それは真または偽でしかあり得ない．与えられたSに対してaが真であるという事実はその系の性質であ

る．“物理系”の概念自身については，それが非常に始源的なものなので，ふつうは，それを定義するにはいくつかの例で十分と考えられている．すなわち，石，電子，電圧計——これらはみな“物理系”，あるいは簡単に言えば“系”である．

a と b を系 S に関する二つの命題としよう．a が真ならば b も真であるという場合がある．その場合には a ならば b と言い

$$a \subseteq b \tag{12-1}$$

と書く．$a \subseteq b$ かつ $b \subseteq a$ ならば a と b は同値であると言う．これを

$$a = b$$

と書く．明らかに，$a \subseteq b$ かつ $b \subseteq c$ ならば $a \subseteq c$．関係 $\subseteq$ は推移的である．$a \subseteq a$ であることと，すべての命題が(12-1)のような関係で互いに関係しているわけではないことをも注意しておこう．言いかえれば，a, b を元として持つ集合 $\mathcal{L}$ は部分的に順序付けられているだけである．

$a \subseteq b$ ならば，a によって記述される言明は b によって記述される言明と同じかあるいはより一般的でない(より“しばしば真”でない)かである．この注意から，非常に一般的なのでどの命題もそれを含むような命題が存在することが導かれる．実は何物をも主張しないこの命題を I と名付ける．同様に，あまりに限定的なので決して真ではありえないような，ϕ と名付ける命題を考えることができる．そのとき，次のように言うことは矛盾していない(これは論理学では普通の有用なやり方である)：a が考えている集合 $\mathcal{L}$ の任意の命題であるとき，もしも ϕ が真ならば，それは a を含む．これらの言明は次のようにまとめることができる：

$$\phi \subseteq a \subseteq I \qquad \forall a \in \mathcal{L}. \tag{12-2}$$

さらに，$\mathcal{L}$ の任意の a と b に他の二つの命題を付随させることができる．それは

$$x = a \cap b = b \cap a \tag{12-3}$$

および

$$y = a \cup b = b \cup a \tag{12-4}$$

と表わされるもので，それぞれ，a と b の“交わり”および“結び”と呼ばれ，次の性質を持っている：

(a)
$$x \subseteq a, \tag{12-5a}$$
$$x \subseteq b. \tag{12-5b}$$

もし

$$z \subseteq a \quad \text{かつ} \quad z \subseteq b$$

ならば

$$z \subseteq a \cap b. \tag{12-5c}$$

(b)
$$a \subseteq a \cup b, \tag{12-6a}$$
$$b \subseteq a \cup b \tag{12-6b}$$

であり，もし

$$a \subseteq w \quad \text{かつ} \quad b \subseteq w$$

ならば

$$a \cup b \subseteq w. \tag{12-6c}$$

実は命題 x と y は，それぞれ，まさに命題 **“a かつ b”**（これは a と b がどちらも真である時，そしてその時にのみ真である）と命題 **“a または b”**（これは a または b のどちらかあるいは両方が真であるならば真である）にほかならない．(12-2) と条件 (a) および (b) をみたす任意の部分順序集合は定義によって**束**である．ゆえに考えている命題の集合 $\mathcal{L}$ は束である．さらに，任意の命題 $a \in \mathcal{L}$ に対して，a が真ならば a' は偽であり，またその逆も成り立つような他の命題 $a' \in \mathcal{L}$ を結びつけることがいつでもできる．命題 a' は a の**直交補集合**と呼ばれる．それは

$$(a')' = a, \tag{12-7}$$
$$a \cap a' = \phi; \qquad a \cup a' = I, \tag{12-8}$$
$$a \subseteq b \quad \text{ならば} \quad b' \subseteq a' \tag{12-9}$$

をみたす．このことを表わすのに $\mathcal{L}$ は直交可補束であるという．

ここまで本質的には命題と呼ばれるものの非常に一般的形式的性質，すなわち含意（ならば）の関係がそれらの間に生じる部分的順序づけと，二つの命題の“交わり”と“結び”を命題として定義する可能性，だけを使ってきた．次に，上に述べたように，古典的命題は系の客観的性質を記述し，真または偽であると考えられることを考慮に入れよう．そのときよく知られた“真理値”表をつくることができる．その見本をここに示す．

$$
\begin{array}{cccc}
a & b & a \cap b & a \cup b \\
\hline
\text{yes} & \text{yes} & \text{yes} & \text{yes} \\
\text{yes} & \text{no} & \text{no} & \text{yes} \\
\text{no} & \text{yes} & \text{no} & \text{yes} \\
\text{no} & \text{no} & \text{no} & \text{no}
\end{array}
\tag{12-10}
$$

このような表の助けを借りれば等式

$$a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c), \tag{12-11}$$

$$a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c) \tag{12-12}$$

がすべての場合に成り立ち，したがって恒等的に真であることを確かめるのは易しい．(12-11)式と(12-12)式は**分配恒等式**と呼ばれる．

系についての古典的命題のほかに，分配恒等式を満足する直交可補束の別の例は集合の部分の集合である．さらに，(12-5)と(12-6)から(たとえば，(12-11)と(12-12)の助けを借りて)

$$a \cap (b \cap c) = (a \cap b) \cap c, \tag{12-13a}$$

$$a \cup (b \cup c) = (a \cup b) \cup c, \tag{12-13b}$$

$$a \cap a = a; \quad a \cap b = b \cap a, \tag{12-13c}$$

$$a \cup a = a; \quad a \cup b = b \cup a, \tag{12-13d}$$

$$a \cup (a \cap b) = a \cap (a \cup b) = a \tag{12-13e}$$

であることが容易に示される．

ところで，二つの操作 $\cup$ と $\cap$ が関係(12-3), (12-4), (12-11), (12-12), (12-13)に従うように定義される任意の集合は，よく知られているように，Boole代数である．このために分配恒等式を満足する束 $\mathcal{L}$ は“Boole束”と呼ばれる．したがって系についての古典的命題の束は“直交可補Boole束”である(そして集合の部分の集合もそうである)．

古典物理学から量子物理学へ移ると，上に述べた定式には相当な変化を期待しなければならないことがただちにわかる．とにかく，量子力学では多くのオブザーバブルが互いに両立可能でないことを知っているから，命題の**実験的意味**を保とうとすれば，そのような変更は不可避と思われる．ここでもっとも安全な方法は実験的命題を2値のオブザーバブル(二つの異なる固有値しか持た

ないオブザーバブル)の理想的**測定**に，すなわち，**系の Hilbert 空間 $\mathcal{H}$ の部分空間への射影作用素**に結びつけることである．

$\mathcal{H}_a$ を与えられた命題 a に結びついた $\mathcal{H}$ の部分空間としよう．a を測るのに役立つ装置 A は理想的なフィルターと同一視できる．もし考えている系 S が $\mathcal{H}_a$ に含まれるケットによって記述されるならば，われわれは，それがフィルターを通過することを知っている．そのような場合に a は S について**真**であるという．

反対に作用するもう一つのフィルター A' を考えよう．A を通過する任意の系は A' によって止められ，また逆も成り立つ(A と A' は，たとえば，同じ粒子線分離器と開口部が互いに相補的になっている幕によってつくることができる．もしその一つが $A(A')$ で開いているならば，それは $A'(A)$ で閉じている)．われわれは，あらかじめ，上で考えた系 S は A' を通過しえないことを知っている．$\mathcal{H}$ における $\mathcal{H}_a$ の直交補集合 $\mathcal{H}_{a'}$ をも考えよう．対応する命題 a' を A' に結びつけ，それを a の直交補命題と呼ぶのが自然である．a' は(12-7)をみたす．そしてそれが(12-8)と(12-9)をもみたすことを以下で証明する．他方，a も a' も真でないような系 S が存在しうることに留意しなければならない．それは完全には $\mathcal{H}_a$ にも $\mathcal{H}_{a'}$ にも属さないケットによって記述される．この事情は古典論的な場合とは対照的である．後者では任意の系に対して(そして"S の型"の系で定義される任意の a に対して)a または a' が真であることが(暗黙にかあるいははっきりとか)仮定されている．この差は明らかに，古典論的には系のもっとも正確な記述が位相空間の点であるのに対し，量子力学的なもっとも正確な記述は Hilbert 空間のベクトルであるという事実に関係している．点は空間の与えられた領域の中**または**その補領域の中に必ずあるのに対し，ベクトルは必ずしも与えられた部分空間**または**その直交補空間の中にはない．もしも"a' が真ならば a は偽である"と言明することによって偽を定義することを認めるならば，量子命題は与えられた系において真でも偽でもないことが起る*．このために，量子命題を扱うにはふつうの真理値表を使うことができない．

* これが，量子命題算をあらわすのに"多値論理"という言い方がしばしば使われる理由である．

しかし，古典命題の場合とまったく同じく，系Sについての量子命題の集合に直交可補束の構造を与えることができる．このために，まず，命題を$\mathscr{H}$の部分空間に結びつけることによって，

$$\mathscr{H}_a \subseteq \mathscr{H}_b \quad \text{ならば} \quad a \subseteq b$$

で定義される集合の部分的順序付けを自然に導入することができることに留意しなければならない(一番目の $\subseteq$ 記号の意味は$\mathscr{H}_a$が$\mathscr{H}_b$に埋め込まれていることを意味する)．これは“含む”という動詞の意味と量子力学の規則とにまったく合った関係である．次に古典論の場合と同様に命題Iと命題ϕを導入することは容易である．最後に，任意の二つの部分空間$\mathscr{H}_a$および$\mathscr{H}_b$の共通空間$\mathscr{H}_a \cap \mathscr{H}_b$と線型和$\mathscr{H}_a \cup \mathscr{H}_b$とに結びつく命題が存在すると仮定し，それらを，それぞれ，$x=a\cap b$と$y=a\cup b$であると定義することによって，まったく自然に“交わり”と“結び”をも定義することができる．そのとき関係式(12-5)，(12-6)，(12-8)，(12-9)がみたされることは容易に証明される．したがってここで考えている命題の集合はたしかに直交可補束を成す．

他方，ここでは真理値表が使えないから，その束がBoole束であるというアプリオリな理由はないし，事実そうではない．それは分配恒等式をみたさないからである．これは2次元Hilbert空間(スピン1/2)に結びついた命題の束について容易に示せる．$\mathscr{H}_a, \mathscr{H}_b, \mathscr{H}_c$を$\mathscr{H}$の三つの異なる1次元部分空間で互いに直交しないものとしよう．すると$b\cap c=\phi$，$a\cup b=I$，$a\cup c=I$だから，(12-11)の左辺がaであるのに対し，右辺はIである．同様に(12-12)の左辺がaであるのに対し，右辺はϕである．

この定式の数学的な面は非常に満足なものだけれども，その操作的な意味はわれわれが望むほど簡単ではない．これは“交わり”と“結び”の操作的定義が簡単には与えられない事による．しかし，この二つの概念は

$$a\cup b=(a'\cap b')' \tag{12-14}$$

によって結びつけられるから，交わりだけを考えればよい．これに対する一つの可能な操作的な定義は“aフィルター”と“bフィルター”が無限に交互に並んだ系列である(文献[2]を見よ)．もしある理由で一つの系がそのような無限交互系列を通過することを確実に知っているならば，$a\cap b$はその系において真であると定義する．この定義に対してしばしば出される異論は，装置の無限系列

はつくることができないから，これは十分には操作的でないというものである．しかしそれ以外は，この定義はみたすべきすべての条件をみたしている．したがって，全体的に判断して，それは役に立つ定義であると思われる．

すでに述べたように，量子命題算は量子力学の基礎づけのための一般的な土台として成功裡に使われてきた．その土台はこの本で使ったふつうの Hilbert 空間の公理系よりもいくらか一般的である[3],[4]．ところで，前に見たように，ふつうの公理系は，すべてのオブザーバブルを微視系が**所有する**単なる物理量と系統的に考えることを許さない．量子命題算にもとづく新しい公理系は，ひょっとして，この点でもっと融通性がありはしないかという疑問が出されるかも知れない．実際，それが“a はこれこれの微視系 S について真で**ある**”というような言明にもとづいていることは，このことを有望と思わせる．一見したところ，それは――非 Boole 束を成す量子命題を導入するという代価によって――微視系に対して観測したことについてだけでなく，**微視系それ自身**について語る方法が見出されるための展望を開くように見える．

以下の節の内容から出てくる結果の一つは，そのような希望はほとんど根拠のないものであり，量子命題算にもとづく公理系は，この点で，ふつうの Hilbert 空間の公理系よりもたいしてよくはないということである．

12.2　分離可能性に中心を置いた“自然な”仮定

現代物理学の理論――相対論，量子力学，量子電気力学，S 行列理論，その他――の出現によって，たくさんの使い慣れた直観的な概念を捨てることをよぎなくされたことはまったく明らかである．その理由を聞かれたとき，われわれの標準的な(そして適切な)答は，(i)古い概念を含み，また使って，(ii)それぞれの領域で現存の理論と同じく成功するような，別の理論的枠組を発展させられる可能性とその有用性について，われわれは懐疑的であるということである．

他方，懐疑が生じることは反証とはまったく別のことである．上述の成功した理論はすべて精緻な公理系からつくられており，それは帰納的にしか，すなわち，その結論と観測事実との一致によって(および不一致がないことによって)しか正当化されない．しかし，まったく違う基礎概念を使って与えられた

実験データを同様に説明できる二つ以上の理論が現われることは物理学においてはまったく珍しいことではない．したがって，上に述べた成功した理論が**存在**するということだけでは，それが排除するいろいろな概念(あるいは一般的見方など)を本当に，決定的に不十分であるとして，捨て去るべきことを確定するものではない．このために，そのような領域では何も絶対的な言明をすることはできないと主張されることがしばしばある．これらの事柄についてのすべての判断は事実にだけでなく**現存の理論の一般的な公理にも**依っているということさえ，非常にしばしば，明白な真理として述べられている．

それでもやはりわれわれは，たとえ物理学の研究の**実際**には役に立たないとしても，少くとも全体の課題を**理解**するために，一般的な考え方についての与えられた概念の十分さまたは不十分さに関してできるだけ多くのことを確実に知りたい．特に，ある与えられた概念あるいは考え方について，それが現在(すなわち，今日の理論の枠組の中で)**役に立たない**ことだけでなく，不可避的にデータとの矛盾に導くという意味で**間違っている**ことをも確立できれば，これに越したことはない．

そのためには，現存の理論への論及だけでは十分でないことをもう一度強調しよう．それではどう進むべきだろうか？ 明らかに，可能な限りそれらの理論を跳び越えようとすることによって，また，その概念あるいは考え方を実験データと直接に——あるいはできるだけ直接的に——比べることを試みることによってである．

われわれの目的が——いわば孤立している——**一つの**概念あるいは**一つの**特定の概念だけを本当に研究することだとすれば，上のプログラムは多分あまりに野心的であって，現実には行うことができない．けれどもこのプログラムは，以下で示すように，少くとも概念と考え方(仮定)の一定の**組**に対しては適用できる．結果は言うまでもなくそのほうが弱くなる．それは，この概念と仮定の組が知られた事実と直接的に矛盾することを示したとき，これらの概念あるいは仮定の一つまたはそれ以上が排除されねばならないことを結論できるだけであって，その中のどれかを特定できないからである．しかし，この概念と考え方の組が**すべて**われわれの精神に深くしみこんだものだけから成っているとすれば，この弱い結果でさえ重要である．

この節では，これまで調べてきた量子力学の解釈(仮定Qと分離不能な隠れた変数の仮定)とは明らかに両立しない概念と仮定の組を導入する[5]．われわれが考える問題はこうである．この組が**絶対に**容認できないこと，すなわち，この組が容認できないことは**どんな**未来の理論またはその解釈においてもそうであることは**確実**であるか？ いくつかの最近の実験結果の穏当と思われる理想化を認めるならば，この問題に肯定的に答えることができることを12.3, 12.4, 12.5節で示そう．

量子力学を引合いに出さずに直接に，その誤りを論証しようと思う概念と仮定の組は次のものである．

概念に関しては，“系”と“命題”という言葉をふつうのように使えることだけを仮定する．いままでの節と同じように，命題は操作的に定義する．系Sの型Tに関係する命題aはそれに対応する測定装置の種類を指定することによって定義する．系の概念については，それは上と同じく微視的な系を含むものとする(第3章と12.1節を見よ)．特に，それはいうまでもなく安定な系，すなわち，自発的には変化しない系を含んでいる．安定な系の種類としては，実際上，安定な粒子の中のはっきり指定できる部分だけを考えればよい．したがってまったく一般的に安定な系とは何であるかという，特別に精緻で包括的な定義は必要でない．系の任意の部分系はそれ自身系である．このことはいうまでもなく，古典物理学とまったく同じく，系を構成する部分系の間に相関が存在する場合にもやはり成り立つ．そのような相関は部分系の間に実際に起っている**相互作用**によるか，それとも，いくつかの系$U, V, \cdots$が過去に相互作用したことによる．以下では，われわれが特に関心を持つのは後者である．それはまた，幸いなことに，UとVを“系”$U+V$の“部分系”と呼ぶことがこれらの系について何も特別なことを意味しない単なる**約束**であることを，もっとも明らかに認められる場合である．

われわれが考えようとする多くの系はともかくも時間-空間のある領域に局在しており，そこではそれらを見出す確率は無限小ではない．そのような二つの系は，もしも一方の占める領域が他方のものの光円錐の外にあるならば，互いに**孤立**しているという(この概念は他の場合にも拡張されるが，それは考えなくてよい)．非相対論的近似では互いに任意に遠く離れた系を孤立している

と考える．ある時刻に孤立している系は，それ以前の相互作用のために，他の系との相関を持ちうる．そのような場合の例は古典的巨視的物理学に容易に見出される(たとえば第8章の例Aを見よ)．もしもEinsteinに従って分離可能性の原理を信じるならば(11.3節を見よ)，系が(上の意味で)孤立しているときには，他の系を操作することによって，それに作用することはできないと信じざるをえない．

ここで，分離可能性だけを仮定するかわりに——既にふれたように——これから定式化するもっと詳細な1組の仮定の中にそれを組み込もう．

物理系に関するわれわれの観念の一つで，自然についてのわれわれの一般的な考え方にもっとも深くしみ込んでいるのは，少くともある場合にはそれらの系についてある命題が真であることと，その場合には，実際に誰もその事実を知ろうとしなくてもそうであることとである．この考えを次のように明確に定式化しよう．

仮定1

系の型Tについて定義される任意の命題aに対して，型Tの系Sの，次の二つの条件で定義される，族$F(a)$を結びつけることは意味を持つ．(i)$F(a)$に属する系Sは，aを任意の方法で測ったとき必ず結果“イエス”が得られるものであり，また，それだけである．(ii)与えられたSが$F(a)$に属す事はSの固有の性質である(すなわち，それはSがaを測るための装置と相互作用するかどうかには依らない)．

注意1

仮定1は明らかに量子力学のふつうの解釈の少くともあるものと矛盾する．特に，それは，装置の役割とそれが対象とともにつくる分離不能な全体性というCopenhagen学派の見解と調和させることは難しいように思われる．他方，Copenhagen解釈のこの面にはいつでも議論の余地があり，自分をその学派の考え方に実質的に賛成と考える物理学者たちの中でさえそうである．事実，その物理学者のあるひとは，12.1節で述べたような型の非Boole論理あるいは非Boole命題算を使うことによって，仮定1の有効性を回復しようとしたようである．われわれがこの章ではっきりさせようとする点の一つは，先にふれたように，そのような望みは維持できず，そのことがどんな理論にもまったく独

立に本当であることである．

注意2

$F(a)$にも$F(a')$にも属さないような型Tの系が存在する可能性は明らかに仮定1によって排除されていないし，ある系がそのようなどの族にもまったく属さない可能性さえ排除されてはいない．特に，われわれは，aが真でなければ偽であるとは仮定しない．われわれは後者の形容詞を系に関する命題に適用したときの意味の定義さえしていない．

注意3

いかなる決定論も――明瞭なものであれ隠れたものであれ――仮定されていない．

定義1

Sが$F(a)$に属するならば，aはSについて真であるという．

定義2

系Sが時刻t_aとt_bの間で孤立しているとしよう．そのとき

$$t_a < t_1 < t_2 < t_b$$

をみたす任意のt_1とt_2に対して，もしも，aが時刻t_1において真であるための条件が時刻t_2においても真であることを必然的にともなうならば，aはt_aとt_bの間でSについて**不変**であるといわれる．

仮定2

$t_a<t_1<t_2<t_b$とし，Sはt_aとt_bの間は孤立している安定系であって，aはt_aとt_bの間不変であるとしよう．そのとき，もしもaがt_2において真ならば，それはt_1においても真である．

注意4

仮定2もまた，量子力学の一般原理との無矛盾性が非常に疑わしいものの一つである(第13章を見よ)．けれども，前に強調したように，いまは量子力学の公理系の微妙な点に関心があるわけではない．いずれにしても，仮定2は，定義2と，こういう事柄においてもある種の時間反転の原理が成り立つはずであるというふつうの考えとからすれば，まったくあたりまえと思われる．特にもしも分離可能性が成り立つと信じるならば，そのときには前述のようにいかなる“孤立”系も作用され得ないから，このことは本当である．

仮定 3

もしも，ある時刻 t において，命題 a が指定された条件 C のもとで系 S について真であることが示されるならば，a は時刻 t において条件 C' のもとでも S について真である．ただし C' は，S（または他の任意の系）が t よりあとの時刻に相互作用する実験装置を，時刻 t またはそれ以後変更することによって，C から得られる任意の条件である．

仮定 4

もしも a が S について真であるならば，それは S が部分である任意の系 $S+S'$ についても真である．逆に，もしも a が S の型の系について定義された命題であり，またもしもそれが S に関係しており，そして $S+S'$ について真であるならば，それは S について真である．

12.3 帰　結

第8章と第11章で論じた実験を考えよう．スピンを保存する相互作用によって，スピン0の粒子が等しいスピン S の2個の粒子 U と V に，時刻 t_a に崩壊する．$\{\boldsymbol{e}_i\}$ を空間における方向を定義する単位ベクトルとしよう．v_i を命題 "$S^{(V)}(\boldsymbol{e}_i)=\mu$" とし，$u_i$ を命題 "$S^{(U)}(\boldsymbol{e}_i)=-\mu$" としよう．ここで $S^{(W)}(\boldsymbol{e}_i)$ は粒子 W（W は U または V）のスピンの $\boldsymbol{e}_i$ 方向への射影である．命題 u_i と v_i は適当な向きを持った Stern-Gerlach の装置を使って定義できる．v_i' は命題 "$S^{(V)}(\boldsymbol{e}_i)\neq\mu$" であり，$u_i'$ も同様であることは明らかである．もし u_i, v_i を任意の順序で測ればいつでも二つの"イエス"または二つの"ノー"の答を得るだろう．これは複合系 $U+V$ が全スピン0を持つという言明の定義と考えることができ（すべての測定が"理想的"であるとここでは仮定する），上に述べたように準備された系 $U+V$ が**たしかに**スピン0を持つことは実験的事実と考えてよい．仮定1と結びつけると，u_i と v_i の測定において確実に二つのイエスかあるいは二つのノーを得るという事実は，複合系 $U+V$ が $F(u_i)$ に属すならばそれは $F(v_i)$ にも属し逆も成り立つことを意味する．

ある時刻 $t_2>t_a$ において，u_i がある装置 A を使って U について測られる場合を考えよう．まず結果"イエス"が得られたと仮定しよう．そのとき，すでに述べた理由によって，対応する系 V についての v_i の測定も結果"イエス"を

与えることが確実に言える．したがって仮定1により V は，時刻 t_2 以後，$F(v_i)$ 族に属する．v_i は $t=t_a$ から $t=\infty$ まで V についての不変な命題だから，仮定2の帰結として，その特定の V は $t_a<t_1<t_2$ をみたす任意の時刻 t_1 においても $F(v_i)$ に属する．すると仮定4により，考えている V がその部分である複合系 $U+V$ も $F(v_i)$ に属する．時刻 t_a において確立された厳密なスピン相関によって，それはまた $F(u_i)$ にも属する．

ところで時刻 t_2 において U について行われた測定の結果が“ノー”であると仮定しよう．まったく同じ議論によって，この場合には複合系 $U+V$ は時刻 t_1 において族 $F(u_i')$ と $F(v_i')$ に属するという結果が得られる．

ただ一つの複合系 $U+V$ を考えるかわりに，すべて同じに準備されすべて t_2 において u_i の測定をされる N 個の系を考えよう．その各々に対して測定の結果は必ず“イエス”か“ノー”だから，それらは必ず上に考えた場合の一つになる．したがって前の議論が示すことは，時刻 t_1 において，この実験の条件のもとで，そして仮定1, 2および4が正しいならば，複合系 $U+V$ はすべて $F(u_i)$ および $F(v_i)$ か $F(u_i')$ および $F(v_i')$ かのどちらかに属するということである．ここで仮定3をも考慮すると，いままで時刻 t_2 において U についてなされたと仮定した測定がまったく行われ**なかった**としても，あるいは何か他のもので置きかえられたとしても，この事情は**やはり成り立つ**と結論せざるをえない．さらに同じ議論は命題の新しいペア u_j, v_j についてもくり返すことができる．したがって結論は，ここで考えている特殊な崩壊の場合には，われわれは次のような状況を扱わねばならないということである．複合系 $U+V$ は (i) $F(v_i)$ かあるいは $F(v_i')$ に属する；(ii) 初めの場合には $F(u_i)$ にも属し，あとの場合には $F(u_i')$ にも属する；(iii) $\boldsymbol{e}_i$ は無限に多くのやり方で選ぶことができるから，実は無限に多くのそのような族に同時に属する．これらの結論を疑うことはできるけれども，大切なのは，仮定1, 2, 3, 4の一つまたはいくつかを棄てることなしにはそれができないということである．

注意1

この議論の仕方は Einstein, Podolsky, Rosen [6] が量子力学が不完全であることを示そうとして展開したものと完全に平行している．けれどもここではそれをやや異なる仮定で異なる目的に使っている．われわれの目標は量子力学の

公理に関する何かの仮定(たとえば完全性)を試すことでは**ない**からである．その結果として——上に引用した論文の場合と違って——この節で得られた結果はわれわれが試そうと思う仮定に関してはまだ何の困難もなしてはいない．それは，それらとここで参照された実験事実との間には何の矛盾も在在しないからである．特に，それはふつう“異なる方向のスピン成分は同時に測定可能ではない”と言いあらわされる実験事実とは完全に両立する．確かに上の結果は，たとえば，**もし** u_i が時刻 t_1 にある系 U について測られるならば答“イエス”が得られるで**あろう**ことと，**もしもその代りに**同じ U について u_j が測られるならば答“イエス”がまた得られるで**あろう**ことを意味する．しかしそれはそのような測定の**現実の**どんな継起についても何も主張していない(それについては第1の装置によって起される擾乱の問題を考えに入れなければならない)．そしてさらに重要なことは，それは統計集団からこのような性質を持つ系 U を有効に選り分ける操作手段を何も与えていないことである．

こういうわけで，考えている複合系に仮定によって与えられる特殊な性格は，一見どんな観測可能な意味も持たないように思われる．もしこの結論が正しければ，それはこの種の仮定の組は“合理的ではあるが形而上学的”であるという見方を勢いづけるものだろう．けれども，以下に示すように，Bell型不等式の意味の完全な解明[7]，[8]からは——その反対に——こういう見方の放棄に導かれる．なぜならばそのような不等式は(i)誤りを立証することが**でき**，そして(ii)考えている仮定の組からこの節で直接導かれた結果の帰結**である**からである．

注意2

原子命題atomic propositionの概念を導入する定式のしかたがある(たとえば[2]を見よ)．a が原子的であるときは，もし x が命題ならば

$$\phi \subseteq x \subseteq a \Longrightarrow x=\phi \quad \text{または} \quad x=a$$

である．$x=$“u_i および u_j”という(ある U について成り立つことが示された)主張は u_i を必然的にともないかつ ϕ でないから，この節の結果は u_i または v_i が，それぞれ，U または V について原子的である可能性を除外するように思われるかも知れない．けれどもその結論は出てこない．なぜかというと，(注意1で指摘したように)主張 x は操作的でなく従って命題ではないからである．

このことは他方で，“量子論理”または“量子命題算”の名前で一括される理論の発展にとって重要な点を明らかにしている．それは，暗黙のうちにであってもなくても，われわれの仮定の組を使っているそのような理論のどれも，上の x のように命題ではない，“はめこまれた”重要な主張を暗々裡に含むことである．

12.4 不 等 式

確率の半正定値性(それが負でありえないこと)からは多くの結果が出るが，そのうちのあるものは厳密な相関現象に関連していて，多分まだ完全には使われていない．ここではわれわれはBellの不等式とそのいくつかの一般化を，この半正定値性の簡単な——それどころか，ほとんどあたりまえな——帰結として導く(したがってこれらの不等式は，巨視的・古典的なものを含めて，広い範囲の理論と現象に適用される)．

測度，条件付き確率などの概念(および対応する簡単な記号)を使うと，以下の導きかたは容易に簡潔な抽象的な術語で定式化できる．けれども，そうすることはそれに内在する簡明さと(さらに重要なことには)それに対応する一般性を，明らかにするよりはむしろ，隠してしまう．だからわれわれは，そのかわりに，集団における系の数という非常に簡単な概念を使うことにしよう．統計集団における要素の数は本来的に負でない量であり，二つの別々の集団を合体したものの要素の数は二つの構成部分の要素の数の和である．この二つの当り前であるが争う余地の無い言明が本質的に必要なすべてである．それをこのように具体的に定式化することによって，以下の演繹の基礎を排除することは非常に難しいことを説得的に示したいと思う．

ある型 T の系 V の集団 E を考えよう．$\{v_1, \cdots, v_i, \cdots, v_n\}$ $(n \geq 3)$ を型 T の系について定義された命題の集合——$\{v_1', \cdots, v_i', \cdots, v_n'\}$ はその直交補命題の集合——とし，E の各々の要素が，添字 i の任意の値に対して，$F(v_i)$ か $F(v_i')$ かに属するとする．$F(v_i)$ と $F(v_i')$ は仮定1で定義された系の族である．古典物理学では，このような条件をみたす集団 E は，既に述べたように，非常に広範ないろいろの場合につくることができる．しかし古典論よりも一般的な型の命題を考えるときにも，このような集団が考えられる場合が(特定の場合に)ある．

一つの例は12.3節で考えた系 V の集団 $E=E_v$ によって与えられる．これは，その節で示したように，12.2節で導入した仮定の組の帰結である．したがって以下の考察は，われわれがそうするように12.2節の仮定1から4までが仮定されれば，E_v にも適用される．

隠れた変数の問題を扱うために Wigner が初めて用いた方法(11.4節を見よ)を選ぼう．E の各要素 V に，V が $F(v_i)$ に属すならば値 $+1$（$+$ と書く）を持ち V が $F(v_i')$ に属すならば値 -1（$-$ と書く）を持つような，二つだけの値をとる量 σ_i の系列 $\sigma_1, \cdots, \sigma_i, \cdots, \sigma_n$ を結びつける．初めに三つの v_i だけを考え，

$$n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$$

を $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ という指定された値を持つ E の中の系の数としよう．われわれは n を知ることができないけれども，考えるすべての場合に，仮定(12.3節の考察を加えて)によって，それははっきり定まった値を持っている．その上すべての場合に，N を E の要素の数とすれば

$$\sum_{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3} n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = N \qquad (N\to\infty) \tag{12-15}$$

である．

$M(i, j)\,(i, j=1, 2, 3)$ を積 $\sigma_i\sigma_j$ の E の上での平均値とすると，いうまでもなく，

$$-1 \leq M(i, j) \leq 1$$

であり，また

$$M(i, j)=N^{-1}\sum_{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3} \sigma_i\sigma_j n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \tag{12-15a}$$

である．

命題1

$$|M(i, j)-M(j, k)| \leq 1-M(k, i) \quad ただし \quad i \neq j \neq k. \tag{12-16}$$

証明　量

$$M(i, j)-M(j, k) = N^{-1}\sum_{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3} \sigma_j(\sigma_i-\sigma_k)n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \tag{12-17}$$

は $\sigma_i=\sigma_k$ の項を含まない――したがって $\sigma_k=-\sigma_i$ の項だけを含み，次のように書ける：

$$M(i, j)-M(j, k) = 2N^{-1} \sum_{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3}{}' \sigma_j\sigma_i n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3). \tag{12-18}$$

記号$\sum'$は$\sigma_k=\sigma_i$の項はすべて，そしてそれだけが，和から除かれることを意味する．同様に

$$1-M(i, k) = N^{-1} \sum_{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3} (1-\sigma_i\sigma_k)n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \tag{12-19}$$

は$\sigma_k=\sigma_i$の項を含まず(同じ記号を使って)

$$1-M(i, k) = 2N^{-1}\sum{}' n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \tag{12-20}$$

と書ける．(12-18)と(12-20)で和は同じ項にわたっている．しかし，(12-20)ではすべての項が正であるのに対し，(12-18)ではあるものは負でありうる．ゆえに(12-16)が出る．証明終り．

$F(v_i)$に属する任意の複合系$U+V$は，前に示したように，$F(u_i)$にも属すから，$M(i, j)$は実験的に知ることができる．実際，UとVがスピン1/2の粒子であるときには

$$M(i, j) = -P(i, j) \tag{12-21}$$

である．ここで$P(i, j)$は$S_{e_i}{}^{(U)}$と$S_{e_j}{}^{(V)}$の(観測可能な)積の平均値である．故に(12-16)式はBellの不等式[7]

$$|P(i, j)-P(j, k)| \leq 1+P(k, i) \tag{12-22}$$

を与える．

命題2

$$M(1, 2)+M(2, 3)+M(3, 1) \geq -1. \tag{12-23}$$

証明　左辺をAと書くと

$$A = N^{-1} \sum_{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3} (\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_3\sigma_1)n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3), \tag{12-24}$$

$$A = (2N)^{-1} \sum_{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3} [(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)^2-3]n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3). \tag{12-25}$$

$\sigma_i=\pm1$だから，[ ]の中の量は$+6$($\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$のとき)と$-2$(それ以外のとき)だけをとりうる．ゆえに

$$A \geq -N^{-1} \sum_{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3}{}'' n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3). \tag{12-26}$$

ここで$\sum''$は三つのσのすべてが等しくはない項についての和である．明らか

に $\sum'' \cdots \leq N$ であり(12-23)が出る．観測可能な量 $P(i, j)$ に対しては，(12-23)は新しい不等式

$$P(1,2)+P(2,3)+P(3,1) \leq 1 \tag{12-27}$$

を与える．

注意 1

U と V が全スピンが0の状態にあるスピン1/2の粒子である(先に例として使った)ときの特殊ではあるが重要な場合には(および光子を用いる同様な実験では)，(12-27)を(12-22)と結びつけたものは，P でなく対応する系の数(確率)を関係づける，Gutkowski と Masotto[9]が導いた不等式と同等であることが示される．G-M 不等式は結果 $\sigma_i=\pm 1$ の確率が等しいことにもとづいて導かれた．この不等式は成り立たないが(12-23)[または(12-27)]は成り立つような実験を多分考えることができるだろう．

注意 2

$\boldsymbol{e}_j=-\boldsymbol{e}_j'$ ならば $P(i, j')=-P(i, j)$ であることに注意しよう．この関係を考慮すると，(12-22)と(12-27)のすべての不等式はそのただ一つ，たとえば対称なもの(12-27)から導かれる．同様に，下の不等式(12-30)も独立ではなくなる．12.5節を見よ．

注意 3

U と V との間の厳密なスピン相関の効果は二つある：(i)仮定1から4までと結びついて，系 V の任意の集団をその要素がすべて $F(v_i)$ か $F(v_i')$ に属すような類にまとめ上げる；(ii) $M(i, j)$ が $P(i, j)$ を使うことによって観測可能となる．

命題 3

$$\begin{aligned} Nx &= n(+,+,+)+n(-,-,-) \leq N, \\ Ny &= n(+,+,-)+n(-,-,+) \leq N, \\ Nz &= n(+,-,-)+n(-,+,+) \leq N, \\ Nt &= n(+,-,+)+n(-,+,-) \leq N \end{aligned} \tag{12-28}$$

としよう．すると

$$A=\frac{1-M(1,2)}{2}=z+t,$$

$$B=\frac{1-M(1,3)}{2}=y+z, \qquad (12\text{-}29)$$

$$C=\frac{1-M(2,3)}{2}=y+t,$$

あるいは

$$y=\frac{B+C-A}{2};\qquad z=\frac{A+B-C}{2};\qquad t=\frac{A+C-B}{2}.$$

これらにもとづいて x, y, z および t によってみたされる独立な不等式(あるいは等式)は

$$x\geq 0,\qquad y\geq 0,\qquad z\geq 0,\qquad t\geq 0, \qquad (12\text{-}30)$$

$$x+y+z+t=1 \qquad (12\text{-}31)$$

だけである．したがって"系の数"が加法的であって半正定値であるという性質が A, B, C の1次結合に対して生じる不等式は，(12-30)と(12-31)から代入によって導かれるものだけである．(12-30)の終りの三つの不等式から不等式(12-16)(Bellの不等式)が導かれ，(12-31)と(12-30)の最初の不等式とから不等式(12-23)が導かれる．(12-30)の最初の不等式は何の情報も与えない．したがって，不等式(12-16)と(12-23)とは，加法性と半正定値性の帰結として $M(i,j)$ の1次結合がみたす不等式のリストを尽している．

命題4

4番目の単位ベクトル $\boldsymbol{e}_4$ と対応する命題 v_4 を考えよう．すると

$$-2\leq M(1,2)+M(1,3)+M(2,4)-M(3,4)\leq 2. \qquad (12\text{-}32)$$

証明　$\sum'$ と $\sum''$ を σ の可能な値についての和で，それぞれ，$\sigma_2=\sigma_3$ のものと $\sigma_2=-\sigma_3$ のものが除かれたものとしよう．(12-32)の真中の数を B とする．すると

$$B=N^{-1}\sum_{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4}[\sigma_1(\sigma_2+\sigma_3)+\sigma_4(\sigma_2-\sigma_3)]n(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4),$$

$$B=N^{-1}[2\textstyle\sum''\sigma_1\sigma_2 n(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4)+2\sum'\sigma_4\sigma_2 n(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4)].$$

ゆえに

$$-2N^{-1}[\textstyle\sum'' n(\cdots)+\sum' n(\cdots)]\leq B\leq 2N^{-1}[\sum'' n(\cdots)+\sum' n(\cdots)]$$

であり，したがって(集団 $\sum'$ と集団 $\sum''$ は分離しているから)

$$-2 \leq B \leq 2.$$ 証明終り．

不等式(12-32)と，記号の置換によって導かれる不等式とから$P(i,j)$の間のいわゆる一般化されたBellの不等式が出てくる．それらの不等式は，初め，隠れた変数の理論の範囲で，Clauser, Horne, ShimonyおよびHolt[7]によって導かれた．隠れた変数の理論の範囲では，12.3節で導入された意味での厳密な相関がUとVとの間に成り立たなくても，その不等式は成り立つ．反対に，12.2節で挙げた仮定の組の成立だけを仮定するときには，これらの不等式は厳密な相関が存在する(たとえば，われわれの例の全スピンが0の場合のように)場合にだけ成り立つ．

もっと一般に，m個の異なる命題u_iを問題にする場合を考えよう．最初にmが奇数であるときを考える．そのとき次の命題が成り立つ．

命題5

$$\sum_{i<j} M(i,j) \geq \frac{1-m}{2}, \qquad m\text{は奇数}, \qquad i,j=1,\cdots,m \tag{12-33}$$

および対応して，

$$\sum_{i<j} P(i,j) \leq \frac{m-1}{2}, \qquad m\text{は奇数}, \qquad i,j=1,\cdots,m. \tag{12-34}$$

証明　(12-33)の左辺は

$$(2N)^{-1} \sum_{\sigma_1,\cdots,\sigma_m} [(\sigma_1+\cdots+\sigma_m)^2-m]n(\sigma_1,\cdots,\sigma_m) \tag{12-35}$$

である．(12-35)の[ ]の中の項の最小値は$1-m$である．ゆえに不等式(12-33)が導かれる．

mの偶奇性が指定されないときには，この方法で得られる不等式はもっとゆるいもの

$$\sum_{i<j} M(i,j) \geq -\frac{m}{2} \tag{12-36}$$

となる．$P(i,j)$に対応する不等式は，12.3節で考えたような$U+V$系についての実験によっては誤りであることが示せそうもない．なぜかというと——(12-34)と違って——それは量子力学に従うスピン1/2の系によっていつもみたされているからである．これはそのとき$P(i,j)$が

$$P_{\mathrm{q.m.}}(i,j) = -(\boldsymbol{e}_i \cdot \boldsymbol{e}_j)$$

と書け，したがって

$$\sum_{i<j} P_{\mathrm{q.m.}}(i,j) = -2^{-1}[(\boldsymbol{e}_1+\cdots+\boldsymbol{e}_m)^2 - m] \le \frac{m}{2} \qquad (12\text{-}37)$$

となることからわかる．等号は $\boldsymbol{e}_1+\cdots+\boldsymbol{e}_m=0$ に対して実現される．

他方，不等式(12-36)の導き方は，$M(i,j)$が二つの不規則な変数の積X_iX_jの平均値であるようなもっと一般の場合にも，適用できる．X_iがとる値をσ_iで表わすと，

$$\sum_{i<j} M(i,j) = N^{-1} \sum_{\sigma_1,\cdots,\sigma_m} \sum_{i<j} \sigma_i \sigma_j n(\sigma_1,\cdots,\sigma_m)$$
$$= (2N)^{-1} \sum_{\sigma_1,\cdots,\sigma_m} [(\sigma_1+\cdots+\sigma_m)^2 - (\sigma_1{}^2+\cdots+\sigma_m{}^2)] n(\sigma_1,\cdots,\sigma_m)$$

であり，したがって

$$\sum_{i<j} M(i,j) \ge -\frac{\sum_i M(i,i)}{2}, \qquad i,j=1,\cdots,m. \qquad (12\text{-}38)$$

X_iが中心値を持ち等しい根平均2乗を持つ場合には，(12-38)は相関係数$r(i,j)=M(i,j)[M(i,i)\cdot M(j,j)]^{-1/2}$の間の不等式

$$\sum_{i<j} r(i,j) \ge -\frac{m}{2}, \qquad i,j=1,\cdots,m \qquad (12\text{-}39)$$

に帰着する．不等式(12-38)と(12-39)は本質的に普通の確率論に属するものであって，そういうものとして使わなければならない．不等式(12-16), (12-23), (12-32), (12-33)も同じ枠組の中で使うことができる．X_iが集って添字iの定常確率関数を成すときには，不等式(12-39)は，そのような確率関数の任意の相関関数は正定値であるというよく知られた事実を表わす*.

---

* 誤解を避けるために，この節の議論の基礎にあるよく知られた概念をくわしく記述し，その操作的性格をはっきりさせ，それがどのように使われるかをくわしく説明しておこう．

(a) 代表的な標本の概念

すべて同じやり方で準備されたN個の系Sから成る統計集団E_Nを考えよう．またオブザーバブルAを考える．適当な装置を使って各々のSについてAを測るときに結果$A=a_\alpha$を与える数を$n_\alpha{}^{(A)}$とする．他方，これらのN個の系のうちのM個($M<N$)を考え，今述べた測定で結果a_αを与えるものの数を$m_\alpha{}^{(A)}$とする．そのとき，NとMがどちらも十分大きければ，$m_\alpha{}^{(A)}/M \approx n_\alpha{}^{(A)}/N$と仮定する．

同じ種類の系について定義されるもう一つのオブザーバブルBを考えよう．もしも上で導入したN個の系SについてBを測るならば結果$B=b_\beta$が得られる数を$n_\beta{}^{(B)}$としよう．$n_\beta{}^{(B)}/N$(次ページへ)

12.5　議論：実験的

これまでの章で強調したように，量子力学の検証可能な予言(それはどの場合でも曖昧さがない)と，その形式化および概念的解釈(それらは変化しおよび/または論争のあるものである)の両方の間に注意深い区別をしなければならない．11.6節で，検証可能な**要素的な**予言という言葉で，また**瞬間**装置とい

の知識を得ることができるだろうか？ $n_\alpha^{(A)}/N$ を測るのにすでに使った M 個の系を使うのでは明らかにだめである．なぜかというと，それらの系は A を測るための装置と相互作用しており，したがってその準備はもはや E_N を定義するものと違うからである．しかし，E_N の中で A を測るのに使われ**なかった**ものの中から選ばれた M 個の系から成る代表的標本を使いさえすれば，われわれは $n_\beta^{(B)}/N$ の知識を(たとえすでに $n_\alpha^{(A)}/N$ の知識を得てあっても)得ることができる．こうして，十分な指定をもって準備された系について定義されるオブザーバブル $A, B, \cdots$ の中の**任意の**ペア——または多数——の平均値の同時的な実験的知識を得ることができる．

(b) 12.2節で挙げられた概念と仮定の役割

この節で考えた物理的な場合では，系 S は複合系 $U+V$(全スピン0の状態にある2個のスピン1/2の粒子 U と V から成っている)であり，オブザーバブル $A, B, \cdots$ は指定された方向への粒子 U と V のスピン成分の積 $\boldsymbol{S}_j^{(U)}\cdot\boldsymbol{S}_k^{(V)}$ である．$P(i,j)$(Bellの元の記号)は全スピン0の系 $U+V$ の任意の非常に大きな統計集団 E_N におけるこれらのオブザーバブルの**平均値**である．(a)により，系 $U+V$ の十分大きい標本を使った実験によって，方向 i, j のいくつかの対に関する $P(i,j)$ を同時に実験的に知ることができる．

他方，この節で用いた方法によっては，仮定(たとえば12.2節のような)をつけ加えない限り，これらの $P(i,j)$ に対するBell型の不等式が導けないことは明らかであろう．なるほど，$s(\sigma_i,\sigma_j)$ を，i 方向の $\boldsymbol{S}^{(U)}$ の測定が $\sigma_i/2$ を，**そして** j 方向の $\boldsymbol{S}^{(V)}$ の測定が $\sigma_j/2$ を与えるような系の数とすれば，**いつでも**

$$P(i,j)=N^{-1}\sum_{\sigma_i,\sigma_j}\sigma_i\sigma_j s(\sigma_i,\sigma_j)$$

と書くことができる．しかし何か仮定を導入することなしには，

$$s(\sigma_i,\sigma_j)=\sum_{\sigma_k}s(\sigma_i,\sigma_j,\sigma_k)$$

の形の意味のある式を書くことができない．それはわれわれが $s(\sigma_i,\sigma_j,\sigma_k)$ に意味を与える方法を持たないからである．そのような数を測定する時間的順序と，二つでなく三つの相互作用(装置との)が考えられていることとに無関係に $s(\sigma_i,\sigma_j,\sigma_k)$ をつくろうとする限りそうである．要点は，いうまでもなく，U についての**1回**の測定と V についての**1回**の測定から成る測定だけしか考えることができないことにある．そうでなければ，一般の場合に強調したように，第1の測定装置が同じ粒子についての第2の結果に擾乱を生じる．したがってBell型不等式が実際に実験によって(そう見えるのだが)破られていることは“論理の名折れ”ではない．

12.2節の“概念と仮定”の役割は明らかに，$P(i,j)$ を，**V だけについて**定義される量 $M(i,j)$ に結びつけることにある．本文で説明したようにそれは $n(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3)$ と $M(i,j)$ とに意味を与える．ふつうの論理を系 V の族 F に適用すると，それらは(12-15)式と(12-15a)式に導く．$n(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3)$ および $n(\sigma_1,\sigma_2,\cdot)\equiv\sum_{\sigma_3}n(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3)$ その他は E_v だけにおいて定義されている．それらは現実に行われる測定には関係していない．したがって前者は知りえない．けれども，**厳密な U-V の相関のために** $n(\sigma_1,\sigma_2,\cdot)=s(\sigma_1,-\sigma_2)$ だから，後者は知りうる．

別の見方からすれば，これらの概念と仮定の帰結として，考えている $U+V$ 系は(**他の**系は必ずしもそうでない)族 F を表わす局所的な隠れた変数を持つ．そして不等式が導かれるのである．問題5(163ページ)を解けば，古典論的な隠れた変数による記述の存在と命題束の非Boole的構造との間にアプリオリな矛盾はないことが示される．

う言葉で何を意味するかを定義した．もし量子力学のすべての検証可能な要素的な予言が，たとえそれが瞬間装置を使ってのみ得られると想像される結果に関するものであっても，正しいと信じるならば，この章のこれまでの節によって(特定の形式あるいは特定の解釈を採用することなしに)，12.2節で挙げた仮定の組は保持できないという結論を強いられる．それはこれらの仮定から導かれる(12-22)，(12-27)および——もっと一般的に——(12-34)のような不等式が，いくつかの場合に上述の検証可能な予言によって破られるからである．それは12.3節で考えた U と V がスピン1/2の粒子であり，そして単位ベクトル $\boldsymbol{e}_i$ がある特殊な方向に選ばれる場合を含んでいる．このことはBell[7]によって不等式(12-22)に関連して示された．不等式(12-27)と(12-34)に関しては，このことはたとえば"平衡した"配置 $\sum_i \boldsymbol{e}_i=0$ が(12-37)の等号に対応し，従って(12-34)の不成立に対応することから導かれる．

もしも量子力学のすべての検証可能な要素的な予言が正しいということを当然のことと思わないなら，直接の実験に依存しなければならない．幸いなことに，隠れた変数の問題に関連して，この目的に(原理的に)使うことができる実験が行われ(11.5節を見よ)，現在も進行中である．けれども，これを書いている時点では実験結果の間に不一致があるようである．このために違うテストをすることが考えられている．そのようなテストは不等式(12-34)を使っても——たとえばそのもっとも簡単な形(12-27)において——得られる．しかしこのことと独立に，隠れた変数の仮説をテストするのに適当な実験の組は，この章で議論している仮定の組をテストするのに適当な実験の組と正確には一致しないことを指摘しなければならない．たとえば，局所的な隠れた変数が存在するという仮説は，U と V のスピンの間の相関が12.3節で使われた意味で厳密な相関でない場合でも，(すでに述べたBellの不等式を使うことによって)テストできる．それに反して，12.2節で挙げた仮定の組の成立をテストするためには厳密な相関効果が本質的である．これは文献[10]，[11]，[12]，[13]のように光子を使って行うこともでき，もし文献[11]の結果を額面通りにとるならばいま述べた組から導いた結論と確実に矛盾するように思われる．

U と V のスピンが1/2であることあるいは U と V が光子であることは考えているテストが成り立つためには決して必要でないことをここで注意しておこ

う．たとえば，U と V をスピン S の 2 個の粒子としよう．u_i, v_i, u_i', v_i' を 12.3 節のように定義し，$n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ と $n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$ を 12.4 節のように定義しよう．すると 12.2 節で挙げた仮定のもとでは，積 $\sigma_i\sigma_j$ の平均値 $M(i, j)$ は，前に示したように，不等式(12-16), (12-23), (12-32), (12-33) をみたすはずである．その上，U と V のスピンの間の厳密な相関のために，これらの量は次の場合

(a) $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{e}_i}{}^{(V)} = \mu$ で $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{e}_j}{}^{(U)} = -\mu$

(b) $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{e}_i}{}^{(V)} \neq \mu$ で $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{e}_j}{}^{(U)} \neq -\mu$ など

の相対的な数を数えることによって測定できる．

もちろん $M(i, j)$ はもはや $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{e}_i}{}^{(U)} \cdot \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{e}_j}{}^{(V)}$ の平均値の符号を変えたものではない．それでも，量子力学から予言されるものとしての $M(i, j)$ の値はふつうの規則を使って計算できる．スピン 1/2 の場合のように，それらの予言が上述の不等式を破るいろいろな配置を見出すことができる．光子を使う特殊な場合には，2 個の値だけ持つ変数 σ_i を，光子が $\boldsymbol{e}_i$ 方向を向いた偏光器を通れば $+1$，通らなければ -1 であるように選ぶのが便利である．

12.4 節の注意 2 で述べたいろいろな不等式の間の関係については，不等式(12-22) と (12-27) が実験的に同等であることを述べるものと解してはならない．たとえば，対称な場合すなわち $\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{e}_3 = 0$ には，(12-27) は量子力学の予言によって破られるが，(12-22) はそうでない．他方，それらの関係は実験的に便利なある対称性を含んでいる．U と V がスピン 1/2 の粒子の場合には，それは空間における向きをきめられていない方向だけが重要であることを示す．光子を使う場合には，それは，テストは偏光器を $\pi/2$ 廻転しても不変であるという結果をもたらす．

12.6 議論：理論的

この領域で行われた実験はまだ完全には決定的でないから，アプリオリに可能なすべての実験結果に対応する異なる場合を，原則として，別々に考えなければならない．しかし，量子力学の破れを——スピン相関のような簡単な現象において——明るみに出すような(仮想的な)実験結果は，その重要性と意味は明らかだから，ここで論じる必要はほとんど無いだろう．そこでこの節では，作業仮説として，実験結果によって現在の傾向が確かめられ，そのような相関

についての量子力学の予言が確証されると仮定しよう．いいかえれば，12.2節の概念と仮定の組は誤りであることが決定的に立証されたと仮定し，これを簡単のために“外挿された実験結果”と呼ぼう．この仮定のいくつかの結論を簡単に研究しよう．

1. 非Boole論理の意味の問題　この本の初めのほうの章では，量子力学の基本原理は単に，以前の観測結果から観測可能な予言を定式化するための規則の組として述べられている．これらの規則は日常言語，したがってふつうのBoole論理を使って表現されている．それらの章では，この規則が“物理系それ自身”についての命題を含む定式に“翻訳”できるかどうかの問題は未解決に残されていた．研究の初めの段階ではこの問題は，たとえば古典論の場合(その場合には答は明らかに“イエス”である)よりもはるかに難しいことがわかっただけだった．他方，われわれは命題によって直接定式化される公理系の存在を知っている(6.4節および12.1節を見よ)．この公理系は第3章で述べたHilbert空間にもとづくものよりもやや一般的である．それが扱う命題は非Boole算法の規則に従うのだが——少くともふつう定式化されるところによれば——微視的物理系自身の性質に関係しているように**見える**ことは注目すべきである．これはすでに述べた次の推測に有利な論拠のようにも見える．すなわち，多分，量子命題束の非Boole性がまさに**支払わねばならない代価**なのだ．それはこの言語を使う時に矛盾なしに，系について**われわれが**観測するものについてだけでなしに，“実際にあるがままの”系について語っていると考えられるための代価なのだ．

もちろん，ある論文が“実際にあるがままの”系について語っているということは，いずれにしても操作主義が許す範囲を越えた主張である．しかし，この段階では，問題はまだ次のことではない．“そのような知識が可能であると主張することは不合理であることを，アプリオリな根拠にもとづいて示すことができるか？”* 問題は，むしろ，こういうことである．“この知識が可能であると**仮定**して，知られている事実を考慮に入れたとき，その仮定が持ちうる最大の意味は何であるか？”ここに定式化された質問に対していままでの分析が

* このような問題は後の章で論じる．

与える答は，その意味は必然的に極度に限られたものであり，非常に限られているのでその存在自体が疑わしくなるほどである，ということである．これは，もし仮定1(ここで賭けているもの)を保とうとするならば必然的に仮定2,3,4の少くとも一つを排除せざるをえないという事実によっている．以下で示すように，3あるいは4を捨てることは難しいように思われるので，仮定2を放棄せざるをえない．したがって，ある時刻tにおいて安定な孤立した系Sを“あるがままに”記述することが十分に意味を持って可能であると仮定しても，そのことはそれを一瞬前に“あったがままに”記述することも可能であったと信じることを許さない．たとえSが二つの時刻を含む時間間隔のあいだ孤立していたことが知られているとしてもそうである．

この結論は，Bell型の不等式が破れているという“外挿された実験結果”(前述)から導かれることをもう一度強調しよう．その意味でそれは量子力学の仮定の正当性あるいは非正当性に対して原理的には独立である．今までのところではそれは可逆的でないことは注目に値する．Sが孤立しているときには，第1の測定が答“イエス”を与えたならば，そのすぐあとでなされる**第2の**測定に対して必ず答“イエス”を与えるような，ある型の装置を任意の命題に対応させることができることを，いままでのどの結果にも矛盾せずに仮定することができる．言いかえれば，次のようになっている．Sが孤立しているときには，S以外のどんな系に対してなされるどんな操作もSに関する命題aの真実性を“ぬぐい去る”ことはできないが——もし仮定2だけが破られているとすれば——そのような操作はSに命題aが示す性質を**分け与える**場合がある．Sが孤立している場合に命題の真実性が現在から(すぐあとの)**未来**に推論できることは信じられるにしても，同じ条件のもとで，現在から(すぐ前の)**過去**へ同じことをすることは不可能である．この不可能性は仮定2を放棄することによるもので，“これこれの命題の組がSをあるがままに記述する”という言明に与え得る意味をきびしく制限する．

2. 別の仮定の問題　系についてのふつうの概念が成り立つならば，仮定4だけを放棄することはむしろ人為的と思われる．事実，それが首尾一貫して行えるかどうか疑わしくさえある．

仮定3に関しては，それが関係する原理を破りながら他のすべてをそのまま

にし，そして未来から過去への**観測可能な**影響を生じないような，巧妙なやり方が存在する．11.1節で述べたように，量子力学の予言をどれも変えないような決定論的な理論を見出すことができる．それらは状況依存的[14]で分離不能な種類のものである．その分離不能性は(i)信号の伝播速度の有限性の原理の観測可能な変更を生ぜず，(ii)遡時効果の結果として解釈することができる．12.3節で述べた現象では，この効果はUについて時刻t_2に行われる測定から，時刻t_aにおいて系$U+V$の状態を記述するパラメーターへの遡時作用の影響によっていた[15]．しかしいままでのところでは，学界は未来が過去に作用するという考えを，たとえ直接に観測可能でないやり方であっても，好まないように思われる．

仮定3の本当の**破れ**は，したがって，ありそうもない．しかし，仮定3(とおそらく仮定2も)は，正しくはあるのだが，それが使われた12.3節の関係ではまったく**適用**できないという可能性を，考えうる解決として，考えることはできないだろうか？　概念的にはこれは可能である．その理由を理解するために，第11章で研究した隠れた変数の理論をもう一度考えよう．11.6節で指摘したように，現在使用可能な測定装置はすべて，時刻t_aよりずっと前に，スピンを測る方向$\boldsymbol{e}_i$に関しても，事実上完全に固定しなければならないようなものである(非瞬間装置)．したがってそれらがt_aの**前に**も，崩壊する対象に対してある避け難いやり方で，信号の伝播速度の有限性の法則を破らないような未知の型の力——あるいはもっと一般的な“影響”または“相互作用”——によって影響を与えるかも知れないということは考えられることである．もちろん，これらの未知の影響がちょうど量子力学的相関を保つように作用することも考えられる．しかし，もしも(量子力学の結果に一致するように)その相関法則がUとVとの間の距離によらないことを信じるならば，ここで考えている説明は，上述の未知の影響が，どういうわけか，距離が限り無く増加してもなくならないことを意味する．11.6節で述べた議論は，これはもっともありそうもない仮定のように思われることを示した．実際，もしそれが本当なら，**孤立**系の概念そのものに重要な制限を課されることになるだろう．さらに，この種の説明は，厳密にとるならば，量子論の原理は現在使用可能な装置にだけ関係しているという考えを意味することも注意しなければならない．もしも仮想的な“瞬間”

装置が使われるならば，ある場合にはそれは変更されねばならないだろう．

仮定2が変えられるべきだという(すでに議論した)考えは，これまで考えてきたものに比べてややましである．いずれにしても，量子力子の基礎を研究した理論家の多くにとっては，それはまったく見慣れないものではない．しかしそこにはやはり類似の困難がある．そして主な問題は“それだけを**単独で**放棄するべきだろうか？”ということである．もしそうなら，そこで奇妙な型の非可逆性が物理学の基本的事実に導入される．したがって仮定1をも放棄するほうがより自然と思われる．

最後に，仮定1と2の組の代りになる可能性があるものとしておもなものが二つある．その一つは微視系と実験の配置との間に(系が**あとで**相互作用する装置を含めて)存在する分離不能性という観念を導入するものである．これはBohrの観点であって，E-P-Rの批判に対する彼の答の本質であったと思われる．それについては第9章と第21章で論じる．仮定1と2のもう一つのかわりは過去に相互作用した微視系同士の間の分離不能性を導入する．この型の分離不能性は量子力学的波動関数の分離不能性と密接な並行関係がある．それは次の二三の記述の(しばしば暗黙の)共通の(それ以外は異なっている)特徴である．決定論[16], [17]ではあるが状況依存的で分離不能な理論に隠れた変数を導入するもの，意識を現実の動因とするもの(第22章を見よ)，および最後に——これが上の二つに帰着されないことが証明できれば——宇宙の全体の波動関数を対象とする記述である(第23章を見よ)．

注意

仮定2と8.2節の原理(b)との関係はまったく明らかである．8.2節では原理(b)をその“核心”として含む原理の組の間違いは，仮定Q(隠れた変数の非存在)をも要請することによってしか示されなかったことに注意しよう．ここでは，実質的に同じ問題において，仮定Qは必要でない．しかし，これは，仮定Qの役割を一つの実験的情報，すなわちBellの不等式の(適当な条件のもとでの)破れが肩代りしているからそうなのである．

12.7 結　論

第11章では，Einsteinが定式化した次の原理を**分離可能性の原理**と名づけ

た．もしS_1とS_2が過去に相互作用したがいまは任意に遠く離れている二つの系であるとすると，“系S_1の現実の事実としての状況は，それから空間的に分離している系S_2になされる事に依らない”．われわれは，この原理をいくらか広くする——あるいは広い意味に理解する——ことが可能で，すなわち，AとBとが任意に遠く離れていればAのBへの影響は必ずしも起らないことがあり得るという意味*にできることを見た(この文章の“必ずしも”という言葉の意味は11.6節に説明されている)．もう一つの選択として，分離可能性の原理に影響の超光速の伝播は無いというもっと限定された意味を与えることができる．そこでいままでの分析の結果は次のように要約される．(a)分離可能性の原理が広い意味で成り立つと仮定すれば，12.2節で挙げた概念と仮定の組Σの実験的検証は原理的に可能である．(b)その結果は否定的であることが普通の量子力学では予言され，実際，それを支持する予備的な実験的徴候がある．(c)(a)でなされた仮定とはまったく無関係に，Σは量子力学の“検証可能”な予言のすべてとは，もしそれが“瞬間的”装置を使う測定に拡張されるならば，両立しない．(d)最後に，組Σの代りのなかで一番もっともらしいものから，分離可能性の原理が限定された意味でさえ**間違っている**ことが暗示される．したがってこの原理は，初等的な量子力学が遠距離では破れることか，**あるいは**“必ず”作用していくらでも遠くまで有限の影響が伝わることかの**どちらか**が起らない限り，成り立つことをほとんど期待できない(後者の場合，それはもちろん，限定された意味でのみ成り立つ)．11.6節で示したように，限定された分離可能性の原理の破れさえ相対性原理と両立不能ではない．

表面的には，上のような結論は驚くべきだとも新しいとも思われない．多粒子の波動関数の——一般の場合における——非局所性はまったく明らかである．そのもっともよい例証はPauli原理であって，それによって，系を分離可能性がするようなやり方で個別化する可能性も疑問となる．古典物理学でさえ空間的に分離された事象の間の相関を，したがって，遠方の測定によって惹き起される確率分布の突然の変化を認めている．他方，分離可能性の原理に対する明らかな反例がこのようにすぐ見つかることは，それらが本当に反例として成り

* “局在性”という言葉はしばしばこの意味に使われている．

立つのかどうかを疑わせる．明らかに，ここに挙げた事実はどれもEinsteinは知っていた！ それにもかかわらず彼が分離可能性の原理を信じたことは，概念的な枠組を使うにあたって，数学的形式を使うときと同じように批判的であることを要求する．そして，そのような努力をするとただちにEinsteinがまったく正しいことがわかる．彼の時代には，分離可能性を**疑う**ことはできたが**反証する**ことはできなかった．たとえば，遠方の相関が空間的に分離された事象の間にさえ(ある共通の先行するものによって影響されたときに)起りうるという先にふれた事実は，実際には分離可能性の原理と何の関係も持たない．これは，すぐ前に思い出したように，われわれの知識にではなくて"現実の事実としての状況"に関係しているのである．さらに一般的に，多粒子の波動関数の非局所性は分離可能性に反対する論拠としてただちに使うことはできない．そのためにはそれは波動関数の**解釈**と結びつかざるをえず，それはこの本がときほぐすことを試みるかなり微妙な議論の長い連鎖へと導く．

この章の分析のすべては原理的に量子力学とはまったく独立だから，分離可能性に反対のその結論ははるかに直接的である．そのおもな欠点は，ふつうは堅実な基礎となるべき実験結果が最近のもので不完全であり，いまだにいくつか議論の余地があることである．けれども，実験のそのような曖昧さはごく近いうちに解決されると確信してよい．

文 献

[1] G. Birkoff and J. von Neumann, *Ann. Math.* **37**, 823(1936).

[2] J. M. Jauch, *Foundations of Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1968.

[3] C. F. von Weizsäcker, *Naturwissenschaften* **42**, 521(1955); G. Mackey, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, W. A. Benjamin, New York, 1963.

[4] C. Piron, *Helv. Phys. Acta* **37**, 439(1964); J. M. Jauch and C. Piron, *Helv. Phys. Acta* **42**, 842(1969); C. Piron, *Found. Phys.* **2**, 287(1972).

[5] B. d'Espagnat, *Phys. Rev.* **D11**, 1424(1975).

[6] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, *Phys. Rev.* **47**, 777(1935).

[7] J. S. Bell, *Physics* **1**, 195(1964); J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880(1969).

[8] *Foundations of Quantum Mechanics, Proceedings of the Enrico Fermi International Summer School*, Course IL, Academic Press, New York, 1971(特にJ. M. Jauch, J.

S. Bell, L. Kasday, A. Shimony, E. P. Wigner, B. De Witt の論文).
[9] D. Gutkowski and G. Masotto, 印刷中.
[10] L. Kasday, 文献 [8].
[11] S. J. Freedman and J. F. Clauser, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 938(1972).
[12] R. A. Holt, Unpublished Harvard thesis(1973).
[13] G. Faraci, S. Notarrigo, A. Penisi, and D. Gutkowski, *Boll. SIF* **93**, 39(1972).
[14] A. Shimony, 文献 [8].
[15] O. Costa de Beauregard, 印刷中.
[16] L. de Broglie, *J. Phys.* **5**, 225(1927).
[17] D. Bohm, *Phys. Rev.* **85**, 166, 180(1952); J. S. Bell, On the Hypothesis That the Schrödinger Equation is Exact, Contribution to Pennsylvania State University Conference, September 1971, TH 1424 CERN.
さらに進むために
H. P. Stapp, *Phys. Rev.* **D3**, 1303(1971).

第 13 章　遡時予言の問題の諸相

遡時予言 retrodiction の問題は基本的な問題に関連しており，不幸にしてまさにその理由によって，古典物理学においてさえまったく難しい．量子物理学ではそれはもっと難解である．したがってこの本における研究で何かしら中心的な役割をそれにもたせるのは適当ではないだろう．実際，観測理論または理論形式の一般的解釈の諸問題を論じるときには，遡時予言にもとづく議論を使うことはできるだけ避けるのが賢明と思われる．同じ注意が情報理論とその使用についてもあてはまることを注意しておくのが適当だろう．けれども違いは，情報理論の技術をどこにも使わずに上に述べた問題を完全に論じることができることである．このことは，遡時予言の概念については正確には成り立たない．以下の議論のいくつかの段階でこの概念を使うことが実際必要であることがわかる．それがこの概念をここで導入し研究する理由である[1]．他方，これから行う研究でのその役割には限界があるので，それらの問題のすべての面を完全に調べる必要はないことも記憶しておかなければならない．それにもかかわらず，われわれの目的に必要な面はやや難解である．したがって，この章をここへおくことは純理論的には適当なのであるが，前と後の章より難しく，それでいてわれわれの研究の内容への一般的な効果は小さい．以上のすべての理由

から，読者は最初に読むときにはこの章を飛ばして読むのが賢明だと思う．

13.1 “独立な時間発展”と遡時予言の問題

予備的な第1歩として，系Sの“独立な時間発展”(われわれの用語)と言えるための条件を論じ，その条件がみたされるときにはどんな種類の予言を正しく行うことができるかを調べよう．

古典解析力学ではこの問題は容易に解決される．時刻t_1とt_2の間でSは次の条件がみたされるならば，そしてその時に限って独立な時間発展をする．その条件とは，その発展を正しく記述しそしてSだけの物理量(オブザーバブル)の関数(いうまでもなく，HがSからの反作用が0であるような，時間に依らない与えられたポテンシャルを含んでもよいという了解のもとに)であるようなHamilton関数Hが見出されうることである．そのとき，もしも$t_1<t_a<t_2$をみたす任意の時刻t_aにおけるSの状態を知っているならば，われわれはやはり$t_1<t_b<t_2$をみたす任意の他の時刻t_bにおける対応する状態を計算することができる．こうして得られた知識と(古典)力学の法則とから導くことができる，考えうる観測の結果についてのすべての予言が完全に正しいことにそのような計算の意義がある．この考察は差t_b-t_aの符号に無関係に成り立つ．ついでにいうと，Sが他の系Tと相互作用するときには，SもTも独立な発展をしないが複合系$S+T$は独立な発展をすることがしばしば起る．

量子力学では，“系”と呼ばれるものの矛盾のない定義が，古典物理学には存在しない問題を生ずるので，提起された問題に対する答はそれほど単純ではない．実際，古典物理学についていま思い出したことをあまりに素朴に量子力学に置き換えると，特に$t_b<t_a$の場合に，すぐに間違った予言におちいる．これについてはいわゆるEinstein-Podolsky-Rosenのパラドックスのいろいろな定式が許されるような実験的状況がはっきりした例証となっている．それについてはすでにくわしく論じたとおりである(第8章と第12章を見よ)．したがって，この点について古典力学と量子力学との間に根本的な違いがあることはまったく一般的に認められる．他方，この違いが正確にどこに在るかについては明らかに混乱がある．実際ある議論の背後には次のような考えがあるように思われる．すなわち，独立な発展について先の定義を量子力学に持ち込むのなら

ば，そのときには時刻t_aにおける状態を知って時刻t_bのそれを計算する規則(ここではいうまでもなくSchrödinger方程式に含まれている)は$t_b>t_a$のときにしか適用できない——言いかえれば，それを$t_b<t_a$に使うと，何も情報を与えないかあるいは間違った情報を与える，という考えである．

ところで，もしそのように極端な制限が系統的にSchrödinger方程式に結びついているならば，それは，古典力学には対応するものがない特殊な種類の基本的非可逆性を量子力学の基礎法則が持ち，しかもそれは観測や統計理論などについての補足的などんな考察にもまったく無関係であることを意味するだろう．この節で——後に使うために——強調したいことは次のことである．すなわち見方のそのような相当な変化はさしあたり必要ではなく，それどころか，$t_b<t_a$のとき上に述べた規則は稀にしか適用可能ではないけれども，適用可能な場合があり，そのときには正しい予言に導くという意味で，間違ってさえいる．言うまでもなく，古典力学と量子力学との間には，系の独立な時間発展の問題に関係のある根本的な違いが存在する．しかしその違いは決して上に考えたような量子力学の運動法則の固有の非可逆性によってつくられてはいない．前に示唆したように，それはもっぱら，量子力学においては古典力学の場合に比べてずっと大きな相互依存性が物理系の概念のなかにあることに関係している．

要点は次の通りである．ここでもまた，スピン0の粒子が時刻t_0に，2個のスピン1/2の粒子UとVに，スピンを保存して崩壊するよく知られた例を考えよう．EをN個のそのような系$U+V$の集団とし，t_1をUのスピンの第3成分$S_3^{(U)}$の測定がされる時刻としよう．時刻t_1の後には各粒子Vは$O\hat{z}$方向にきまったスピン成分$S_3^{(V)}$を持つことを，われわれは正当に予言することができる．他方時刻$t=t_0+0$と$t=\infty$の間で粒子Vは自由である．スピン1/2の自由粒子の時間発展を記述するHamilton関数は容易に見つけることができ，それはVに属さないオブザーバブルには依らない(言いかえればそれはV粒子のHilbert空間の作用素である)．したがって古典力学で使われる定義をごく素朴に移してくると，何も付加的な限定をせずに，次の主張に導かれる．(a) 時刻t_0+0と∞の間，V粒子は“独立な時間発展を行う”，(b)“したがって”各粒子が時刻t_1の後にはきまった$S_3^{(V)}$を持つという知識から，それらの各々が

t_0とt_1との間の任意の時刻tにおいても同じきまった値を“持つ”という“事実”を導くことができる．けれども，このような主張は$O\hat{z}$以外の方向のUとVのスピン相関に関して明らかに正しくない結果を生じる(ふたたび第8章と第12章を見よ)．

Uに対してなされうるt_1における測定についてのこれらの考察が，遡時予言を試みるやいなや“注意深くする”べき論拠である．“許される”測定の集合Kを導入しよう．すなわち，その集合に属するもの以外はどんな測定も考えないものとしよう．さらに，KをVだけに関するすべての実験の集合と同じとしよう．すると，上に述べた遡時的計算は，この集合の測定に対しては正当である．それは，その計算が与える時刻tでの系Vの集団の記述が，測定の集合Kに関する予言については正しい結論を与えるからである．こういう事情なので，このような状況を扱う“独立な時間発展”の相対的な定義を試みることは理窟に合っている．この目的のために，われわれはまず“系”という言葉を普通の意味に使うという約束をしよう．上述の現象を考慮に入れるにはそうしない方が便利なことがあるが，ここではその約束を採用する．たとえば，任意の時刻$t>t_0$における粒子Vを，$t<t_1$である限りUから分離不能であるにもかかわらず，“系”と呼ぶ．そのような約束は，はっきりと約束してまた量子力学が課する制限を注意深く守っていれば，自由に採用することができる．ここではその一つの制限は，Vだけで定義されるオブザーバブルに場合によっては注意深く選んだいくつかのものを加えた集合(K)に関する測定だけを“許される”と考えるときにのみ，次の定義を使うことができることである．その条件のもとでわれわれは次の定義を提案する．

定義

上で述べた“系”の定義を使って，わかっている力と他の系からの与えられた(有限な)到達距離の相互作用とを受けているすべての系Vを考えよう．次のようなHamilton関数が見出されるならば，時間間隔(t_1, t_2)においてVは“限定された意味における独立な時間発展”あるいは(簡単に)“独立な時間発展”を行うと言う．そのHamilton関数とは，“測定の結果”と“測定についての予言”が(a)時間間隔(t_1, t_2)の間で起り，(b)Vだけのオブザーバブルに関するものであるならば，完全なHamilton関数によって与えられるのと同じ関係

を――すべての V に対してふつうの量子力学の法則によって導けるような――V だけの Hilbert 空間に作用するものである．

上の定義は系 V の全部から成る**集団**に関するものであること，そしてそのような集団はそれらの系の性質とそれが受ける力とによって指定されるのであって特殊な“初期”(あるいは“終”あるいは“中間”)条件を指定することによってでは**ない**ことを注意しなければならない．これによって与えられた幕の開口部を通過することで指定される系の集団を除外することができる．幕の影響は系の Hilbert 空間で作用する相互作用 Hamilton 関数によって記述することはできないから，幕は“知られた力”として作用しないのである．そのような場合を除外することは必要**である**．さもなければ，独立な時間発展をするにもかかわらず，上に述べたようなしかたで(すなわち，$t_b<t_a$ のときに $\psi(t_a)$ から $\psi(t_b)$ を計算することによって)“遡時予言”をすることが間違っているような系の例を容易に与えることができる．たとえば，系 V を，初めに Stern-Gerlach の磁石を通り，次に出てくる粒子線のうちの一つだけを選ぶ効果を持つ幕の穴を通る，偏極したスピン S の粒子であると定義した場合がそうである．上に与えた定義に従えば，そのような系は独立な時間発展をしない．なぜならば，たとえある与えられた系 V が穴を通る(したがって幕との相互作用を受けない)としても，先の定義が関係している系 V の全体の集合は，一般に，そうでないからである．

系 S の時間発展が，時間間隔 (t_1, t_2) の間，いま与えた定義の意味で“独立”である場合を考えよう．何らかの方法で状態が時刻 t_a で知られていると仮定し，$\psi(t_a)$ をその状態を表わす状態ベクトルの同値類の代表としよう(この段階ではこの類が1個の元しか持たないか，それとも何個か持っているかは問題にしない)．$\psi(t_b)$ を計算しよう(ふたたび $t_1<t_b<t_2$ とする)．すると前に見たように，観測可能なデータに関して $\psi(t_b)$ から導かれる言明が**すべて**正しいということは一般には本当でないが，しかし，集合 K の(すなわち，S だけに属する)オブザーバブルの測定結果については，$\psi(t_b)$ から導かれる予言がすべて正しいことは本当である．いうまでもなく，S の時間発展が t_a と t_b を含む開区間全体で独立であることが本質的である．$t_b<t_a$ の場合には，S に対してなされる測定そのものがふつうは S と装置との相互作用によって行われるので，こ

の条件はみたされない．しかし，この節の終りに示すように，時刻 t_a において直接の測定を含まない場合には，それはみたされる．

自然についての実在論的な考え方においては，上に述べた事実は，$\psi(t_b)$ が S の状態を“あるがままに”記述すると言うことが意味を持つためには明らかに不十分である．実在についての真の言明は明らかに（任意に選ばれた）“許容できる”測定に（上記のもののように）限定されず，どんなものであれ間違った結論があってはならない．他方，多くの場合に許容される Hermite 作用素の集合 K は，S に属する量と S とかつて相互作用した別の系に属する量とのある相関を（すでに述べたように一般にはそのすべてではないが）含む集合 $\bar{K}$ に拡張できることは事実である．$\bar{K}$ へのこの拡張は，もちろん，$\psi(t_b)$ が S に属さないが $\bar{K}$ に結びついているオブザーバブルについて可能な最大の情報を与えることを意味しない．しかしそれは，これらのオブザーバブルについてふつうの方法で計算される実験的予言と矛盾しないような，$\psi(t_b)$ を与えられた集団の各々の S に結びつけるような体系が存在することを意味する．ところで，S が微視系である場合には，実際上いつも（他の場合には**しばしば**）$\bar{K}$ の補集合 K' は，事実上測定不能なオブザーバブルに対応する Hermite 作用素しか含まないことがわかる．したがって，K' に属するすべての作用素は，多分いかなるオブザーバブルにも（“原理的に”しか測定可能でないオブザーバブルにさえ）対応しないのだろうと推測される．このことが真実である場合にのみ，実在論的立場に矛盾しないある意味において，$\psi(t_b)$ は S を S の過去の歴史に関係なく記述するということができるだろう．量子論的観測の受け入れることのできる理論への道をこれが開くかどうかという問題は第16章で研究する．

最後に，遡時的計算が意味を持つための条件がみたされている場合があることに注意しよう．前に述べたように，その条件は，系の時間発展が t_b と t_a を含む全間隔 (t_1, t_2) で独立であることである．ここで t_a は系の状態について何かが知られる時刻で，$t_b < t_a$ である．われわれが思い浮べるのはそのような“終”状態についての知識が測定から生じるのではなくて非常に一般的な仮定にもとづく場合である*．たとえば，巨視系を考えるときには，7.4節の仮定Zが，

---

* 別の場合も存在する．とくに第8章で調べた遠く離れた相関の現象を使って実例をつくることができる [1].

それが扱っているオブザーバブル A が(指針が乗っている目盛間隔の数のような)巨視的な変数でありさえすれば，いつでも成り立つと信じることは自然と思われる．その仮定のもとでは条件Rの系(7.4節)から，そのような系の各々は，**きちんと指定された状態の族の元であるような**状態(純粋な場合もあれば混合もある)にあるという結果が出る．こうして，可能性の数がこのように制限されているという知識が，装置との相互作用からではなく，仮定Zを採用することから導かれる．こうして(a)この知識はその仮定が成り立つかどうかを試すために使うことができ，また(b)そのテストは(巨視系が t_1 と t_2 の間で独立な時間発展をするときならばいつでも)遡時的計算によって行うことが**できる**．

13.2　関連する諸問題

以上論じたのは遡時予言の問題のなかでかなり特殊な面であることをもう一度強調しよう．ここでそれを論じたのは以下で使うからである．それ以外の重要な側面は，この本のおもな課題とは直接関係しないのでここでは論じない．その中には，たとえば，外向きの波と内向きの波の概念の役割や，時間について逆向きの波束の収縮を考えることがいったいできるのかという問題がある[2].

遡時予言の概念は，ある程度まで，時間反転と非可逆性の概念に関係していることも注意しておこう．よく知られているようにこれらの概念はどちらも物理学で中心的な役割を果している．そのため，それらの意味と適用の詳細な記述が多くの教科書に見られる．ここですでに存在する記述に新しいものをつけ加える必要はないだろう．

こういう事情なので，ここでは，これらの多くの問題の一つだけを論じることにする．これはずば抜けて重要というわけではないが，後の章で生じるある展開の正しさと意味とについて誤解が入りこまないように，ここで述べておく．

論点は，二つの測定が次々に行われ，第2の結果を知って，その知識から第1のものの可能な結果の確率を知りたい場合に関係する．簡単のために，それらの測定は完全な理想的なものであると仮定する．

$$A\phi_i = a_i\phi_i \tag{13-1}$$

および

$$B\chi_\alpha = b_\alpha \chi_\alpha \tag{13-2}$$

を，系Σまたはその集団についての，それぞれ時刻t_0とt_1に測定されるオブザーバブルAとBの固有値方程式としよう．$U \equiv U(t_1, t_0)$をこの二つの時刻の間のΣの時間発展作用素としよう．$w_\alpha{}^{(i)}$を，結果$A=a_i$がt_0に得られたときに結果$B=b_\alpha$がt_1に得られる確率とする．同様に$w_i{}'^{(\alpha)}$を，t_1に結果$B=b_\alpha$が得られたときに結果$A=a_i$がt_0に得られている確率とする．最後に，ψを時刻t_0より前のN個の系Σの集団を記述する状態ベクトルとする．

初めに$w_\alpha{}^{(i)}$の値を問題にしよう．この問題の答は簡単である．量子力学の一般的な規則に従えば，$w_\alpha{}^{(i)}$はψに独立であって

$$w_\alpha{}^{(i)} = |\langle \chi_\alpha | U | \phi_i \rangle|^2 \tag{13-3}$$

によって与えられる．

次に$w_i{}'^{(\alpha)}$の値を問題にしよう．時刻t_1において，この問題で考えるべき集団E_αのすべての系においてBは値b_αを持つことが知られているのだから，集団は時刻t_1において状態ベクトルχ_αによって記述されると考えられるかも知れない．そうすると前の節で述べた議論を使えば，時刻t_0では状態ベクトルは$U^{-1}\chi_\alpha$であり，したがって$w'_\alpha{}^{(i)}$の値は$|\langle \phi_i | U^{-1} | \chi_\alpha \rangle|^2 = w'_\alpha{}^{(i)}$であると結論することになる．しかし，**この問題では**Σの各〻が時刻t_1において装置と相互作用しているから，この議論は間違っている．すなわちE_αが時刻t_1+0においてχ_αによって記述されることから，それが時刻t_1-0においてもχ_αによって記述されることは導けないのである．したがって一般に，それが時刻t_0において$U^{-1}\chi_\alpha$によって記述されるべき理由は無い．

したがって何か別の方法を探さなければならない．正しい方法は，両方の結果が得られるEの要素の数$N_{i\alpha}$が

$$N_{i\alpha} = N_i w_\alpha{}^{(i)} \tag{13-4}$$

によっても

$$N_{i\alpha} = N_\alpha w'_i{}^{(\alpha)} \tag{13-5}$$

によっても与えられることから得られる．ここでN_iとN_αは，それぞれ，$A=a_i$と$B=b_\alpha$という結果に導くEの要素の数である．

したがって

$$w_i{}'^{(\alpha)} = \frac{w_\alpha{}^{(i)} N_i}{N_\alpha} \tag{13-6}$$

である．N_i と N_α は次のように容易に得られるからこの式がわれわれの問題の答である：

$$N_i = N |\langle \phi_i | \psi \rangle|^2, \tag{13-7}$$

$$N_\alpha = N \sum_j |\langle \chi_\alpha | U | \phi_j \rangle|^2 |\langle \phi_j | \psi \rangle|^2. \tag{13-8}$$

一般に，N_α は $N|\langle \chi_\alpha | U | \psi \rangle|^2$ に等しくないことを注意しておこう．これは A を測定する装置の存在が系の振舞を変えることによっている．

(13-3), (13-6), (13-7), (13-8) から $w'_i{}^{(\alpha)}$ は $|\langle \phi_i | U^{-1} | \chi_\alpha \rangle|^2$ に等しくないことがわかる．言いかえれば，$w'_i{}^{(\alpha)}$ は t_1+0 における状態ベクトルに遡時的計算をしたのでは得られない．

けれどもこのことは明らかに，系が t_1 において他の系と相互作用することによっている．したがっていま述べた不可能性は，そのような相互作用が起らず，そしてそれにもかかわらず状態ベクトルが仮定によってかあるいはほかのことによって知られているような場合には，そのような計算をしりぞける理由として使うことはできない．前の節で調べた場合は明らかにそうであって，そこではこのような計算が成り立つ条件が述べられている．ここで——後の節の内容からみて——強調しなければならない点は，すぐ上に書いた式が 13.1 節で展開した理論の成立の条件に関してはいかなる制限も意味しないことである．それらの式が適用できるのは別の問題である．

文　　献

[1] B. d'Espagnat, *Nuovo Cimento* **21B**, 233 (1974).

[2] Y. Aharonov, P. G. Bergmann, and J. L. Lebowitz, *Phys. Rev.* **134B**, 1410 (1974).

第3部の問題

問題1

二つの系IとIIを相互作用させたあと，それらがもはや相互作用していない時刻tにおいて考える．さらに，時刻tにおいて，系の状態ベクトルは

$$|\psi\rangle = \sum_j C_j |l_j\rangle |m_j\rangle$$

と書けると仮定する．ここで$|l_j\rangle \in H_{\mathrm{I}}$ ($|m_j\rangle \in H_{\mathrm{II}}$)はI(II)のオブザーバブル$L(M)$に結びついた作用素$L(M)$の固有ケットである．$R$をIに属する他のオブザーバブル，$S$をIIに属する他のオブザーバブルとしよう．密度行列形式を使わずに次のことを示せ．Lの値l_jとMの値m_jで定義される状態を$|C_j|^2$で含む本義混合は(a) LまたはRだけについて，およびMまたはSだけについて，およびLとSとの相関またはRとMとの相関について，なされるすべての測定に関して，上の純粋状態と同じ観測可能な予言を与える．(b)また，RとSとの相関に関しては一般に異なっていて両立しない予言を与える(Furry)．(ヒント：問題(a)に対しては(3-3a)式を使う)．

問題2

第2部の問題2と問題3の結果を使って，(8-8)式で記述される純粋状態は，各々の要素に対してUのスピンが一定の方向$\boldsymbol{n}$を向きVのスピンが反対方向を向いている本義混合とは同等でないことを示せ．ここで$\boldsymbol{n}$は混合にわたって等方的に分布している単位ベクトルである．(ヒント：$\boldsymbol{a}$と$\boldsymbol{b}$を単位ベクトルとして，二つの場合に対して$[\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{\sigma}(U)][\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{\sigma}(V)]$の平均値を計算せよ．)

問題3

遠く離れた相関が瞬間的であるという8.3節の最後に与えた“実験的証明”の正当性を論じよ．

問題4

12.5節の最後の所の注意を使って，12.2節で考えた仮定の，静止質量が0でなくスピンが1より大きい粒子を含むテストを示せ．

問題5

十分に精密な測定が測定される変数をすべて変えるような決定論的な古典論的世界を考えよ．スピン1/2の粒子に対するBell-Clauserの隠れた変数の模型を使って，(そのような世界で実際に行われる測定に対応する)**操作的に定義される**命題の集合は非Boole束を成すことを示す例を作れ．この束を隠れた変数自身に関するイエス-ノーの主張(Maxwellの魔物だけが，操作的に定義されていると考えることができる主張)のBoole束と対比せよ．

第4部
観 測 理 論

これから観測理論の領域に入ろう．ここではいろいろな困難が現われる．**一つの**観測理論があるのではない．それどころか，いくつかの競い合う理論が存在し，それらはたいてい互いに矛盾している．このうんざりする状況で最善をつくすために，まず第14章で観測理論の多かれ少なかれ広く認められている諸要素を概観する．それは(i)系のオブザーバブルと装置のオブザーバブルとの間に確立された単純な相関としての観測過程の記述と，(ii)密度行列の方法にもとづく定式を含んでいる．後者は――どの特殊な場合にも使わずにすますことができるけれども――すべての観測可能な予言のエレガントな綜合を与える．それからわれわれは，どの試みにも内在するいくつかの困難を概観する．ここで考えているのは，装置の座標を実際にわれわれが観測する値を**持つ**量としてさしあたり記述する，どの理論にもつきまとう困難である．そのような記述を重ね合せの原理と矛盾しないようにしようとする，この問題に対する二つの伝統的なしかし最近復活したやり方をそれから批判的に吟味する．その一つ(第15章)は古典系の概念にもとづいている．他のもの(第16章)は測定過程の巨視的非可逆性に基礎を置いている．ついで両方の見方の限界が示される．

観測過程の量子論を展開するときには，装置の初期状態が正確には知られていないことと，ほとんどの測定は**非理想的**(すなわち**第2種**)であるという重要な事実を注意深くおぼえておかなければならない．したがって，上述の困難がこの二つの点を十分に考慮していないことからくる可能性を研究しなければならない．この研究は第17章と第18章で行われる．その点ではわれわれの結論は否定的である．ゆえにこの第4部の全体としての内容は，““対象プラス装置”の系を指針の一定の位置を持つ状態に残す観測は，量子力学の線型法則によって記述され得ない”というWignerの主張の否定を許さない．

もちろん，ここでは，以下のすべての場所と同じく(はっきり述べている場合を除き)，仮定Q(4.2節)の成立は仮定されている．特に，隠れた変数は存在しないと仮定する．

第14章 観測理論の諸要素

この章ではまず観測理論が現代理論物理学の特に論争的な部分である理由をごく簡単に調べる．それに続いて理論のなかで難点を持たず，したがって測定過程で起ることをさらにくわしく理解するためのすべての試みの共通の基礎となる部分を述べる．

14.1 はじめに

量子力学における観測の問題について，理論物理学者の大多数はその問題は存在しないかあるいはつまらないものと考えており，少数ではあるが確実に増加しつつある人たちはほとんど回避できない困難を呈すると考えている．技術的なことに手をつける前に，このような奇妙な事態の起源と原因を手短に概観するのがよいだろう．

このためにもっとも素朴で初等的な形の量子論的観測理論を考えよう．われわれが関心を持つ観測は，粒子のスピン，金属の電気伝導度など，一般的な量の観測ではなくて，位置，スピン成分など，系の一時的な特定の性質である．$|\varphi_1\rangle, \cdots, |\varphi_n\rangle, \cdots$ を系 S に属するそのようなオブザーバブル L の固有ベクトルとし，実験家が装置 A を使ってその値を測定するとしよう．簡単のために A は不連続的な固有状態 $\{|n, r\rangle\}$ の組の一つにだけありうるとする．ここで n は指針の可能な位置 $G=g_n$ を表わし，r は A の他のすべての変数についての縮退の添字である．このような装置の記述が非常に図式的で表面的なものであることは多分強調する必要はないだろう．したがってそれから導かれるどんな概念的困難も，もっと現実的な形式の枠組の中で注意深く再吟味したあとでなければ，それが本当であると言うことはできない．それにもかかわらずこの簡単な描像は問題を説明するのに役立つ．

初めに次のような場合を考えよう．すなわち，S は初め測られる量 L の固有状態 $|\psi_m\rangle$

$$L|\psi_m\rangle = l_m|\psi_m\rangle \tag{14-1}$$

にあり，同時に A は状態 $|0, r\rangle$ の一つにあって，指針 G は 0 を指している．この場合，相互作用の効果が，S の状態を変えることなしに，A を状態 $|m, s\rangle$ の一つにもたらすように，A はつくられている(これはわれわれの仮定の一部である)．言いかえれば，複合系 $S+A$ を記述する状態ベクトルは

$$|\psi_m\rangle|0, r\rangle \longrightarrow |\psi_m\rangle|m, s_{m,r}\rangle \tag{14-2}$$

によって記述される変化を受ける．もしこうなら，相互作用の後には A の指針は明らかに $G=g_m$ という位置にあり，それは L の固有値 l_m と 1 対 1 対応にある．

こうして(14-2)式は実際 A による L の測定過程を記述するモデルと考えることができる．

ところで，初め，A はやはり $|0, r\rangle$ で記述されるけれども，S は状態 $|\psi_m\rangle$ の重ね合せ

$$|\psi\rangle = \sum_m a_m|\psi_m\rangle \tag{14-3}$$

であるような場合を考えよう．a_m はパラメーターである．重ね合せの原理は(14-3)式が可能な初期状態であることを保証している．そのとき，(14-2)式と時間発展法則の線型性(第 3 章の規則 3)の結果として，複合系は**必ず**

$$|\psi_f\rangle = \sum_m a_m|\psi_m\rangle|m, s_{m,r}\rangle \tag{14-4}$$

によって記述される．以下で示すように，(14-4)式の帰結は，A で G を測り g_m を見出す観測者に対しては，その後系 S は状態 $|\psi_m\rangle$ にあるかのように振舞うということである．これはまさに波束の収縮である．しかし，少くとも無批判的に考えるならば，(14-4)式は装置 A も同時に指針の異なる位置 g_n に対応する状態の重ね合せであるという意味をも持つように見える．そのような意味は，巨視的な対象は同時に異なる位置を占めることはありえないという，われわれにはもっとも直接的な経験の一部と思えることと直接に矛盾する．したがってそれは本来的に不条理と思われる．

ごく簡単なスケッチではあるが，これが問題の本質，というよりは起源と最初の局面である．この問題をつきつけられると，理論家は非常に多様に反応する．ある人は単に——やや独断的に——こう言う．指針は巨視的対象だからそれは一つのきまった位置に**必ず**あり，したがって(14-4)式の解釈は明らかである，それは単に指針がそれぞれの確率 $|a_n|^2$ で位置 g_n の一つに**ある**ことを"意味する"のだ，と．別の人はまったく正当に，(14-4)式に導く仮定があまりに粗すぎるのであってもっと現実的なものとかえねばならないと強調する．第3のグループは，巨視的対象であっても本当は巨視的に異なる状態の重ね合せと考えることができるのだという考えを認めるが，その連鎖の末端にいる観測者は自分自身が確かにそのような重ね合せでは**ない**ことを知っているという困難に遭遇するので，観測者を簡単にふつうの巨視的な系と同一視することができなくなる．

これらすべての見方，理論，あるいは意見は以下でくわしく論じる．そのときわかるように，それらのあるものは量子力学の一般規則の絶対妥当性を疑うに至っている．しかし，ここではまず，次のような主張をする物理学者の立場を特に考察しなければならない．それは，アプリオリな理由によって，ここには本当の問題があるはずはなく，したがって，なおさら，ここでの論点から量子力学の困難が生じるはずはないと単に主張するものである．

このように，いまふれた問題は本質的に**偽り**のものであると主張する物理学者は実際非常に強力に見える立場を占めている．彼らは単に，科学の唯一の正当な目的は過去の観測の知識から未来の観測結果に関する予言をすることだけであると指摘する．彼らは言う．量子力学はこれまで実験と矛盾する予言はまったく与えていないから，現在までのところ，その原理のどれをも，またその原理のどの帰結をも疑うべき正当な理由は存在しない．

この種の議論のしかたは，特に量子力学の場合には，次のように展開することができる．

(a) 量子力学は系の集団に対してのみ予言をすることに留意しよう．

(b) 同等に準備された初期状態の集団を考えるならば，相互作用から生じる(14-4)式の純粋な場合は実際は——巨視系の原子の間の複雑な相関を研究する能力が限られているために——装置の指針がきまった位置 g_n を(相対頻度

$|a_n|^2$ で)占めている混合から区別できないことを注意しよう.

(c) もし(b)がある特定の装置に対して成り立たないならば，観測者に達する装置の連鎖の“ヒエラルヒー”の中でより高い所にある装置に(b)を適用すればよいことに留意しよう.

(d) いまや(14-4)式による記述と，対応する混合による記述との間には観測可能な違いは無いのだから，われわれはどちらでも好きな方を使ってよいことを結論できる(二つの別の記述が同じ観測結果に導くときはいつもそうであるが，これはもちろん重要なことではない).

現在の科学者はだれでもこのような議論の重みを知っている．科学が過去において多くの偽りの問題に邪魔をされたことを，実際，誰でも知っている．それはおもに，科学の目的に対して最近かなり一般的に課されている制限——過去と未来の観測を結びつけることであってそれ以上ではないという——が広く認められていなかった，あるいは実際は明瞭に述べられさえしなかったことにもとづいていた．今日では健全な“反動”が支配的である．したがって，ある概念のあるいは特定の記述の観測不能性したがって意味の欠如を示す議論は，すべて，現在の物理学者の集りにおいて，それが要求するすべての注目を獲得することはまったく確実である．けれども，それにもかかわらず，多くの理論家は，この例においては，上述の議論は特に詳細かつ批判的に検討しなければならないと考えている.

このような態度の理由はおよそ次のようなものである(もっと完全な議論は第19章と第20章にある)．上に述べたように，過去の観測の結果を十分に知っているときに未来の観測について予言できるような規則の単なる総体として科学を**定義する**ことは非常に賢明なことかも知れない(多分そうであろう)．しかし，そのときには，一貫してそれにもとづいて論じなければならない．特に，そのときは，直接あるいは間接に観測に関係しないいかなる主張も，すなわち，知覚力として働いている人間の意識に結局言及しないいかなる主張も本当に科学的な主張ではないことを容認しなければならない．もしそれらも科学的な主張であるならば，科学は上述の規則の単なる総体以上のものであり，上の定義は成り立たない．したがって，われわれは，人間の知覚の外のいかなる実在も信じないという極端な見方を採るか，それとも，本当に科学的な知識は，その範

囲においても関心においても極度に制約されていて，事物が何で**ある**かについてのいとぐちを，われわれと独立には与えないという事実をともかく認めるかである．心理的厳密さのために上に与えた科学の定義に本能的に同意しがちな人々の多くは，まったく楽天的にも，“固有の”科学的知識から，われわれのまわりの実在の一般的な特性についての少くとも筋道のとおった推論をすることができると信じている．しかしそのときには，その学説の純粋さは失われて，あとで見るように，困難がしのびこむのである．

同じ注意を次のように言いかえることができる．古典力学も量子力学も単に観測を予言するのに役立つ規則の組として定式化できることはもちろんである．したがってその立場を採るとき，量子力学に関して新しいことも驚くべきことも特にない．けれども，**もし望むならば**古典物理学を独立な実在に関する言葉で定式化し直すことができる(そのとき対象は，少くともある近似の範囲内で，これこれの位置を**持つ**などと仮定される)ことも本当である．したがって，もし望むならば，量子力学を同じ線に沿って，微視的対象についてはできないにしても(第8章を見よ)少くとも巨視的対象に関して，矛盾なく再定式化できるかどうかを問うことは意味のある問題である．

最後に，量子力学はそれ自身の基礎づけのために古典物理学から導かれた概念を必要とするという議論[1]に対しても，上に述べた設問はやはり意味を持っていることを注意しよう．それはただ次のように少し違った形をとるだけである．“装置のような物理系を記述するのに十分な道具としてそのような考えを導入することそのものから，巨視的対象に関して，何か観測可能な予言が論理的に導かれるか？ もしそうなら，その予言は，装置を含めて全体の系を適当に量子力学的に取扱ったときに与えられるものと両立するか？”明らかにこの設問は，哲学的アプリオリの天上からもっと地上的なもっと普通の理論の扱いうる領域に，問題を持ち来たす．以下のいくつかの章ではこのように提起された問題と，それを解決するためになされた提案とを扱う．

14.2 理想的な観測理論の概観

(14-4)で表わされる時間発展の法則は普通の観測理論の本質な部分を成している．この理論では，装置と系の相互作用を記述し(14-4)式に導く Hamilton

関数の存在は，導かれるのでなく，仮定されている．言いかえれば，この仮定は実験事実の合理的な理想化と考えられている．そのような Hamilton 関数の図式的ではあるが明示的な例を以下に与えよう．

すでに述べたように，(14-4)式が観測理論の基礎として役立ちうる基礎は次のとおりである．系 S と装置 A との間の相互作用の後のある時刻に，観測者が S における L の値**および** A における G の値(この目的のために彼は別の装置を使う．その作用の仕方はまだ分析しないでおく)を測定すると仮定しよう．もし観測者がこの種の研究を同等に準備された $S+A$ 系の集団全体にわたって行うならば，われわれはあらかじめ，彼が L の測定結果と G の測定結果との間に 100% の相関を見出すに違いないことを知っている．量子力学の規則から，彼は $G=g_n$ を見出すたびごとに $L=l_n$ をも見出すはずであり，また逆も成り立つ．言いかえれば，観測者は，A において G を測るやいなや，S において L を測れば見出すはずの値を知るのである．この場合彼は後者の操作を省いてよい．したがって，A において G を測ることによって**彼は L の測定を行った**と言うことができる．

次に，観測者がすべての $S+A$ 系から値 $G=g_n$ を見出す部分集団だけをとり出すと想像しよう．そのとき第 3 章の規則 10a は，この部分集団はケットによっても記述されることを教える．この理想的な場合には，このケットは(14-4)式の右辺の，$G=g_n$ で定義される部分空間への(1 に再規格化された)射影である．対応する射影作用素は

$$\sum_k |\psi_n\rangle|n, k\rangle\langle\psi_n|\langle n, k| \tag{14-5}$$

であり，再規格化した結果は

$$|\psi_n\rangle|n, s_{n,r}\rangle \tag{14-6}$$

である．明らかに，この積は系 S の部分集団は $|\psi_n\rangle$ で，系 A の部分集団は $|n, s_{n,r}\rangle$ で記述されることを言うと解釈できる．言いかえれば，S の A との相互作用による波束の収縮

$$|\psi\rangle \longrightarrow |\psi_n\rangle$$

は，ここでは，初めから仮定されるのではなく，同様な，しかし S にではなくもっぱら A についての測定だけに関する仮定から，導かれている．

この記述は測定過程の間に起ることの完全な説明と考えることはできない．それは問題を S-A 相互作用から A と A について G を測るための装置との相互作用に移すだけだからである．いまや第2の過程も分析されねばならない．そのために，理想的な観測の理論の基礎にある遷移(14-2)は次のように拡張される．過程を2段階で考えよう．第1段階では，オブザーバブル L が結びついている系 S が装置 A——その指針の位置も同じく A と書く——と図式(14-2)に従って相互作用する．すなわち

$$|\psi_m\rangle|a_0\rangle \longrightarrow |\psi_m\rangle|a_m\rangle. \tag{14-7}$$

第2段階では，装置 A が別の装置 B と相互作用する．装置 B は，A が S について作用するのと同じように，A について作用するように作られている．すなわち

$$|a_m\rangle|b_0\rangle \longrightarrow |a_m\rangle|b_m\rangle. \tag{14-8}$$

この事象の継起に対する正しい量子力学的記述は全系を表わす完全な状態ベクトルを考えることによって得られる．時間に依存する Schrödinger 方程式の結果として，この状態ベクトルは次の式で示される変化を受ける(可能な限り簡単にするために，縮退指標を省略したことに注意):

$$|\psi_m\rangle|a_0\rangle|b_0\rangle \longrightarrow |\psi_m\rangle|a_m\rangle|b_0\rangle \longrightarrow |\psi_m\rangle|a_m\rangle|b_m\rangle. \tag{14-9}$$

ところで，もしも S が L の固有状態でない初期状態

$$|\psi\rangle = \sum_m c_m|\psi_m\rangle \tag{14-10}$$

を考えるならば，普通のように線型性を使って，対応する事象の継起は次の式で記述されることがわかる:

$$\Big(\sum_m c_m|\psi_m\rangle\Big)|a_0\rangle|b_0\rangle \longrightarrow \Big(\sum_m c_m|\psi_m\rangle|a_m\rangle\Big)|b_0\rangle$$
$$\longrightarrow \sum_m c_m|\psi_m\rangle|a_m\rangle|b_m\rangle. \tag{14-11}$$

この一般化は，明らかに，任意個の装置 $A, B, C, \cdots$ の場合に拡張できる．これがしばしば von Neumann の“ヒエラルヒー”または“連鎖”と呼ばれているものの原理である．(14-11)式は S から A へ，A から B へ，… と伝播するものが相関であることを明らかにしている．量子力学の規則に従えば，たとえば(14-11)に含まれている知識は，A と B との相互作用が起ったのちに，もしある人

がたまたま L, A および B を対応する集団において(われわれが分析しないある方法で)測定したとするならば，その人は常に同じ指標 m をつけられた三つの値の組を得，それらを相対頻度 $|c_m|^2$ で見出すということである．

明らかに，オブザーバブル L および A に関して，この予言の内容は(14-7)のような発展図式の右辺の適当な重ね合せに含まれているものと同じである．言いかえれば，L に対して値 l_m を見出す確率を計算するためには，測定のために装置 $A, B, \cdots$ の“連鎖”(A は電圧計，B は目，等々)を使う実験者は，原理的には，いくつかの同等な方法を使うことができる．

第 1 の手続き

彼は S だけを“物理”系と考える．彼は S だけの Hilbert 空間にある状態ベクトルを書き，確率を計算する．言いかえれば，彼は $A, B, \cdots$ を S と相互作用している普通の物理系としては扱わず，装置の“それ以上分析されない観測過程”が行われている部分を成すと考える．

第 2 の手続き

彼は S **プラス** A を共に物理系を構成するものと考える．彼は S **および** A の Hilbert 空間にある状態ベクトルを書き，それを使って計算する．この方法を使うときは，彼は A を他の物理系と同じように考えるが，$B, \cdots$ はやはり装置の“それ以上分析されない観測過程”が行われる部分と考える．

第 3 の手続き

彼は S **プラス** A **プラス** B を共に物理系を構成するものと考えて，同じように進む．L の測定に“直接”適用したように“それ以上分析されない観測過程”を B の測定に適用し，前述の相関を考慮に入れれば，同じ結果を得ることを彼は知っている．

実際には L は，von Neumann の例[2]のように，液体の温度でもよい．そのときは A は温度計，B は温度計から観測者の目への光線，C は観測者の目，D は彼の視神経，E は大脳皮質細胞，… である．この無限に続く系列はどこかで終らせなければならない．したがって“そして最後に観測者は装置 F における対応する量 F(あるいは G における G 等々)を観測し f_m(あるいは g_m 等々)を見出す”と言わなければならない．理論はこの最後の段階を分析しないから，いうまでもなく，それは不完全と考えねばならない．それにもかかわらず，少

くとも実用的な観点からは，理論はこの欠点を十分に償っていることを認めなければならない．このことは単に，連鎖がいま述べた仕方でどこかで切**られた**とするとき，切られる——というよりは，むしろ，切られると想像される——場所は結果にまったく無関係であることの指摘によっている．

14.3 具体例

ここで，“理想的な観測”という概念が，実際に，観測において起る物理的過程を十分にあらわしているであろうかという疑問が心に浮ぶのは当然である．そこで，(14-2)または(14-4)式に実際に導く(高度に図式化された)系-装置間相互作用を次のように作ることができることを注意しておくのがよいだろう[2]，[3]．

系 S について測られるオブザーバブル L がその系の座標 q と共役運動量 p だけの関数であるとしよう．さらに，S と装置との相互作用を記述する Hamilton 関数は($\hbar=1$ で)

$$H_{\rm int}=\delta(t)L\Big(q,\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial q}\Big)\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial Q} \tag{14-12}$$

によって与えられる，時間に依るものであるとする．ここで t は時刻，Q は指針の座標である(われわれは q,Q 表示で考えている)．$H_{\rm int}$ の瞬間的な性質によって，時間に依存する Schrödinger 方程式は，時刻 0_- と 0_+ の間では，

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{d\alpha}{dt}L\Big(q,\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial q}\Big)\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial Q}\psi \tag{14-13}$$

の特殊な場合，すなわち $d\alpha/dt=\delta(t)$ に対応する場合である．ところで(14-13)は，f をその引数の任意の関数として，一般解

$$\psi=\psi_m f[Q-\alpha(t)l_m] \tag{14-14}$$

を持っている．われわれの問題では $d\alpha/dt=\delta(t)$ だから，$\alpha(t)$ は階段関数である．他方，f は初期条件によってきまる．特に，装置の指針が初めきまった位置，たとえば $Q=0$ にあるならば，複合系の初めの波動関数は積

$$\psi_0=\psi_m\delta(Q) \tag{14-15}$$

である．したがって関数 f は δ 関数であり，($t=0_+$ における)終りの状態は，(14-14)により，

$$\psi = \varphi_m \delta(Q - l_m) \tag{14-16}$$

である．ゆえに $H_{\rm int}$ は遷移

$$\varphi_m \delta(Q) \longrightarrow \varphi_m \delta(Q - l_m) \tag{14-17}$$

を生じ，これは(14-2)の過程の例である．けれども，このような例は，明らかに，実際に起っている観測過程の本当の複雑さからはかなり遠い．事実，"理想的な観測" は，後にわかるように——特に第 18 章を見よ——多くの場合に実際に起ることに対応させるにはあまりに特殊過ぎる過程である．これが，以下のいくつかの分析で非理想的な観測過程を考える理由である．

14.4　観測と密度行列形式

以上の議論が示すように，波束の収縮は，多くの場合に現象論的な手段と考えることができる．それによってひきつづく観測とそれらの間の相関とを，いろいろな装置の複雑な波動関数を装置に導入することなしに，計算することができる．

系 S の密度行列 ρ であらわされる集団について理想的な測定がされるとしよう；すなわち各系 S についてオブザーバブル L を測るとする(これは，もちろん，各 S と装置との相互作用を意味するが，この相互作用は分析しないでおく)．するとわれわれは

(a) 値 l_m が見出された系 S を取り出すこともできるし，また

(b) 系 S の**すべての**集団をまた考える，すなわち，すべての系をふたたび混ぜ合せることもできる．

どちらの場合にも，問題は "新しい集団の密度行列はどうなるか？" ということである．求める作用素は，実際に，ρ を使ってまったく簡単に表わせる．この表式[4], [5]をまず L のすべての固有値が非縮退の場合に，次にそのいくつかが縮退している場合に，導こう．

1. 縮退のない固有値

(a)の場合：求める密度行列 ρ_m は 1 次元ベクトル空間，すなわち $|\varphi_m\rangle$ への射影作用素である．したがってそれは

$$\rho_m = P_m \equiv |\varphi_m\rangle\langle\varphi_m| \tag{14-18}$$

である．

$$\mathrm{Tr}\,(P_m\rho)=\langle\psi_m|\rho|\psi_m\rangle \tag{14-19}$$

だから（この式は値 l_m が観測される確率 p_m である），(14-18)式は

$$\rho_m=\frac{|\psi_m\rangle\langle\psi_m|\rho|\psi_m\rangle\langle\psi_m|}{\mathrm{Tr}\,(P_m\rho)}=\frac{P_m\rho P_m}{\mathrm{Tr}\,(P_m\rho)} \tag{14-20}$$

と書き直すことができる．

(b)の場合：求める密度行列 ρ' は上で求めた密度行列に，それぞれの部分集団における系の相対数をかけて加えたものである．すなわち

$$\rho'=\sum_m P_m\rho P_m. \tag{14-21}$$

2. 縮退した固有値

この場合には，第3章（規則10a）でみたように測定が“理想的”であるばかりでなく“モラル”でもある場合，言いかえれば，測定が，測定前の状態をあらわす任意の状態ベクトルを，観測される固有値に対応する Hilbert 空間の部分空間(14-2)に単に射影するだけの効果を持つ場合にのみ，簡単な式が得られる．

計算のためには，ρ を，互いに直交する状態 $|\phi_k\rangle$ への射影作用素 ρ_k の1次結合

$$\rho=\sum_k w_k\rho_k=\sum_k w_k|\phi_k\rangle\langle\phi_k| \tag{14-22}$$

として表わすのが便利である．第6章で示したようにこの展開はいつでも可能である．ρ_k は部分集団の密度行列であって，それらを加えたものは ρ をその密度行列とする本義混合を成す．もちろん，w_k はこれらの部分集団のすべてにおける，個別系の相対数である．

(a)の場合：P_m を固有値 l_m に属する部分空間への射影作用素としよう．$|\phi_k\rangle$ によって記述される各部分集団は観測によって，その部分空間への射影を1に再規格化したもの，すなわち，

$$|\chi_{km}\rangle=\frac{P_m|\phi_k\rangle}{(\langle\phi_k|P_m|\phi_k\rangle)^{1/2}} \tag{14-23}$$

に変換される．したがって k で表わされる部分集団は

$$|\chi_{km}\rangle\langle\chi_{km}|$$

を密度行列として持つ部分集団に変換される．与えられた m に対して，すべての部分集団を，相対的な個数に比例する重み n_{km}/n_m をかけて加えると，真正直な計算ののち

$$\rho_m = \frac{\sum_k w_k P_m |\phi_k\rangle\langle\phi_k| P_m}{\sum_k w_k \langle\phi_k|P_m|\phi_k\rangle} = \frac{P_m \rho P_m}{\sum_k w_k \langle\phi_k|P_m|\phi_k\rangle} \tag{14-24}$$

を得る．ここで，N を全体の個数として，

$$n_{km} = N_{w_k}\langle\phi_k|P_m|\phi_k\rangle; \quad n_m = \sum_k n_{km}$$

の関係を使った．

(b) の場合：結果 l_m が得られる全確率は明らかに

$$p_m = \sum_k w_k \langle\phi_k|P_m|\phi_k\rangle \tag{14-25}$$

だから，m で表わされる部分集団をその中の個数に比例する重みをかけて加えることによって得られる，求める密度行列は，

$$\rho' = \sum_m P_m \rho P_m \tag{14-26}$$

である．

14.5　間違った議論

上に導いた式(14-21)と(14-26)に関連して，観測の問題についてのかなりふつうであるが間違った議論に対して警告しておかなければならない[6]．(数学的には整然としているにもかかわらず間違っている) その議論のしかたは次のようである．一般に，(14-26)式からたとえ $\rho^2=\rho$ であっても $\rho'^2 \neq \rho'$ だから，ρ' は一般にはたとえ系の初めの集団が純粋であっても混合の代表である．さらに，和(14-26)の各項は測られる量 L のある値に対応する．こうして，S の A との相互作用は系 S の集団を，与えられた比率の部分がきまった L の値を持つ状態に**ある**ような系の混合に変えるという議論がされる．そのとき A を見る観測者は単にこのすでに確立している状態の知識を得るだけである．

この議論が間違っている理由は簡単で，相互作用から生じる系 S の混合が，

第7章で説明した意味で本義でなくて転義混合であることである．言いかえれば，系 S の集団の代表 ρ' が(14-21)の形を持つことから，各系 S が一定の L の値を持つと結論することは**できない**のである．実際，系 S の集団と装置 A の集団がどちらも初め純粋な場合であるときには，そのような結論が誤っていることをわれわれはすでに知っている．それは，第7章で示したように，$S+A$ の状態ベクトルから導くことのできる予言と矛盾する予言に必ず導くからである．その予言は S と装置との相関に関するものである．系と装置のオブザーバブル L および/または G に一定の値を不当に与えることによって生じる誤りの典型的な例が235ページの問題2に与えてある(文献[3]をも見よ)．

文　献

[1] L. D. Landau and E. M. Lifschitz, *Quantum Mechanics*, Pergamon Press, London, 1958.

[2] J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1955.

[3] J. S. Bell and M. Nauenberg in *Preludes in Theoretical Physics: In Honor of V. F. Weisskopf*, A. de Shalit et al., Eds., North-Holland, Amsterdam, 1966.

[4] G. Lüders, *Ann. Phys.* 8, 322(1951).

[5] W. H. Furry, *Boulder Lectures in Theoretical Physics*, Vol. 8A(1965), University of Colorado Press, Boulder, Co., 1966.

[6] B. d'Espagnat, 文献[3].

さらに進むために

M. Born, *Natural Philosophy of Cause and Change*, Oxford University Press, London, 1949.

L. Tisza, *Rev. Mod. Phys.* **35**, 151(1963).

L. de Broglie, *La Théorie de la Mesure en Mécanique Ondulatoire*, Gauthier-Villars, Paris, 1957.

第15章　古典的性質

もし観測過程が“理想的な測定”という図式でうまく表わされるとし，また，測定装置が状態ベクトルによって記述されるとするならば，第14章に示したように，指針のような巨視的対象は必ず近似的にきまった場所にあるという常

識的な仮定は，量子力学の線型法則との矛盾におちいる．

この章では，装置の**役割**を考慮に入れることによってこの矛盾を無くそうとする理論を調べる．その理論は**古典的**装置と古典的測定との概念を中心とする．巨視的性質の概念に，すなわち，測定装置の本質的な複雑さに基礎をおく他の理論は第16章で調べる．

15.1　古典的測定

量子力学のもっとも際立った特徴の一つは，その記述する物理系にはっきりした構造を――あるいはいろいろな可能な構造の間の不連続な“選択”を――あてがうことである．たとえば，水素原子は基底状態では，第1，第2，… 励起状態にある水素原子とは定性的に違う，完全にはっきり規定された状態を持っている．これは，量子物理学によって記述される多くの系，すなわち“量子系”と，古典物理学の法則に従う仮想的な系との間の――“量子”という形容詞そのものによってそれにふさわしく強調されている――もっとも驚くべき差異である．古典物理学で記述される“水素原子”は無限に変化する軌道，半径，離心率などを持つだろう．そのような“原子”を特徴づけるパラメーターがもしごくわずかだけ変ったならば，おそらく，その系の性質は定量的には変るが定性的には変らず，その系は依然として同じ型の“原子”に分類されるだろう．このような特徴は，もちろん，現実には古典物理学に特徴的なものではない．それは量子物理学においても，連続スペクトルのなかの状態あるいは量子数が非常に大きくなった極限の状態では成り立つ．けれども，古典物理学では，それは多かれ少なかれ一般的である．だから，系の内部的パラメーターの小さな変更が可能であって，それが系の“一般的な様子”――言いかえれば，そのもっとも著しい性質――を変えないとき，系は古典的特徴を持つと言うのは(少くとも大ざっぱな意味では)自然である．

すべての“巨大”系がこの意味ですぐれて古典的な性質を示すわけではない．たとえば，巨大な生体分子のあるものは高度の内部組織を持っていて，内部パラメーターの“微小”変化――たとえば原子の小さな集りの位置の変化――がその性質を極端に変えることがある．けれども，いくつかの理由によって(その詳細はここでは無関係である)，大部分の巨大系――特に測定装置――は上

に略述したような古典的特徴をたしかに持つことがわかる．少くとも，それらをわれわれが使う場合には，その中の原子の小さな集りの相対位置，速度などの微小変化は明らかに無視できる．この章で概観する観測理論を導く一般的な着想は(特に文献[1]と[2]を見よ)，この種の一般的な特徴をもっと正確に定義し，そしてそれを使うことである．

装置の指針の中のこれこれの原子の小さな集りの精密な位置が実際上重要でないと言うとき，それは正確には何を意味するのであろうか？ われわれが心に思っていることは，明らかに，それらの精密な位置も，それどころか指針全体の**非常に**精密な位置も，測定全体の最終結果に関しては，原則として何ら重要でないということである．これは，またしても，量子物理学の，そして特に，量子化されたオブザーバブルの測定の特徴である．古典物理学では測定用探針は，対象に生じる乱れをできるだけ小さくするように，ふつうは小さくかつ繊細であるのに対して，量子物理学では，観測系は研究している対象よりも不可避的にはるかに大きく，そしてその座標はいつでも比較的粗くしか知られない．しかしこのことは何も具合の悪い結果を生じない．それは，特に，オブザーバブルが量子化されていることが知られているならば，装置の座標の値の非常に不正確な値でさえ一つ以外の可能性をすべて除くのに十分であり，したがって精密で正確な値を与えるのに十分だからである．これは一般的な性質についても特定の性質についても成り立つ．

前者の例として，Stern-Gerlach の装置によるある型の粒子のスピンの測定をとろう．そのとき，非常に悪い統計で平均の位置が知られていても，幕にあらわれる点の数を数えさえすればよいのだから，正確な結果を得るのに十分である．ここで考えるような種類の測定だけ含む特定の場合の例として，同じ装置によって，純粋な $S_z=1/2$ の状態か純粋な $S_z=-1/2$ の状態のどちらかにあることがすでに知られている，銀の原子のスピンの z 成分を測る場合をとろう．この場合もまた，正確な結果を得るには，原子が装置を通ったあとのその z 座標の粗い知識だけ得れば十分である．実際，この量の符号だけの知識で十分である．

いま述べた例は，この節で考える型の理論においては，本質的な概念は装置の複雑さでは**ない**ことを明らかにしている．それは，むしろ，装置の変数につ

いての詳細の大部分が求める知識に無関係であることである．したがって，装置の変数の数は実際上は非常に少くなり，それにともなって，装置は，この無関係さの性質さえみたされれば，まったく簡単なものとなる．言いかえれば，これらの理論の基本的概念は，"古典系"の概念ではなくて，"古典的測定"の概念である．ひとたび古典的測定が何から成っているかを知れば，次のように装置の座標を選ぶことはもちろん簡単である．

(a) それは測られる物理量 L と対応している．そして

(b) それは，この座標の"古典的測定"だけで，目的とする量 L に正確な値を与えるのに十分なようなものである．

古典的測定の有用な定義に到達するために，次のような新しい量 A', B', C', … を導入するのがよい．すなわち

(a) それは考えるオブザーバブル $A, B, C, \cdots$ に対する近似である．

(b) それは不連続スペクトルを持ち，したがって，正確に測定できる．そして

(c) それは互いに可換である．

どのようにしてこれを行うことができるかは，von Neumann によって，運動量と位置のように，その交換関係 $-i\hbar$ がふつうの数である二つのオブザーバブル P と Q の場合について具体的に行われた．そのやり方は，まず，次の性質を持つ関数[たとえば配位空間で定義された $\psi=\psi(q)$]の完全系を探すことから成る；それは q 軸上のある小さい線分においてのみ 0 から十分離れた振幅を持ち，その Fourier 変換 $\Psi(p)$ は p 軸上のある小さい線分においてのみ 0 から十分離れた値をとるようなものである．そのような性質を持つ関数系は次のものである(二つの独立な添字 $\mu, \nu=0, \pm1, \pm2, \cdots$ で分類される)：

$$\psi_{\mu,\nu}(q)=\left(\frac{\gamma}{\hbar\pi}\right)^{1/4}\exp\left\{-\frac{\gamma}{2\hbar}[q-\mu(2\pi\hbar\gamma)^{1/2}]^2+i\left(\frac{2\pi}{\gamma\hbar}\right)^{1/2}\nu q\right\}. \tag{15-1}$$

この関数系は Schmidt の方法を使って直交化できる．$\phi_{\mu,\nu}(q)$ をそうした関数系とし，$\Phi_{\mu,\nu}(p)$ をその Fourier 変換としよう．対応するケットは，もちろん，

$$|\mu,\nu\rangle=\int dq\phi_{\mu,\nu}(q)|q\rangle \tag{15-2}$$

である．作用素

$$Q' = \sum_{\mu,\nu}(2\pi\hbar\gamma)^{1/2}\mu\,|\mu,\nu\rangle\langle\mu,\nu| \tag{15-3}$$

と

$$P' = \sum_{\mu,\nu}\left(\frac{2\pi\hbar}{\gamma}\right)^{1/2}\nu\,|\mu,\nu\rangle\langle\mu,\nu| \tag{15-4}$$

は明らかに互いに可換である．それらは固有値として，それぞれ，$q_\mu' = (2\pi\hbar\gamma)^{1/2}\mu$ と $p_\nu' = (2\pi\hbar/\gamma)^{1/2}\nu$ を持つ．他方，状態 $|\mu,\nu\rangle$ における，Q の Q' についての平均2乗偏差は

$$\begin{aligned}\sigma_Q{}^2 &= \langle\mu,\nu|(Q-Q')^2|\mu,\nu\rangle\\ &= \|(Q-Q')|\mu,\nu\rangle\|^2\end{aligned} \tag{15-5}$$

である．ところで

$$\begin{aligned}&(Q-Q')|\mu,\nu\rangle\\ &= \int dq\phi_{\mu,\nu}(q)[q-(2\pi\hbar\gamma)^{1/2}\mu]|q\rangle\end{aligned} \tag{15-6}$$

だから，$\langle q|q'\rangle = \delta(q-q')$ によって，

$$\begin{aligned}&\|(Q-Q')|\mu,\nu\rangle\|^2\\ &= \int dq\,|\phi_{\mu,\nu}(q)|^2[q-(2\pi\hbar\gamma)^{1/2}\mu]^2\end{aligned} \tag{15-7}$$

となる．同様に，$\langle p|q\rangle = (2\pi\hbar)^{-1/2}e^{-ipq/\hbar}$ であること（$|p\rangle$ は P の一定の値に対応するケットであり，したがって，$\langle q|p\rangle$ は平面波 $(2\pi\hbar)^{-1/2}e^{ipq/\hbar}$ である）を思い出せば

$$\begin{aligned}P|\mu,\nu\rangle &= \iint dqdp\phi_{\mu,\nu}(q)P|p\rangle\langle p|q\rangle\\ &= \int dp\Phi_{\mu,\nu}(p)P'|p\rangle,\end{aligned} \tag{15-8}$$

$$\begin{aligned}p|\mu,\nu\rangle &= \left(\frac{2\pi\hbar}{\gamma}\right)^{1/2}\nu|\mu,\nu\rangle\\ &= \left(\frac{2\pi\hbar}{\gamma}\right)^{1/2}\nu\int dqdp\phi_{\mu,\nu}(q)|p\rangle\langle p|q\rangle \qquad (15\text{-}9)\\ &= \left(\frac{2\pi\hbar}{\gamma}\right)^{1/2}\nu\int dp\Phi_{\mu,\nu}(p)|p\rangle \qquad (15\text{-}10)\end{aligned}$$

であり，したがって，状態 $|\mu,\nu\rangle$ における P の P' についての平均2乗偏差は

$$\sigma_P{}^2 = \langle\mu,\nu|(P-P')^2|\mu,\nu\rangle = \|(P-P')|\mu,\nu\rangle\|^2$$
$$= \int dp\,|\Phi_{\mu,\nu}(p)|^2\left[p-\nu\left(\frac{2\pi\hbar}{\gamma}\right)^{1/2}\right]^2 \qquad (15\text{-}11)$$

である．これらの条件の下で von Neumann は不等式

$$\sigma_P < 60\left(\frac{\hbar\gamma}{2}\right)^{1/2}; \qquad \sigma_Q < 60\left(\frac{\hbar}{2\gamma}\right)^{1/2} \qquad (15\text{-}12)$$

を証明した．彼は係数60は多分ずっと小さくできるだろうと言っている．いずれにしても，σ_Q と σ_P の積は非常に小さい数だから，その存在は問題にならない．

不等式(15-12)は，γ(これはまだ任意のパラメーターである)にもっともらしい値を入れればいつでも，P' と Q' は P と Q に対する非常によい近似であることを示している．その上，すでに述べたように，P' と Q' は両立可能なオブザーバブルである．

いま得た結果によって，連続スペクトルを持つ二つの量 Q と P が可換でないとき，それぞれ，Q と P への近似であり，そして互いに可換であるような他の二つの量 Q' と P' を構成することができると仮定することは正当である．その結果として，Q' と P' は任意の順序で独立に測定でき，一方の測定は他方に影響しない．言うまでもなく2個以上の変数に一般化できるこの性質は，正しく，古典物理学のオブザーバブルを特徴づけるものである．それは，なかんずく，次の明白で周知の結論を含んでいる；すなわち，これらのオブザーバブルに対する一定の値は，内部矛盾なしに，観測者から独立に，言いかえればその系に対して計画されるそれ以上の測定から独立に，系自身に帰せしめることができる．こうしてわれわれは1組の“古典的測定”という言葉で何を意味するかを明確に定義することができる．それは，それ自身“古典的オブザーバブル”と呼ばれる Q', P' などの型の量の1組の測定に形式的に帰着させることのできるものである．

明らかに，量子力学的には互いに異なるが量 Q', P' などの同じ値に対応する非常に多くの——実際，無限個の——状態を構成することができるように Q', P', … を選ぶことが可能である．もし前者の型の量だけしか測定できないなら

ば，以下では“微視状態”と呼ぶこれらすべての状態は互いに区別することができない．Jauch[1]に従って，一定の完全系を成すすべての古典的オブザーバブルが一定の値を持つような微視状態の集合全体を表わすのに，“巨視状態”という言葉を使うのが便利である(“状態”という言葉を集団に結びつける使い方では，それらの値はその集団の要素ごとに違ってはならない)．もし古典的測定だけが可能な系が存在するならば，そのときは明らかに**その系に対し巨視状態だけが物理的意味を持つ．微視状態は意味を持たない．**

15.2 古典的オブザーバブルに関する命題

古典的観測が明確に定義されたから，次にすべきことは，この定義を観測理論に応用することである．そのために，もう一度，量 L を測る量子系 S を考えよう．Jauch[1]に従ってわれわれが示そうとすることは，もしも**装置に対して**古典的測定だけが可能ならば，相互作用が起ったあとで，装置の変数と実験的設定が測るようになっている S の量 L との両方に一定の値を与えることは(第14章で考えた，S が(14-3)で記述されるような一般の場合にさえ)矛盾が無いことである．言いかえれば，示すべきことは，この条件のもとでは，装置**プラス**量子系を記述する完全な状態ベクトルの観測可能な予言と，上述の量の一定の値によって指定される状態の適当な混合の観測可能な予言とのあいだに，差が無いことである．

これを証明するには，装置の初期状態を(第17章でするように)混合あるいは密度行列によって記述する必要は無い．事実，状態ベクトルを使った素朴な記述で十分である(その場合に成り立てば，結果はいうまでもなく混合に対しても成り立つ)．だから，相互作用が起ったあとの複合系を記述する状態ベクトルである(14-4)をまた考えよう．それを次のように書きかえる:

$$\sum_{n,r} b_{n,r}|\psi_n\rangle|n,r\rangle, \tag{15-13}$$

ここで

$$|n,s\rangle=\sum_r|n,r\rangle\alpha_{n,s,r}, \tag{15-14}$$

$$b_{n,r}=a_n\alpha_{n,s,r}. \tag{15-15}$$

(14-4)から(15-13)へ移るには，装置のHilbert空間のnを固定した部分空間内で基底を変える事の可能性を使っている．したがって，$\alpha_{n,s,r}$は$\{|n, r\rangle\}$の選択をきめる任意のパラメーターである．完全な状態ベクトル(15-13)の予言と

$$\text{“}|b_{n,r}|^2 \text{ の割合でそれぞれ } |\varphi_n\rangle|n, r\rangle \text{ にある複合系”} \tag{15-16}$$

によって定義される**任意の**本義混合の予言とを比べよう．(15-13)または(15-16)に導く一連の出来事を系の間の単なる相互作用と考え，(15-13)または(15-16)で記述される複合系について観測者が測定をすると考えると，(15-13)と(15-16)は(a)系Sだけに属する量と(b)Lと“装置の座標”との相関については同じ統計的予言を与えることが(たとえば平均値を考えることによって)ただちにわかる．装置の座標は，以下Gと呼ぶが，定義によって

$$G|n, r\rangle = n|n, r\rangle \tag{15-17}$$

をみたしている．けれども，一般に，複合系に属するオブザーバブルの集合の全体を考えれば，純粋な場合(15-13)と同じ統計的予言を与える，(15-16)の型の混合は存在しない．これは観測理論の困難のはじまりであるよく知られた結果であって，第6章で示したように，純粋な場合と同等な混合は，その純粋な場合自身を除いては存在しないという，一般的な結果の特殊な場合に過ぎない．たとえば，KとTが，それぞれSと装置に属するオブザーバブルであって，固有ベクトル$|k, z\rangle$と$|t, u\rangle$を持つものとすれば，

(a)　Tの平均値は，純粋な場合(15-13)に対しては

$$\sum_{n,r,r'} b^*_{n,r} b_{n,r'} \langle n, r|T|n, r'\rangle \tag{15-18}$$

であり，混合(15-16)に対しては

$$\sum_{n,r} |b_{n,r}|^2 \langle n, r|T|n, r\rangle \tag{15-19}$$

である．そして

(b)　Kに対して値kを，Tに対して値tを，同時に見出す確率は，(15-13)を使えば

$$\sum_{z,u} \Big|\sum_{n,r} b_{n,r} \langle k, z|\varphi_n\rangle\langle t, u|n, r\rangle\Big|^2 \tag{15-20}$$

であり，(15-16)を使えば

$$\sum_{n,r}|b_{n,r}|^2\sum_{z,u}|\langle k,z|\varphi_n\rangle\langle t,u|n,r\rangle|^2 \tag{15-21}$$

である．

この節でなされる仮定，すなわち，装置に対して行われる測定はすべて先に定義した“古典的”な型のものであることが効果を表わすのはこの段階である．われわれが示さねばならないことは，もしこの制限をつければ，純粋な場合(15-13)と同じ統計的予言を与える(15-16)の型の混合が少くとも一つ実際に存在することである．

その制限は，装置に属するオブザーバブルはすべて $'$ をつけた型のものであり，したがって G と可能な T のすべては互いに可換であることである．もしそうなら，装置の Hilbert 空間のなかに，これらすべてのオブザーバブルの同時的固有状態である，直交ベクトル系 $\{n,t,v\}$ が存在する(添字 t はオブザーバブル T の集合の固有値を示す添字の組を表わす)．(15-13)にあらわれる $|n,r\rangle$ をこのベクトルの集合から選ぼう．このことはいつでも可能である．それは前にも述べたように，n の一定の値に対応する A の状態ベクトルを望む形にもたらすような，(15-14)の型の変換はいつでも行うことができるからである．このように選ぶと(15-13)は

$$\sum_{n,t',v} b_{n,t',v}|\varphi_n\rangle|n,t',v\rangle \tag{15-22}$$

となり，T の平均値の式(15-18)は

$$\begin{aligned}
&\sum_{n,t',v,t'',v'} b^*_{n,t',v}b_{n,t'',v'}\langle n,t',v|T|n,t'',v'\rangle\\
&=\sum_{n,t',v,t'',v'} b^*_{n,t',v}b_{n,t'',v'}t'\delta_{t't''}\delta_{vv'}\\
&=\sum_{n,t',v}|b_{n,t',v}|^2t'
\end{aligned}$$

となって，基底 $\{|n,t',v\rangle\}$ を選んだときの(15-19)式と同じ形である．同様に，K に対して値 k を，T に対して値 t を見出す確率に対する式(15-20)は

$$\begin{aligned}
&\sum_{z,n'',v''}\sum_{n,t',v,n',t'',v'} b^*_{n,t',v}b_{n',t'',v'}\langle\varphi_n|k,z\rangle\\
&\langle k,z|\varphi_{n'}\rangle\langle n,t',v|n'',t,v''\rangle\langle n'',t,v''|n',t'',v'\rangle\\
&=\sum_{z,n'',v''}|b_{n'',t,v''}|^2|\langle k,z|\varphi_n\rangle|^2
\end{aligned}$$

となる．これは，やはり，基底$\{|n, t', v\rangle\}$を使ったときの(15-21)式と正確に同じ形である．

これらは，まさに，証明しようとした結果である．それは，装置に対して古典的な型の測定しかできないとすれば，最終の配置を装置の座標と量Lとの両方が(未知ではあるが)一定の値をとるとして記述することは，いかなる測定とも矛盾しないことを示している．

15.3　理論の適用範囲と批判

15.1節と15.2節で展開した議論は，装置がある程度複雑なものであれば，混合による記述と矛盾するような観測を考え出すことは非常に難しいことを示している．したがって，普通の物理系をあらゆる状況のもとではっきり定義された位置と形を持つ“実在物”とする通常の記述のしかたが，実用上非常にうまくゆくことは驚くべきことではない――これがここに述べる理論のおもな教訓である．

しかし，上に述べた非古典的観測の“不可能性”は実用的な――したがって近似的な――性質に過ぎないことに十分注意しなければならない．いずれにしてもそれは第1原理から厳密に導かれた結論ではない．実際，われわれは装置の複雑性すなわち“巨視的”性質に言及することによって，それをもっともらしいとした．しかし，古典的測定は15.1節でそのような概念を導入することなしに定義されており，そしてそれらの概念は事実明確なしかたでは定義されないから，この議論は，いまの話の筋道では，厳密さを欠いている*.

この注意がいま議論している理論の適用範囲(もしその方を望むなら“哲学的重要性”と言ってもよい)を実際かなりきびしく制限することを示すために，簡単な例を導入しよう．Bohm[3]とWigner[4]に従って，われわれはStern-

* 15.1節で与えた“古典的測定”の定義から生じる二つの非可換なオブザーバブルの測定精度についての制限が，第1原理から導かれる不確定性関係に良く似ていることは本当であるが，この類似は純粋に形式的なものである．Heisenbergの不確定性関係が集団の全体としての分散に関係しているのに対して，“古典的測定”を定義するのに使われる制限は，本質的に，集団のいろいろな要素において実際に測定を行う可能性に関係している．だから確かに不確定性関係だけからは，非古典的測定が不可能であるという結論を導くことはできない．事実，量子論の一般原理のどれも，一つの系について位置座標の任意に精密な測定を行い，同じ集団に属するどれか別の系について対応する運動量の任意に精密な測定を同時に行うことを禁止していない．

Gerlach の実験を選ぶ．

$O\hat{y}$ 方向に進んでいるスピン1/2粒子の粒子線を，O のまわりの小さい領域にあって $O\hat{z}$ 方向に傾きを持つ磁場の中を通らせる．$|u_\pm\rangle$ を，その粒子のスピンの z 成分の固有値 $\pm 1/2$ に対応する固有ケット，すなわち，

$$\sigma_z|u_\pm\rangle = \pm|u_\pm\rangle \tag{15-23}$$

とし，f_0 を磁石に入る前の粒子を記述する初めの波束とする．波束の y 方向への伝播は十分な近似で古典的に扱えることが示せる[3]から，任意の時刻における波束，とくに f_0 を，z だけの関数として考えれば十分である．

同様に，状態ベクトルの現実の振舞に対する十分な近似が，粒子が場の中を通る有限な時間 $\varDelta T$ の間，場が強いために自由 Hamilton 関数を相互作用 Hamilton 関数に比べて無視できると仮定することによって得られる．すべての時刻における波束 $f(z, t)$ の振舞が，この近似を使って，Bohm[3]によって計算されている．結果はこうである．

$$f_0(z)|u_\pm\rangle \tag{15-24}$$

によって（$t<0$ において）記述される初めの粒子は，十分に大きな t に対しては，

$$f_\pm(z)|u_\pm\rangle \tag{15-25}$$

によって記述され，$f_\pm(z, t)$ は点

$$z_\pm(t) = \mp\mu m^{-1}H'\varDelta T\cdot t \tag{15-26}$$

に中心があり幅が $z_\pm$ よりずっと小さい波束である．(15-26)で m は粒子の質量，μ はその磁気能率，H' は磁場の勾配であって，(15-26)はまさに古典論の式に等しい．運動量空間での対応する波束も互いに十分離れていることがわかる．

簡単のために，入射粒子が，磁石へ入る前に，$\sigma_z=+1$ か $\sigma_z=-1$ のどちらかを持つことがわかっている場合をまず考えよう．$\sigma_z=+1$ を持つ粒子は“上の”（すなわち $+$）線に行き，$\sigma_z=-1$ のものは“下の”（すなわち $-$）線に行く．だから測定される量子系は（粒子自身でなく）**スピン**であり，それに対応して装置の座標（先に G と書いた）は**粒子の縦座標 z** であると考えることができる．もっと一般的には，装置の座標は粒子が上の線にあるときと下の線にあるときとで著しく違う任意の量であると考えることができる．すでに強調したように，量 σ_z の値を正確にそして確実性をもって与えるには，粒子の位置か運動量かのごく貧弱な知識で十分である．したがって，この章の言葉で言えば，“装置”（す

なわち，この場合には粒子の位置）についての古典的測定が求める結果を与えるのに十分である．実際，Stern-Gerlach の磁石を使ったふつうの装置で粒子の位置を測るすべての測定はこの型である．

このように，S が粒子のスピンであり A がその位置である $S+A$ 系は，古典的観測の概念が用いる装置の複雑さとはまったく無関係であることのはっきりした例証である．ここでは装置は簡単（それは1個の粒子だけである）であるが，求める結果を得るためにされねばならない（そして一般にされる）すべての観測は古典的な型のものである．言うまでもなく，その第1の装置はそれ自身他の装置——たとえば計数管——を使って観測され，これはまた順に第3の装置（テープレコーダー，あるいは物理学者の肉眼）などによって観測される．しかし，ここでは，それらは関係がない．関係があるのは，いま論じている型の理論によって，粒子の z 座標を測定される系 S に含めずにそれ自身が装置の座標であるとすることが正当化されることである．

このような条件のもとで，先に証明した一般的な命題はもちろんこの特定の例にあてはまる．もしも，初期状態が，(15-24) でなく，

$$2^{-1/2}f_0(z)(|u_+\rangle+|u_-\rangle) \tag{15-27}$$

のような重ね合せであるならば，すなわち，もしも初めの粒子線が $O\hat{x}$ 方向に偏極しているならば，終状態は，線型性の原理によって，(15-25) の同じ係数を持つ重ね合せ，すなわち

$$2^{-1/2}[f_+(z)|u_+\rangle+f_-(z)|u_-\rangle] \tag{15-28}$$

である．けれども，いま引用した命題により，もしも古典的測定（ここでは z あるいは p の粗い測定）だけしか可能でないならば，(15-28) は状態

$$f_+(z)|u_+\rangle \tag{15-29a}$$

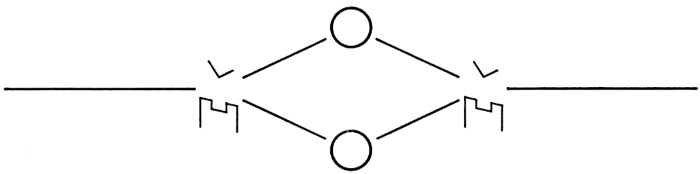
と

$$f_-(z)|u_-\rangle \tag{15-29b}$$

が1/2ずつまじっている混合と同じ予言内容を持っている．これにより，いま論じている理論が，(15-28) で記述される N 個の系の集団と，(15-29a) で記述される $N/2$ 個の系プラス (15-29b) で記述される $N/2$ 個の系の混合との間には，物理的な違いは無いと主張することは首尾一貫している．この理論は，磁石を横切ったのちに粒子の半数は上の（下の）線に**あって** $\sigma_z=+1(-1)$ を**持つ**と結

論する．“状態”という言葉を集団に結びつける言い方では，このことは，(15-29a, b)と(15-28)とは同一の“巨視状態”を記述しそれはそのとき非均質と考えられるというふうに表現することもできる．

さて，ここで論じられている特殊な例のおもな興味は，上に得られた結論が決定的に真実ではありえ**ない**ことを，まったく初等的なやり方で示すことである．そのためには，二つの粒子線が，適当な外場によって曲げられたあとで，第 1 の Stern-Gerlach 磁場の複製である第 2 のものによってふたたび一緒にされる場合を想像すれば十分である(第 15-1 図を見よ)．



第 15-1 図

この**思考実験**と必要な実験的設定のくわしい記述は，たとえば，Groenevold [5]が与えている．そこでは，特に，実験が成功するためには出てくる粒子線のかなりのふるいわけが必要であることが示されている．しかし，これは原理的には困難ではない．初め(15-27)で表わされる状態ベクトルの時間的発展を完全に計算すると，第 2 の Stern-Gerlach 磁石を通ったあとでは，この状態ベクトルは

$$2^{-1/2}f(z)(|u_+\rangle+|u_-\rangle)$$

となる．この集団について粒子のスピンの $O\hat{x}$ 方向の成分を測定すると，すべての場合に $+1/2$ という結果が得られ $-1/2$ という結果は現われないことをこの式は示している．これは(15-29a)と(15-29b)の混合が予言する結果とはまったく違う．もしその集団が磁石と磁石の間のある場所でそのような混合によって記述されるならば，粒子が第 2 の磁石を横切ったあとで行われる S_x の測定は，半分の場合に $+1/2$ を，残りの半分の場合に $-1/2$ を必ず与える．したがって，磁石の中間では粒子は半分の場合に $S_z=+1/2$ を持つ上の線に，残りの半分の場合には $S_z=-1/2$ を持つ下の線に**ある**という主張は，量子力学と矛

盾し検証可能な予言に導くので，絶対に真実ではない．

もちろん，この結果はパラドックスではない．それはただ，通例の(そして容易に行える)古典的測定とともに，非古典的測定も原理的には行い得ることをわれわれに思い出させるだけである*.

しかし，この簡単な事実は，巨視状態だけが物理的意味を持つという主張が一般には成り立たないことを示すには十分である．もしも量子規則が正しく，そしてそれにもかかわらず装置の変数がすべての系に対して現実に一定の値を**持つ**とすれば，これらの事実の観測可能な帰結はすべての場合に正しい理論的予言と一致する．

“古典系”と呼ばれるある系 A とは，それが量子系 S と相互作用したのちに，“古典的オブザーバブル”と呼ばれる A のあるオブザーバブルがいつでもきまった値を持つようなものであるという主張がしばしばなされる．そのときには，少くともよい近似で，測定装置と装置の座標は，それぞれ“古典系”および“古典的オブザーバブル”であると言える．けれどもそのとき古典的オブザーバブルに，あるいはもっと正確にはそのようなオブザーバブルの集合に与えられる定義は，それが古典的測定(15.1節で定義されたような)の集合に対応するということだけである．ここで分析している理論ではその上，古典系はそれについて古典的オブザーバブルだけを測定**できる**ようなものとして定義されている．このような定義の一つの弱点は，言うまでもなく，少数の本質的な概念を定義するためにわれわれの人類としての能力の制約を決定的に使っていることである．その少数の概念は，人間自身を含めて全宇宙が究極的には従うと想像される法則において，(少くとも微視的物理学のふつうの記述では)決定的な役割をしているものである．たとえこの考えは我慢できるとしても，この定義には別の重大な弱点がある．さきに与えた議論を延長すると，(少くともそうでないことが示されない限り)それが定義するのは空集合ではないだろうかというもっともな危惧が生じる．どちらの欠点も次のことができればただちに救われる．すなわち，ある種の系をその構成または構造によって定義し，それらの系が，

* われわれの定義では“古典的”でない測定が実行可能となる重要な場合がある．それは，(15-28)のような純粋な場合と“同等な”混合(15-29)との時間発展が，ある時間ののちには，それらの集団がもはや(この章で考えている制限されたオブザーバブルの集合に関してさえ同じ予言に導かないという意味で)同等でなくなるようなものである場合である．

(a)それに属するあるオブザーバブルがすべての場合に一定の値を持つ(そして古典的発展法則に従う)と矛盾なく言うことができ，そして(b)それ以外のオブザーバブルが困難を生じないという意味において，古典的であることを**示す**ことができればよい．この計画が次の章で述べる試みのいくつかの背後にある動機である．すぐ上に述べたばかりの定義と対応する定理が無い限り，ここで述べた理論は面白いものではあるが本質的に不完全であることを認めざるをえない．

文 献

[1] J. M. Jauch, *Helv. Phys. Acta* **37**, 293(1964).

[2] P. K. Feyerabend in *Observation and Interpretation, Proceedings of the 9th Symposium of the Colston Research Society*, S. Korner, Ed., Butterworth, London, 1957.

[3] D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1951.

[4] E. P. Wigner, *Am. J. Phys.* **31**, 6(1963).

[5] H. J. Groenevold, *Foundations of Quantum Theory, Proceedings of the Saltzburg Colloquium on Philosophy of Science*, International Union of History and Philosophy of Science, 1968.

さらに進むために

V. A. Fock, *Czech. J. Phys.* **7**, 643(1957).

A. Lande, *Foundations of Quantum Theory*, Yale University Press, New Haven, Conn., 1955.

M. Renninger, *Z. Phys.* **158**, 417(1960).

第16章 巨視的装置

装置は必ず巨視的な大きさである．それはわれわれの感覚器官——これは von Neumann のヒエラルヒーの中である位置を占める装置と考えることができる——が巨視的な大きさだからである．したがって物理学者が，量子観測理論をつくるために，この性質を使おうとしたことはまったく自然である．さらに，すべての装置を含め，ほとんどの巨視的な系が持っていて微視的な系には欠けている顕著な性質の一つに非可逆性がある．この簡単な観察は非可逆性の現象と，何らかのしかたで観測過程に結びついている“波束の収縮”の現象と

の間には関係があることを非常に強く示唆する.

16.1 非可逆性: 二元論的方法

これらの考え方の検討——たとえ簡単なものでも——にたずさわる前に，われわれがアプリオリに試みることのできる二つの広い一般的な方向があることを注意しておく必要がある.

1. われわれは時間発展の**両方の**原理(Schrödinger 的発展と波束の収縮)を異なった，同等でない，それにもかかわらず同様に成り立つ原理と考えることができる．このときには，どのデータとも矛盾することなしに，それぞれの原理がいつ使われるべきかを正確に指定する規則を定式化することが必要である．一般的な考え方は，時間に依存する Schrödinger 方程式，またはその拡張は**可逆**現象に対して成り立ち，波束の収縮は非可逆過程に対して成り立つと言うことである．このようなやり方の困難は，言うまでもなく，現象を可逆および非可逆過程という二つの種類に完全に客観的に分けることが容易でないことである．このことはいま扱っている場合のように，非可逆過程の部類が，実験的に位相相関などの存在が示される単純なあるいはある程度単純な現象を含んではならない場合にはなおさらである.

2. われわれは，時間発展の**一つの**原理，すなわち時間に依存する Schrödinger 方程式に結びついたものだけが基本的であると考えることができる．波束の収縮——あるいは，もっと正確には，波束の収縮が簡単な“現象論的”記述を与えるような現象——は，そのときは，研究している系 S の他の系，特に装置との相互作用の結果として生じなければならない．このような方法の困難は，第 14 章で示したように，重ね合せの原理が物理的に許すもっとも一般的な場合に，装置の指針は必ず巨視的にはっきりきまった位置にあるという観念と，この見方を，首尾一貫させることが難しいことである．望みは装置によって行われる非可逆的な発展過程の考察がこの困難を消滅させるかも知れないことである．この立場は 16.2 節と 16.3 節で論じる.

まず 1 番目の方法を見てみよう．さしあたり，“遠い星”の影響をもとにして理論を基礎づけようとは思わないから，複合系(測られる系プラス装置)は実際上孤立していると考えてよい．それは非可逆的発展をするのだから，この方法

に実際に含まれていることは，**ある**孤立系は，時間に依存するSchrödinger 方程式またはその一般化が予言するのとは違うふうに，時間的に発展するということである．そのような理論は，どのデータとも矛盾しない整合的な形を与えられるとすれば，ともかく量子力学の変更である．したがってそれはわれわれの一般的な計画の外になる．興味を持つ読者は(広い意味で)この方向への理論的試みの記述をLudwig の論文(とくに文献[1]と[2])で見るとよい．

上述の事情にもかかわらず，量子物理学が可逆過程と非可逆過程との間の"客観的"区別を与えるか与えないかという設問を考えることには興味がある．"客観的"という言葉の定義そのものが"実在論者"と"実証主義者"にとっては同じでないから，これはすぐれて哲学的な面を持った厖大な課題である(第20章を見よ)．ここではわれわれは，その言葉を"実在論的な"意味でだけ考える(そのとき"客観的"は"いかなる観測者の存在にも独立"を意味する)ことにして，設問をより明確にする．さらに，われわれは一つ二つの初等的な事実をとりあえず指摘するだけで満足することにする．その第1はvon Neumann[3]によって強調されたことであって，古典論のエントロピーの量子力学的対応を定義することができ，この量が，上に指定した意味で，客観的に定義された量の少くとも外観を持つことである．それはその具体的な表現から見られる：Np_n 個が状態 n に"ある"系の混合に対して，von Neumann のエントロピーは

$$Y = -Nk\sum_n p_n \log p_n = -Nk\,\mathrm{Tr}\,(\rho \log \rho) \qquad (16\text{-}1)$$

で定義される．ここで k はBoltzmann の定数，ρ は集団を記述する密度行列である．もしこの集団が転義混合であるならば，確率によるエントロピーの対応する古典論的表現と違って，(16-1)の表現は，少くとも一見したところでは，観測者の知識が理論的に可能な限度まで多くない事実に何の関係も無い定義である．したがって，量子力学的確率が"客観的"であるというのと同じ意味で，それが"客観的"であると言う理由がある．しかし一方では，複合系の一部を顧慮しないことによって転義混合をつくることはある意味で主観的な行為であることに注意すれば，そのように言うことは，かなり説得力のないものとなる．

注意をうながすべき第2の事実は，Y は多くの問題でエントロピーの有用な定義として役立つ(たとえば，それは熱平衡において最大である)けれども，こ

こでわれわれが関心を持つ(粗視的 coarse-grained)エントロピーの性質を欠いているということである．その中の作用素ρと$\log \rho$に時間発展作用素をふつうのように適用すると直ちにわかるように，系の古典的対応が非可逆的発展をする場合にさえ，系が孤立している限り，Yは変化しない．

このことは，Yの定義(16-1)を使うだけで，可逆過程と非可逆過程との“純粋に客観的な”区別をつくろうとする希望を打ちくだく．なるほど，たとえば von Neumann は量子エントロピーの，上記の欠陥を示さない，別の認めうる形をつくったけれども，それは，第15章で“古典的測定”の名前を与えた概念を導入することによってしか行うことができなかった．古典的測定の定義は人間の観測者のある種の能力の無さにはっきりと関係しているから，エントロピーのこの新しい定義*にもとづく問題へのアプローチは，たとえば粗視的古典的なものや第14章で述べた観測理論よりも，実際には(言葉の先に定義された意味において)いっそう“純粋に客観的”であることはない．

最近，非可逆的な平衡への接近の――われわれの意味で――もっと“客観的”な記述に向っての重要な進歩が，とくに van Hove[4]および Prigogine[5]と彼の学派によって，行われた．これらの理論では，粗視化することは，あるやり方で，避けられている．しかしそれは，無限大の系だけを考えることと，$t\to\infty$と$V\to\infty$の極限をとる順序(tは時間，Vは系の体積)に対する規則を仮定することを代償として，行われている．もちろん，この考えあるいは類似の考えが，いつの日か，非可逆性にもとづく観測理論を構成するのに役立つことは考えられないことではない．けれども，この節で研究している一般的な方法においては，それらは直接には役に立たない．なぜかというと，それらは時間に依存する Schrödinger 方程式に従う(無限大の)系に対して非可逆性を確立しているのに対して，われわれが目ざしているのは(思い出してみよう)非可逆系がこの方程式に従わ**ない**ような理論だからである．

最後に，将来の参考のために，Yに対する式は純粋な場合には0を与え，純粋な状態でないどんな混合に対しても正の値を与えることを注意しておこう．したがってそれは，純粋な場合に対して第14章の意味における“選択しない測

---

* それは“粗視的古典的エントロピー”と類似に“粗視的量子エントロピー”と呼ぶことができる．

定”をすると，増大する．そのような測定を混合に対してするときも同じであることが示される[3].

16.2 単一原理の方法：位相の統計的な打消し

さらに研究すべき理論は16.1節の2番目の方法を使うもの，すなわちただ一つの時間発展の原理，Schrödinger方程式に結びついたものだけを仮定するものである．いくつかの系が相互作用する場合には，この方程式はもちろん複合系に適用しなければならない．特に，装置Aによる微視系Sの観測はまさにこの二つの系の相互作用であって，したがってやはりSchrödinger方程式によって記述されるはずである(その上，それは，たとえば(14-2)によって描かれるような相関をひき起すという特殊な性格を持っている)．問題は，それが(Sが測られる量Lの固有状態にない一般的な場合に)，少くとも近似的には，波束の収縮としても記述できることを示すことである．明晰さを尊重して，後者の表現を使わずに言えば，発展の“Schrödinger”記述から生じる観測可能な予言が，すべての場合に，Aの巨視的部分はいつも巨視的にきまった場所にあるという仮定から導かれる予言と違わないことを示さなければならない.

この節では，そのような理論をめざす簡単な試みを論じる．それは，SとAとの相互作用によって位相が生じ，それは，装置の複雑さのために，不規則に分布しているはずであるという考えにもとづいている.

簡単のために，Lは，それぞれ固有ベクトルϕ_1とϕ_2を持つ二つの固有値l_1とl_2だけを持ち，系Sは初め状態

$$\psi = C_1\phi_1 + C_2\phi_2 \tag{16-2}$$

にあると，あるいはより正確には，系Sの集団は初めψによって記述される純粋な場合であると，仮定しよう．その理論は，Aとの相互作用ののちには，Sの集団は，**すべての目的に対して**，状態ベクトル

$$C_1\phi_1 e^{i\alpha_1} + C_2\phi_2 e^{i\alpha_2} \tag{16-3}$$

を持つ状態にわたって分布している系の集団と考えることができると主張する．ここでα_1, α_2は装置Aの初めの内部座標に決定的に依存する数である．したがってこれらの数は不規則に分布していると考えねばならず，そのため集団にわたっての平均値を計算するときには平均せねばならない.

終状態のこの記述が，系Sだけについて行われる未来の測定の結果に関して，正しい予言を与えることは容易にわかる．議論は次のように行われる．BをSの任意のオブザーバブルとしよう．l_1とl_2は縮退していないから，ここでSをスピン1/2粒子のスピンと考え，Bを任意の方向へのスピンの成分と考えることができる．系Sの集団におけるBの平均値$\bar{B}$は，(16-3)によって，式

$$\begin{aligned}\bar{B} = &|C_1|^2\langle\phi_1|B|\phi_1\rangle+|C_2|^2\langle\phi_2|B|\phi_2\rangle\\ &+2\,\mathrm{Re}\,[C_1^*C_2\langle\phi_1|B|\phi_2\rangle]\cos(\alpha_1-\alpha_2)\\ &+2\,\mathrm{Im}\,[C_1^*C_2\langle\phi_1|B|\phi_2\rangle]\sin(\alpha_1-\alpha_2)\end{aligned} \tag{16-4}$$

を位相α_1, α_2について平均したもので与えられる．cos関数とsin関数の平均値は0だから，$\bar{B}$は初めの2項に帰着する．他方，この初めの2項の和は，明らかに，ここで考えている集団の代りに系が$|C_i|^2$の割合で状態$\phi_i(i=1,2)$にあるような本義混合を考えたときに得られるものである．言いかえれば，考察するオブザーバブルがSに属するものだけである限り，状態ベクトル(16-3)を持つ状態にわたって不規則に分布しているN個の系の集団と，Lに対して値$L=l_1$を持つ$N|C_1|^2$個の系と同じ量に対して$L=l_2$を持つ$N|C_2|^2$個の系の集まりとの間に観測可能な違いはない．(16-3)がそのような集まりに現実に対応すると主張することは，この事情のもとでは，正当のように思われる．こうして観測理論の“パラドックス”は解かれたように見える．

これはまた，この節で考えている位相の打消しの初等的理論によって与えられる答でもある．次に，このような答の本当の意味が何であるかを調べよう．いま論じている理論は，系Sの集団Eは**すべての目的**に対して，それぞれが状態ベクトル(16-3)の一つで記述されるいくつかの集団$E(\alpha_1, \alpha_2)$の集まりと考えることができると主張する．けれども，そのような主張が本当であるための必要条件は，言うまでもなく，観測可能な帰結のどれも知られている事実と矛盾しないことである．特に，LとLを測るのに役立つ装置の変数Gとの間に相関が存在するという仮定に矛盾してはならない．なぜならば，そのような相関が無ければ，装置はそれを導入した目的にそもそも役立た**ない**からである．さて，Lが値l_1とl_2をそれぞれとるときにGがとる値をg_1とg_2としよう．$P_1(P_2)$を装置のHilbert空間において$g_1(g_2)$に対応する射影作用素とする．そして各$E(\alpha_1, \alpha_2)$にある要素の数を$N(\alpha_1, \alpha_2)$とする$\left(\sum_{\alpha_1,\alpha_2}N(\alpha_1, \alpha_2)=N\right)$．この相

関を評価するために，N 個の系 S の一つずつにそれぞれ結びついた N 個の装置の集団を導入する．$E(\alpha_1, \alpha_2)$ の要素に対応する $N(\alpha_1, \alpha_2)$ 個の装置の集団を記述する密度行列を $\rho(\alpha_1, \alpha_2)$ とする．仮定Q(4.2節)により $\rho(\alpha_1, \alpha_2)$ が存在することは知られている．すると L と G の同時測定(相互作用のすぐあとである別の分析されない装置を使ってなされる)によって $L=l_i$ **かつ** $G=g_j$ $(i, j=1, 2)$ という結果が見出される確率は

$$P(L=l_i \text{ かつ } G=g_j) = \mathrm{Tr}\,[(|\phi_i\rangle\langle\phi_i|\otimes P_j)\cdot M] \tag{16-5}$$

である．ここで

$$M = \sum_{\alpha_1, \alpha_2} \frac{N(\alpha_1, \alpha_2)}{N} M(\alpha_1, \alpha_2) \tag{16-6}$$

であり，$M(\alpha_1, \alpha_2)$ は S 部分が $E(\alpha_1, \alpha_2)$ に属するような複合系 S プラス装置の集団を記述する密度行列である．$E(\alpha_1, \alpha_2)$ は純粋な場合だから，6.6節の結果(命題1)から $M(\alpha_1, \alpha_2)$ のもっとも一般的な形は

$$M(\alpha_1, \alpha_2) = |C_1\phi_1 e^{i\alpha_1} + C_2\phi_2 e^{i\alpha_2}\rangle\langle C_1\phi_1 e^{i\alpha_1} + C_2\phi_2 e^{i\alpha_2}| \otimes \rho(\alpha_1, \alpha_2) \tag{16-7}$$

である．(16-6)式と(16-7)式を使うと，(16-5)は

$$P(L=l_i \text{ かつ } G=g_j) = \sum_{\alpha_1, \alpha_2} \frac{N(\alpha_1, \alpha_2)}{N} |C_i|^2\, \mathrm{Tr}\,[P_j \rho(\alpha_1, \alpha_2)] \tag{16-8}$$

を与える．ところが(16-8)式は，たとえば

$$\frac{P(L=l_2 \text{ かつ } G=g_1)}{P(L=l_1 \text{ かつ } G=g_1)} = \frac{|C_2|^2}{|C_1|^2} \tag{16-9}$$

を与える．先に述べた厳密な相関は(16-9)式の左辺が0になることを意味するから，この式は厳密な相関と両立しない．

得られた結果は否定的だから，統計的な位相の打消しの初等的な理論は観測の量子論の困難を解決しないと結論せざるをえない．

16.3　より精密な考察

系 S との相互作用が起ったあとで装置の中で生じつつある非可逆過程を完全なやり方で記述する，S-A 相互作用の興味あるくわしい分析が提案された[6]，

[7]．“巨視的オブザーバブル”だけが実際上装置において観測されるという明らかな理由によって，これらの研究はそういう量(あるいは，拡張によって，巨視的オブザーバブルと可換な量)に焦点を当てている．

それらの理論では巨視的オブザーバブルは装置の Hilbert 空間における互いに直交するいくつかの部分空間 $V_1, V_2, \cdots, V_r, \cdots$ を考えることによって定義される．ここで添字 r は，実際は，装置が部分空間 V_r に属する状態のどれかにあるときに装置のすべての巨視的オブザーバブルが持つ値を指定する1組の添字 a, k, v を表わす．

巨視的オブザーバブルのこの導入の仕方は，それらのオブザーバブルが少くとも一つの共通な固有ベクトル系(実際は何個かある)を持ち，したがって互いに可換であることを明らかに意味している．ここで考えるオブザーバブルの集合は，だから，第15章で導入した型の古典的オブザーバブルの特定の選択と本質的に一致する．したがって15.2節で与えた一般的な証明がいまの場合にあてはまる．系 S が装置と相互作用すると，測定可能なすべての量について正しい予言を与え，そして各巨視的オブザーバブルがあるきまった値を持つということのできる状態から成る本義混合がいつでも存在する．見られるように(われわれは，ここで，文献[6]と[7]のいくつかの主張から離れる．以下の議論を見よ)，この結果は装置の系 S との相互作用の後の時間発展には，特にその非可逆な性質には，実はまったく無関係である．言いかえれば，確率と平均値に対する表式における干渉項の消失は，$t=0$ が相互作用が起る時刻であるとすれば，時刻 t においてとまったく同じく時刻 0_+ においても成り立っている．

そうだとすると，観測過程における非可逆性の役割は，もしあるとすれば，何であろうか？ この設問への答は次のように与えることができるだろう．一般の場合には，選ばれたオブザーバブルの集合 $\{B\}$ に対して純粋な場合 P と同じ予言を与える混合 M が与えられた時刻 t に存在する事は，それだけでは，時刻 $t'>t$ に対して，M と P を Schrödinger の時間発展作用素によって変換した式から導かれる予言が，集合 $\{B\}$ のオブザーバブルだけに関してさえ，一致することを意味しない．それに対して，ふつう非可逆性に結びつけられているエルゴード条件に従うほど装置が複雑である場合には，ある下限よりも大きな**すべての時刻に対して**実際上その純粋な状態と同等な(すべての望ましい性質

を持った)混合が存在することを，文献[6]と特にそれにつづくProsperi[8]による発展が示している．ここで“同等”というのはもちろん限定された意味に理解しなければならない．二つの集団は(一つの時刻だけにおける同等性についてすでにそうであったように)装置のオブザーバブルが巨視的オブザーバブルと可換なものに限られるときにだけ同じ予言を与える．しかし同等性の持続は新しい重要な事実である*.

これらの分析の及ぶ範囲と限界をよく理解するために，一つの例を考えよう．装置Aを，外向き粒子線のそれぞれにGeiger計数管をつけたStern-Gerlachの装置としよう．Sを任意の方向に偏極した1個の原子のスピンとし，同一の複合系$S+A$の集団を考えよう．そのとき15.2節の初等的な考察は，相互作用の時間よりあとの任意の時刻tにおいて，次の二つの性質を持つ混合がいつでも存在することを示している．(a)それは系$S+A$から成っており，その各ゝは1個のそして1個だけのGeiger計数管が鳴ったと言えるものである．(b)それは，時刻tにおいて，巨視的オブザーバブルの集合と可換な任意のオブザーバブルについてのどんな測定に対しても，全体の正しい状態ベクトルと同じ予言を与える．この結果(これもまた，装置の詳細な構造にはまったく無関係である)に対して，ここで述べている研究はさらにもっとも望ましい知識を加えようとしている．すなわち，それらの目的は，装置がエルゴード的であるならば上述の型の混合が存在し，それは時刻tにおいても適合するだけでなくtの後のすべての時刻において**適合するものである**ことを示すことにある．

結果をいま概観しているこれらの仕事の技術的な側面は，疑いもなく興味あるものではあるが，これらの理論の及ぶ範囲の二つの制約のために，ここでは論じる必要が無い．第1は，これらの発展は大部分の装置を十分に記述するけれども，**どの**型の装置にも適用できるかどうかは疑わしいと思われることである．第2は，少くとも現在の段階では，“客観的”という言葉が“観測者の能力の無さに依拠しないこと”を意味するものとすれば，それは純粋に“客観的”な仕方で古典系を定義するのに使うことはできないことである．その理由はこれらの理論が提案する混合が(巨視的オブザーバブルと可換な)**オブザーバブルの**

---

* 別のグループによるさらに新しい研究[9],[10]も同じ方向の結論を導いている．

限られた集合に対してだけ純粋な場合と同じ予言を与えることである．装置が巨視的であることは，もちろん，本当である．それにもかかわらず，ある巨視的装置が与えられたとき，いつでも，少くとも原理的には，それの微視的な量を測るような別の巨視的装置を作ることができる（第1の装置はその操作でこわされるかも知れないが，そのことは議論には無関係である）．少くともいままでのところ，いま論じている理論には，そのような実験が不可能であることを示す原理あるいは定理は無い．このために，その系においては巨視的オブザーバブルと可換でない量は観測可能でないという主張によって，古典系を定義しようとすれば，それは実際は空集合しか定義しないことは明らかである．

結論として，この章で紹介した理論，そしておもにこの節の結果は，測定装置に定まった巨視的性質を属させることが**実際上**いつでも可能であることを示している．こうすることによって生じる誤差が検出される危険は0に近いことが証明されている．けれども，これらの理論は，装置がそれらの性質を持つと言って矛盾しないことを示しては**いない**．なぜならば，それは，このような仮定の原理的に観測可能な（したがって物理的意味を持つ）すべての帰結が本当に正しいものであることを示してはいないからである．言いかえれば，人間の（巨視的装置について巨視的でない量を測ることについての）無能力性にはっきり依拠することによってのみ，これらの理論はその主張を通すことができるのである．

ごく最近，Hepp[11]は上に論じた理論に相違点と類似点を持つ，一つの量子観測過程の理論を発展させた．この理論はオブザーバブルの代数を使って定式化されており，対応する形式がこの本では述べられていないので，ここでHeppの理論の技術的な面を述べることはできない．しかし，すでにその理論を知っている読者は，その概念的基礎をこれまでに調べた理論のそれと比較することに興味を持つだろう．

いま述べたように，類似点と相違点とがある．一つの類似点は，系がある意味で“大きい”とき，系のHilbert空間におけるすべてのHermite作用素が観測可能なのではなく，観測不能なものはいかなる物理的意味も持たないという，これらのすべての理論に共通な仮定に見出される．おもな相違は，オブザーバブルに対応する作用素の集合Σを特徴づける基準が，巨視的でない量を直接

に認識することについての人間の無能力性にもとづいていないことである．この理論で**使われる**集合Σの特徴づけの基準はくわしくは述べない．まず第1に，それは無限系(無限個の自由度を持つ系)を考えることによって導入されることだけ注意する．次に，無限系である装置Aと結合する量子系Sのコヒーレント状態が，特殊な条件のもとで，(複合系$S+A$に属する)集合Σの作用素に対して位相関係をこわすような変化を受けることが示される*．$S+A$系の集団は，そのとき，ほかの方法では矛盾なく与えることのできなかったいくつかの望ましい性質(たとえば指針の位置)を**持つ**要素から成ることが結論される．

これは求めていた結果である．他方，調べてみると次のことがわかる．この理論で採用されている集合Σの指定のしかたは，オブザーバブルの集合から，その非局所性がΛ(空間の十分に大きなしかし有限な領域をΛとする)を越えるような作用素を排除することを含んでいる．この理論の枠組では，この有限性の要求が，人間の観測者の制限された能力との関係をもう一度こっそり持ち込む隠された方法であることが論証できる．その上(二つの事実は関連しているけれどもさらにもっと重大なことは)，先に述べた特殊な条件は，発展は"カタストロフィック"(Hamilton関数が存在しない)**であるか，そうでなければ**位相が消えるに要する時間は無限大であるという要請を含んでいる．したがって一般に，**無限の**時間が経過したあとでのみ，"複合系$S+A$は指針のある位置に対応する状態に**ある**と本当に言うことができる"．Bellが示したように，任意の有限な時刻tにおいて，結果が引用句の中の主張**と矛盾するような精密な実験を，(この形式に従って)考え出すことができる．

求めているのが観測過程の実用的な記述に過ぎないならば，いま述べたことは何の困難も生じない．特に，有限だが(適当な緩和時間に比べて)大きなtに

---

*　したがって，純粋な場合が，それからのち混合と区別できない集団に発展する．略して，"純粋な場合が混合に発展する"ということができる．このことは，ある程度は，ここでは驚くべきことではない．**有限**個の自由度を持つ(適当に選ばれた)系の場合にすら，そのような現象は，Hermite作用素の十分に大きな集合がオブザーバブルに対応しないことが仮定されるならば，(前に示されたように)起りうることをもう一度強調しよう．他方，**無限**個の自由度を持つ系の場合には，オブザーバブルに対応するHermite作用素の選択が，数学的観点からも操作的観点からも，明らかにいっそう適切なしかたで行えることを強調しなければならない．これはHeppの数学的に重要な結果である．この特定の型の"純粋な場合から混合への移行"(われわれの単純化した言い方における)が観測過程に関して実際に重要であるかどうかの問題は以下で論じる．

**　この証明は文献[12]または238ページの問題6を見よ．

対しては，そのような観測は実際には実行できないことが示される．したがって，指針があるきまった目盛間隔のなかに**ある**という主張は**近似的に真理**であると主張することができる．そうするときは次の約束を採用していることになる；すなわち，ある主張が間違っていることを特定の観測が示すような場合があっても，この測定が**実際には**実行可能でなくしたがってその誤りはけっして明るみに出ないものでありさえすれば，その主張は“近似的に真理”であるということである．上の意味で近似的に真理である主張を使うことは物理学ではふつうの習慣である．それは，この場合のように，“t 大”と“t 無限大”とは“同じこと”であるという理想化に関係してしばしば使われる．

この習慣はたいていの場合にはまったく異論をはさむ余地の無いものである．たとえば，(ある理想化された古典論において)拡がらずに反対方向に進む二つの Gauss 型の波束を考えるとき，有限だが十分に大きい t に対してこれらの波束が“干渉しない”というのは妥当である．けれども，時刻 t におけるそれらの干渉はある数 $M(t)$ よりも小さいと主張するほうがはるかに適当であろう．後者の主張は第1の主張のすべての正しい情報内容に加えて，どんな観測もその誤りを立証し得ないという長所を持っている！ より一般に，われわれはふつう(おそらく，骨の髄までの実証主義者か実用主義者である場合を除いて)次のように考える．系 T についての近似的な主張 S は次の二つの性質(a), (b)を持つ本当の主張 S' によって置きかえることが可能なはずである．(a)それは S の正しい情報内容のすべてを含む(このことは，特に，それが本質的に T に関するものであることを意味する)．(b)それは，その特定の T について考えうるどんな実験もその誤りを立証することが無いようなものでなければならない．Hepp の理論は，この点では，いままでに提出された他の観測理論のどれよりも優れてはいない．もしも N 個の測定の集団を考え，個々の指針を $T_1, \cdots, T_i, \cdots, T_N$ と呼ぶことにすれば，ある大きなしかし有限な t において(任意の i の値に対して)指針 T_i があるきまった目盛間隔の中にあるという近似的な主張 S_i に関して性質(a)と(b)を与えられた真実の主張 S_i' は**存在しない**．事実，一見受け入れる候補と思われる真実の主張のすべては，(a)によってそうあるべきように，個々の指針に適用されるのでなく，一つの大きな“系”として見られた T の集団に適用されるものである．この章のもっと前の方で調べた観測

過程の理論に関しても，同じ種類の反論ができることを指摘することはほとんど必要ないだろう．

文　　献

[1] G. Ludwig, *Z. Phys.* **152**, 98(1958).
[2] G. Ludwig in *Werner Heisenberg und die Physik unserer Zeit*, Braunschweig, Vieweg, 1961.
[3] J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1955.
[4] L. van Hove, *Physica* **21**, 517(1955); **25**, 268(1959).
[5] I. Prigogine, *Non-Equilibrium Statistical Mechanics*, Interscience Publishers, New York, 1962.
[6] A. Daneri, A. Loinger, and G. M. Prosperi, *Nucl. Phys.* **33**, 297(1962).
[7] L. Rosenfeld, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* 222(1965).
[8] G. M. Prosperi in *Foundations of Quantum Mechanics, Proceedings of the Enrico Fermi International Summer School*, Course IL, Academic Press, New York, 1971.
[9] L. Lanz, G. M. Prosperi, and A. Sabbadini, *Nuovo Cimento* **2B**, 184(1971).
[10] C. George, I. Prigogine, and L. Rosenfeld, *Nature* **240**, 25(1972).
[11] K. Hepp, *Helv. Phys. Acta* **45**, 237(1972).
[12] J. S. Bell, *Helv. Phys. Acta* **48**, 93(1975).
さらに進むために
A. Daneri, A. Loinger, and G. M. Prosperi, *Nuovo Cimento* **44B**, 199(1966).
J. M. Jauch, E. P. Wigner, and M. M. Yanase, *Nuovo Cimento* **48B**, 144(1967).
L. Rosenfeld, *Nucl. Phys.* **A108**, 241(1968).
A. Loinger, *Nucl. Phys.* **A108**, 245(1968).
A. Peres and N. Rosen, *Phys. Rev.* **135B**, 1486(1964).
E. P. Wigner and M. M. Yanase, *Proc. Natl. Acad. Sci.* **49**, 910(1963).
G. F. Chew, *Phys. Rev.* **4D**, 2330(1971).

第17章　猫と指針について

ここまで，装置の初期状態には状態ベクトルを与えてきた．けれども，装置は複雑な系でありしたがって不完全にしか知られないので，あるいはいっそう適切には(これはまた本義および転義混合の間の差である)，装置は L を測るのに使われる時刻の前に他の多くの系と相互作用しており，したがってそれには

一定の状態ベクトルでなく密度行列しか結びつけることができない(言いかえれば，同じように準備されたそのような装置の集団は転義混合である)ことに注意することによって，この習慣を批判することができる．この注意が第14章の終りに出会った困難を解決する手がかりを与えるかも知れない．そこでは，装置の集団Eが初め純粋な場合であるならば，系との相互作用が起ったあとで装置のどの座標もある一定の固有値を持つと考えることは一般には不可能であることが示された．集団Eが混合であってもこのことがやはり成り立つかどうかを調べよう．

17.1　ふつうの形式の適用

装置が過去の歴史において(すなわち，Lを測るのに使われる前に)相互作用した系を含むどんな相関も研究するつもりはないから，集団Eを密度行列$\rho_0{}^A$によって記述するのは理にかなっている．さらに，そのように制限した目的に対しては，装置の初めの転義混合を同じ密度行列を持つ任意の本義混合によって置きかえることは正しい．ゆえにWigner[1]に従って$\rho_0{}^A$を対角化しよう．p_qと$A_0{}^{(q)}$を，それぞれ，その固有値と，対応する固有状態の集合であるとしよう(pのあるものは等しいかも知れず，そのとき対応する$A_0{}^{(q)}$の選び方は一意的ではない．しかしこのことは，われわれの目的には，重要ではない)．p_qの割合の装置Aが初め状態$A_0{}^{(q)}$にあるような複合系(Sプラス装置A)から成る本義混合を研究の対象としよう．

まず測定が行われる系Sが初め測られる量Lの固有状態の一つにある簡単な場合を考え，φ_mをその固有状態としよう．すると，測定は前に定義された意味(第3章を見よ)において理想的なものだと仮定しているから，相互作用が起っているすべての時間の間の複合系の発展を記述するユニタリー作用素$U(t, t_0)$の効果は，式

$$\varphi_m A_0{}^{(q)} \longrightarrow \varphi_m F_m{}^{(q)} \tag{17-1}$$

の矢印によってあらわされる．(17-1)式において$F_m{}^{(q)}$はAに結びついたHilbert空間における状態ベクトルであって，Aの指針が目盛間隔mにある状況を記述している．(たとえば，初め，指針は目盛間隔0にあったと考えてよい．その場合には$F_0{}^{(q)}$は$A_0{}^{(q)}$の1次結合である．)異なる添字nを持つ$F_n{}^{(q)}$は巨

視的に異なる指針の位置に対応するから，それらは互いに直交している．ここで同じ n だが q については異なる二つの $F_n^{(q)}$ も互いに直交している（したがって1次独立である）ことを注意しよう．このことは，異なる q の値を持つ二つの $A_0^{(q)}$ はその構成から互いに直交しており，そして，(17-1)のようなユニタリー変換が直交性を保存することによっている．$F_n^{(q)}$ の系は一般には完全ではないが，他の q の値を持つベクトル $F_n^{(q)}$ を導入し対応する p_q は0に等しいとすることによって，いつでも完全にすることができる．相互作用が起ったのち，相対的な個数 p_q の複合系（S プラス A）が，以上の分析に従って，(17-1)式の右辺で記述される状態にある．

以上の準備をしておいて，第14章のように，系 S が初め状態 ψ_n の量子論的な重ね合せ

$$\psi=\sum_n a_n\psi_n \tag{17-2}$$

にある，もっと一般的な場合を考えよう．ここでもまた，時間に依存するSchrödinger方程式（あるいはその一般化）の線型性から，装置が初め状態 $A_0^{(q)}$ にあると考えることのできる Np_q 個の場合のすべてに対して（N は考えている集団における複合系の全体の数である），相互作用が起ったあとの複合系の状態は，必ず，

$$Y^{(q)}=\sum_n a_n\psi_n F_n^{(q)} \tag{17-3}$$

によって記述される．

一方，装置の記述にはどの超選択則も関係しないと仮定しよう．そのとき，密度行列を特徴づけるのに役立つ平均値の観測可能性を制限するような原理は，いまのところ，知られていない．したがって複合系の状態の混合 M' は，次の条件をみたしさえすれば，出来事の最終状態の正しい記述である――すなわち，間違った観測可能な予言に導かない．その条件とは，その密度行列が，p_q だけの割合が各ゝ(17-3)の状態にあるような複合系の集団 M に対応する密度行列に等しいことである．一つの密度行列にはいくつかの混合が対応するから，このことはもちろん本義混合 M' が，一定の状態ベクトルによる構成において，M と同じであることを意味しない．事実，M' は互いに直交する状態によって

つくられる必要さえない．それをつくっている状態が必ずみたさなければならない条件は(6.5 節で示したように)，それが M をつくる状態(17-3)の 1 次結合であることである．

この分析の結果として，複合系の終状態の集団 M' を構成するために使うことのできる状態は $Y^{(q)}$ の 1 次結合だけである．他方，もしわれわれが“個々の複合系のどれにおいても装置の指針はあるきまった目盛間隔にある”という“常識”の仮説——以下“仮説 P”と呼ぶ——を認めるならば，M' が，それぞれがそのような一つの間隔に対応する集団 M_m' の合体したものであることを要求しなければならない．したがって次には，M_m' を記述する密度行列の 1 次結合であるような密度行列によって M' が記述可能であることを要求しなければならない．しかし，先の仮定により，与えられた集団は一つの密度行列でだけ記述可能である．ゆえに最後に，M' を構成する状態が一般形

$$Z_m{}^{(q')} = \sum_q x_m{}^{(q',q)} \psi_m F_m{}^{(q)} \tag{17-4}$$

を持つことを要求しなければならない．

これは 7.4 節の一般的な内容から出る(特に命題 S と条件 R の系を見よ)．それは，状態(17-4)は(a)測られる量 L が一定の値 l_m を持ち，そして(b)指針が，(17-1)式に従えば，l_m に対応する一定の目盛間隔にあるようなもっとも一般の形だからである(係数 $x_m{}^{(q',q)}$ は任意パラメーターで便利なように選んでよい)．以上の議論から，$Z_m{}^{(q')}$ が $Y^{(q)}$ の 1 次結合として表わせるときだけ仮説 P は維持できることがわかる．

これからあと，同じ m の値を持つすべての $Z_m{}^{(q)}$ の集まりを巨視状態 m と呼ぶことにしよう．集団の中の装置のどれも，特定の m を持つどの $Z_m{}^{(q)}$ にも(あるいはそれらのどの 1 次結合にも)存在しないとき，巨視状態 m は空であるという．すると上の条件は，空でないすべての巨視状態 m に対して

$$Z_m{}^{(q')} = \sum_q b_m{}^{(q',q)} Y^{(q)} \tag{17-5}$$

であるような数の組 $b_m{}^{(q',q)}$, $x_m{}^{(q',q)}$ が存在しなければならないことを意味する．$F_n{}^{(q)}$ は 1 次独立だから，(17-5)はさらに

$$a_n b_m{}^{(q',q)} = \delta_{nm} x_m{}^{(q',q)} \tag{17-6}$$

と書ける.

もしもパラメーター a の内1個——たとえば a_1——だけが0でないならば,そのような組は明らかに存在する,すなわち

$$
\begin{aligned}
x_1^{(q',q)} &= a_1; \quad b_1^{(q',q)} = 1; \\
x_n^{(q',q)} &= b_n^{(q',q)} = 0 \quad (n \neq 1)
\end{aligned}
\tag{17-7}
$$

である.しかし,2個以上の a_n,たとえば a_1 と a_2 が0でないならば,そのような組は存在しない.(17-6)式をその場合に適用すれば

$$
\begin{aligned}
n = 1; \quad b_m^{(q',q)} &= 0 \quad (m \neq 1), \\
n = 2; \quad b_m^{(q',q)} &= 0 \quad (m \neq 2)
\end{aligned}
$$

であって,第2の式はとくに $m=1$ に対して0を与えるから,結局,すべての m に対して

$$b_m^{(q',q)} = 0.$$

一般の場合(系 S に対して超選択則は無いとして)にパラメーター a_n を任意に選んだ(17-2)が物理的に可能な初期状態だから,結論は,理想的な観測の記述(14-1)と仮説P**との**同時成立は量子力学の時間発展の法則の線型性とは相容れないということである.

17.2 二つの一般化

上に述べた議論はいくつかの仮定にもとづいており,そのいくつかは確かに理想化である.その中のもっとも重要なものの一つ,すなわち,観測過程は先に定義した意味で理想的であるという仮説の吟味は,便宜上,第18章にまわすことにする.ここでは,それ以外の二つの簡単化の仮定に対してしばしば行われる二つの反論を検討しよう.

それらの批判の第1のものは,完全に孤立した系は厳密に言えば存在しないから,系が完全にはっきりと定義された性質を持つことはけっしてないという,まったく正しい観察にもとづいている.この注意は古典物理学でも成り立つ.その場合にも,系は,たとえいくら弱くても,相互作用をしている系との間でたとえばエネルギーのある量を絶えず分配しているから,その系は完全にはっきりと定義されたエネルギーを持つということはけっしてできない.量子論でも,もちろん同じことが成り立っており,このことは確かに,巨視的な系(装

置の指針のような)は必ずある巨視的には厳密に定義された状態にあるはずだという考えを斥けるための正当な理由(もっと多くの理由をたやすく考え出すことができる)である．われわれの概念に革命的な変化を起さずに——実際，古典物理学でいつも知られていることを量子物理学へ自然に拡張することによって——次の考えを認めることができる．たとえば指針は，その過去の任意の一つの瞬間において，**一つの**目盛間隔を除いては厳密に 0 であるような一つの波動関数(またはその混合)によって記述すべきではない．そうでなく，指針は，その間隔では大きく他のすべての間隔では非常に小さい，一つの波動関数(またはその混合)によって記述されるという，もっと現実的な仮定をしなければならない．

この仮定をとり入れるために[2]，$Z_m{}^{(q)}$ に対する式(17-4)を次のもので置き換えよう：

$$Z_m{}^{(q)} = \sum_{q'} x_m{}^{(q,q')}\psi_m F_m{}^{(q')} + \sum_{q',l,n\neq m} y_{n,m,l}{}^{(q,q')}\psi_l F_n{}^{(q')}, \qquad (17\text{-}8)$$

$$|y_{n,m,l}{}^{(q,q')}| \ll |x_m{}^{(q,q')}|. \qquad (17\text{-}9)$$

この場合にも $Z_m{}^{(q)}$ は $Y^{(q)}$ の 1 次結合でなければならない：

$$Z_m{}^{(q)} = \sum_{q'} b_m{}^{(q,q')} Y^{(q')}. \qquad (17\text{-}10)$$

$F_n{}^{(q)}$ は 1 次独立だから，この条件は

$$\left.\begin{aligned} b_m{}^{(q,q')}a_m &= x_m{}^{(q,q')} \qquad (17\text{-}11)\\ b_m{}^{(q,q')}a_n &= y_{n,m,n}{}^{(q,q')} \qquad (17\text{-}12)\end{aligned}\right\} \quad (n\neq m)$$

を与える．ところが，これらの条件は，$a_m \neq 0$ ならば

$$y_{n,m,n}{}^{(q,q')} = \frac{a_n}{a_m} x_m{}^{(q,q')} \qquad (17\text{-}13)$$

を与える．

ところで，われわれはいつでも，装置と相互作用する量子系 S が，たとえば，$a_1 \approx a_2$ であるように選ばれた状態にある場合を考えることができる．この場合，(17-13)式は不等式(17-9)と矛盾する．したがって，可能な Z 状態の類のここで考えた拡張は観測理論の困難を除くに十分な改良ではないと結論せざるをえない．

第2の反論も考えなければならない．混合MおよびM'を記述する密度行列が一致しなければならないという主張を正当化するために，われわれは超選択則が存在しないと仮定しなければならなかった．しかし，この仮定は非現実的である．だから，この仮定を除いても困難は残ることを示そう．

そのためには，装置Aの密度行列と複合系$S+A$の密度行列とを，問題の超選択則を生じる“超選択荷電”(7.1節を見よ)の同時的固有状態を要素とする基底を用いて書けば十分である．そのとき，異なるQの値を重ね合せた状態にはどの系も見出されないから，$S+A$系に対する密度行列の0でない部分は，第1対角線に沿った1組のさらに小さい正方行列から成っている．超選択荷電は時間的に不変だから，この構造は相互作用時間の間保たれる．これらすべての超選択荷電を考慮に入れたならば，部分行列は(仮定によって)観測可能と考えねばならない．ゆえに先に展開した議論はこれらの部分行列のそれぞれに別々に適用できる．したがって前の節で到達した結論はこの場合にも成り立つ．

いま述べた非常に簡単な証明は超選択則の存在の可能性にとりわけ結びついた困難を除くけれども，先に展開した議論がすべての点で完全に満足と考えられる程度の一般性を持つためにはやはり不十分である．その理由は，密度行列の要素のなかには，超選択則の存在とまったく無関係に観測不能のものがあることが考えられるからである．

この場合を研究するために，Sがスピン1/2粒子のスピンである特殊な場合を考えよう．$\varphi_n (n=1,2)$をSのz成分S_zの固有ベクトルとし，初めの系の集団を，それが$O\hat{x}$方向に完全に偏極した粒子線を成すように選ぼう．すなわち

$$\psi = 2^{-1/2}(\varphi_1+\varphi_2) \qquad (17\text{-}14)$$

とする．

さらに，装置は，スピンが$O\hat{z}$方向に一定の値を持つような粒子のスピン状態を変えることは，けっしてないと仮定しよう．完全に明確にするために，装置の指針が三つの間隔$m=0,1,2$の一つにだけあり得る場合を考える．初めそれは間隔0にある．それは，スピンがφ_nによって記述される粒子との相互作用の結果として，間隔$n (n=1,2)$に移る．

$H^{(A)}$を装置AのHilbert空間とし，$A_0^{(r)}$を，指針が目盛間隔0にある状況に対応する，$H^{(A)}$の部分空間の直交規格化基底とする．$\mathcal{U}$を初めと終りの時

刻(相互作用の前と後)の間の発展をあらわす作用素とすると，仮定によって，任意の $A_0^{(r)}$ に対して関係式

$$\mathcal{U}\psi_n A_0^{(r)} = \psi_n F_n^{(r)} \tag{17-15}$$

が成り立つ．ここで $F_n^{(r)}$ は指針が目盛間隔 $n(n=1,2)$ にある状態を記述する．$A_0^{(r)}$ は互いに直交している(上を見よ)から，$F_n^{(r)}$ も互いに直交している．一般には，$F_n^{(r)}$ は，指針が目盛間隔 n にある状況に対応する，$H^{(A)}$ の部分空間 $H_n^{(A)}$ に対して基底を成さない．そこで，$F_n^{(r)}$ と直交し集合 $\{F_n^{(t)}\}=\{F_n^{(r)}\}\cup\{F_n^{(s)}\}$ が $H_n^{(A)}$ の基底**である**ような，$H_n^{(A)}$ における別の直交ベクトル $F_n^{(s)}$ を導入する．最後に，もし必要ならば，集合 $\{A_0^{(r)}\}\cup\{F_1^{(t)}\}\cup\{F_2^{(t)}\}$ に，$H^{(A)}$ の直交基底となるように，$H^{(A)}$ のベクトルの集合を付け加えることができる．

$$\Phi_n^{(s)} = \mathcal{U}^{-1}\psi_n F_n^{(s)} \tag{17-16}$$

を定義しよう．$\langle\ |\ \rangle$によってスカラー積を表わすと，

$$\begin{aligned}\langle\psi_m A_0^{(r)}|\Phi_n^{(s)}\rangle &= \langle\psi_m A_0^{(r)}|\mathcal{U}^{\dagger}\mathcal{U}|\Phi_n^{(s)}\rangle\\ &= \langle\psi_m F_m^{(r)}|\psi_n F_n^{(s)}\rangle = 0\end{aligned} \tag{17-17}$$

を得る．

指針が目盛間隔 $n(n=1,2)$ にあり S のスピン状態がそれに応じて ψ_n にあるようなもっとも一般的な $S+A$ の状態は，(17-17)式と命題Sを使って容易に示されるように，

$$Z_n^{(t)} = \psi_n \sum_{t'} x_n^{(t,t')} F_n^{(t')} \tag{17-18}$$

である．

したがって，相互作用が起ったのち，個々の装置の指針がわれわれが仮定しているように，もしも一つのきまった目盛間隔にあるならば，$S+A$ 系の集団は，相互作用のあとでは，$Z_n^{(t)}$ の混合として記述可能でなければならない(対応する重み，あるいは確率を $p_n^{(t)}$ としよう)．このことが本当だとした**とき**，$S+A$ 系のこの同じ集団が時刻 $t=0$ において，すなわち S と A が相互作用する前に，みたすべき何か一般的な条件を導くことができるだろうか？　この設問の答が肯定的であることを示すために，この章の研究の主要な舞台を成している理想化されたモデルでは，すべての複合系 $S+A$ が，13.1 節で定義された意味で，“独立な時間発展”をすることを注意しておこう．また，われわれが関

心を持つオブザーバブルは系 $S+A$ 自身に属すものだけであることを注意しよう．系 $S+A$ とそれが過去に相互作用した他の系との間の相関のようなオブザーバブルはけっして測定されることはない(言いかえれば，われわれは，$S+A$ の Hilbert 空間に属さない Hermite 作用素の集合 K' のどれかの元に結びつくオブザーバブルはけっして観測しない)．したがって 13.1 節の終りに述べた議論*が複合系 $S+A$ に適用できる．したがって考えている集団は時刻 $t=0$ において"初期"状態 $Z_{n,\mathrm{in}}^{(t)}$ の重み $p_n^{(t)}$ を持つ混合 M として記述可能でなければならない．$Z_{n,\mathrm{in}}^{(t)}$ は $Z_n^{(t)}$ に時間発展作用素の逆 $\mathcal{U}^{-1}$ をかけることによって得られるものである:

$$Z_{n,\mathrm{in}}^{(t)} \equiv \mathcal{U}^{-1} Z_n^{(t)} = \sum_{r'} x_n^{(t,r')} \psi_n A_0^{(r')} + \sum_{s'} x_n^{(t,s')} \Phi_n^{(s')}. \qquad (17\text{-}19)$$

ところで，系 $S+A$ を，時刻 t_0 において選んだオブザーバブルを測定することのできる，ふつうの物理系と考えよう．そして，M の助けを借りて，時刻 t_0 においてスピン成分 S_x が $\pm 1/2$ の値をもって見出され，同時に，そうあるはずであるが，装置の指針は目盛間隔 0 にある確率を計算しよう．量子力学の一般規則によれば，それらの確率は

$$P_{\pm} = \sum_{n,t} p_n^{(t)} \sum_r |M_{n,\pm}^{(t,r)}|^2, \qquad (17\text{-}20)$$

$$M_{n,\pm}^{(t,r)} = \langle A_0^{(r)} 2^{-1/2} (\psi_1 \pm \psi_2) | Z_{n,\mathrm{in}}^{(t)} \rangle \qquad (17\text{-}21)$$

であるはずである．ところで(17-19)式から

$$\begin{aligned} M_{n,+}^{(t,r)} &= 2^{-1/2} x_n^{(t,r)}, \\ M_{n,-}^{(t,r)} &= 2^{-1/2} (-1)^{n+1} x_n^{(t,r)} \end{aligned} \qquad (17\text{-}22)$$

---

*　ある思想家(文献[3]を見よ)はここで考えている場合における遡時予言的計算の妥当性を疑う．この目的で彼らは次の三つの論拠(a)，(b)，(c)のいくつかを使う．論拠(a)は単に，複合系 $S+A$ は，事実上，けっして完全に孤立的ではありえないという注意である．この論拠は正しいが，それは問題をさらに複雑にするだけだから，それだけではここで考えている疑問に対する満足な解答にはならない．論拠(b)は観測過程は，消すことのできない記録がつくり出されるまでは，現実には観測と呼ばれるべきではないという考察である．しかし何が消すことのできない記録であるか？ Schrödinger 方程式が厳密であるときそれは考えうるか？ 第 16 章に報告した内容は，そのような疑問の解答がやさしくないことを示している．こうして論拠(b)は，またしても，論じている問題を移動するだけで，実際には答を与えない．論拠(c)は 13.2 節で報告した論法をこの問題に適用することである．けれどもこの論法は異なる場合，すなわち，系(ここでは $S+A$)が $S+A$ の時刻 t_2 における状態について情報を与えるある装置 A' と実際に相互作用している場合にだけ適用できる．われわれはどんな A' も導入していないから，いまはそうではない．ゆえに論拠(c)は明らかに誤りである．

である．$\Phi_n^{(s')}$ を含む項はすべて(17-17)によって 0 となる．ゆえに

$$P_{\pm}=\frac{\sum_{n,t,r} p_n^{(t)}|x_n^{(t,r)}|^2}{2}. \tag{17-23}$$

言いかえると，この節で考えた仮定が正しければ，確率 P_+ と P_- は等しい．けれども，S は $+O\hat{x}$ 方向に完全に偏極しており，また確率 $P_{\pm}$ は A との相互作用の前の時刻において計算されているから，これらの確率は明らかに 0 と 1 である．このことは，必要な要請をみたす $x_n^{(t,r')}$ と $p_n^{(t)}$ の選び方が存在しないことを示している．

こうして，観測の非理想性が何か根源的に新しい要素を描像に持ちこむとしない限り，装置は単なる物理系と考えるべきではなくその**装置としての役割**は理論のなかで本質的である，という Bohr の主張をまったく文字通りに理解せざるをえなくなる．なぜならば，もしも相互作用の以前に考えられる $S+A$ 系が量子力学の規則に従うふつうの物理系に過ぎないならば，それらの集団のどれも混合として記述可能のはずであり，上のように論ずることによって先のパラドキシカルな結論に到達するのを禁ずるような規則は無いからである．言いかえれば，もし Bohr に従って指針はいつでもきまった目盛間隔にあると主張するのならば，そのときは(明らかに)装置はその最終性のために単なる(巨視的)物理系以上のある物であるという，彼の説にも従わざるをえない．

量子力学の初期のころ，Schrödinger[4]は次のような実験を考えた．外部から十分に遮断されたいれものの中に猫と毒入りのフラスコとを一緒に閉じこめる．フラスコが割れると猫は死ぬ．フラスコは第 2 章で述べたような二つの穴の実験の粒子線の片方においた Geiger 計数管の放電によって破壊される．粒子線の強度は非常に小さくて，実験の全体を通じて 1 個の電子だけが放出される．こういう条件のもとでは，もし猫が量子系であって波動関数によって記述できると考えるならば，その終状態は必然的に二つの状態，“生きている猫”と“死んでいる猫”の量子論的重ね合せであり，したがって生きているか**それとも**死んでいるかの**どちらか**と考えることはできないことを，Schrödinger は指摘した．この状態は“外の観測者”がいれものを開けて内部を見るまで続く．なぜならば，波束が収縮し，二つの内の一つの場合に猫が本当に殺されるのは外の観測者が観測する過程を通じてだけだから．しかし猫の飼い主はこの記述

はパラドキシカルだというSchrödingerに同意するだろう．外の観測者が登場する前にも，“生きている猫”または“死んでいる猫”というオブザーバブルが，少くとも半分の場合には，まったくきまった値をその者に対しては持つような個体がともかく一つは存在するのだから——この個体とは，もちろん，その猫である．

このパラドックスはふつう笑ったきり忘れられるが，そうでないときには，しばしば，猫(あるいはもっと適当な言葉で言えば似た猫の集団)は混合によって記述すべきだから上の議論は本当は成り立たないという指摘がされる．しかし，この章の内容は，その指摘がSchrödingerの困難に対する満足な答を与えないことを示している．

文 献

[1] E. P. Wigner, *Am. J. Phys.* **31**, 6(1963).
[2] B. d'Espagnat, *Nuovo Cimento, Suppl.* **4**, 828(1966).
[3] F. Belinfante, *Measurement and Time Reversal in Objective Quantum Theory*, Pergamon, Oxford, 1975.
[4] E. Schrödinger, *Naturwissenschaften*, **23**, 807(1935).

第18章 理想的でない観測：外部世界の小さな影響

第16章と第17章で調べた理論は，多くの点で面白いものではあるが，すでに見たように，量子系が装置と相互作用するときに起るとふつう考えられている一般的な物理的過程の満足な理論を与えることには失敗している．このことは，もしも“満足すべき記述”という言葉が物理的概念だけを使う記述を意味するものとすれば，そしてさらに，もしも“物理的概念”という言葉が，その定義のために人間の能力とその実際的な制約とについての考察をまったく必要としないような概念を意味するものとすれば，ともかく本当である．

それでは，この要求はあまりにきびしすぎると考えるべきだろうか？ ある

いは，別の言葉で言えば，すべての場合に装置の指針のような巨視的な対象は，われわれおよびわれわれの知識または能力とはまったく無関係に，きまった目盛間隔に**ある**という主張は本当に量子力学の線型法則と相容れないのだろうか？ 第 17 章でこの設問に対する一つの答を与えた．けれども，われわれは測定が理想的である場合だけを研究したから，その答はまだ最終的ではない．実際，現実の観測のほとんどは理想的ではありえないことがわかるので，第 17 章の考察を理想的でない場合に拡張することが必要である．

この章では，現実の観測のほとんどが理想的でないことのいくつかの理由を調べ，第 17 章の考察を理想的でない観測に拡張する．

18.1 準　　備

理想的でない測定の例は簡単に見つかる．(しばしば議論される)一つの粒子の，ある軸 a の方向の不確定さが $\Delta p_a'$ の運動量 p_a の測定がそうである．装置はしばしば，粒子の状態が初めどうであったかに無関係に，測られる量の値を変える．それにともなって，p_a の測定で p_a' と $p_a'+\Delta p_a'$ の間にある結果が得られたのち，粒子あるいは粒子の集団は，p_a' と $p_a'+\Delta p_a'$ の間にある p_a の固有値にだけ対応する p_a の固有ベクトルによっては記述することができない．

すぐ考えつく変更は，単に，測定の結果が相互作用の，**後**でなく，**前**の系の状態に関係するとすることである．これを理想的な測定に関する前の考察と結びつけると，四つの種類の観測を互いに区別しなければならないことが容易にわかる．それは次の通りである．

1. $t=0$ に測定が行われる系 S が，初め測られる量 L の固有状態の一つにあった場合の理想的な測定．この場合，測定結果は量 L が $t=0$ の前と後の両方で**持つ**値と考えることができる．

2. 初め S が L の固有状態の一つにないときの理想的な測定．この場合，測定の結果は L が $t=0$ の**あとで**持つ値と考えることができる．

3. 初め S が L の一つの固有状態にあったときの理想的でない測定．測定の結果は L が $t=0$ の**前に**持っていた値と考えることができる．

4. 初め S が L の固有状態に無かったときの理想的でない測定．このとき個々の測定の結果は(しばしば $t>0$ で L がとる値の計算を可能にするけれども)

Sが持つ属性という言葉で解釈することはできない．しかし，系の集団Eについて測定をくり返せば，その結果の集まりは，もちろん，Eについて意味のある知識を与える．

1から4までの主張は，もしBohrの哲学を信じるならば，ある程度修正しなければならない．Bohrの哲学は装置が相互作用する系に，ある意味で，物理的性質を授けることを提唱しているから，まったく一般に，測定の結果はLが$t=0$の前に持っていた値であると言うことができる．ただしそのとき，“持つ”という動詞がきわめて秘儀的な意味に使われていることを記憶しなければならない．すなわち，すでに知っているように，Lはその値を，後に相互作用する装置とまったく独立に持つと考えることはできないからである．非常に形式的には，いくつかの非可換なオブザーバブルの値が原理的には無限大の精度で知りうるということさえできる．たとえば，もしも運動量をあらかじめ正確にきめた質量mの粒子の位置xを時刻$t=0$で測定すれば，われわれは任意の時刻$t=0$においてpとxの両方が持った正確な値を知っていると主張することができる．われわれは仮定によってpを知っており，またここではxの測定は$t=0$のすぐ**前の**xの値を与えると解釈するから，xをも知っている(任意の$t<0$における値は，$t<0$に対して$v=p/m$が知られているから，これから計算することができる)．けれども，明らかにこの2種類の知識は性格の違うものである．不確定性関係はやはり成り立っている．

18.2 理想的でない観測の一般性

現実の観測過程がおそらく理想的でないことを考慮に入れた観測理論の必要性は，Wigner[1]がまず与え次いでArakiとYanase[2], [3]によって一般化された注意に照らしてみると，その重要性がよくわかる．この節ではそれを取扱う．

理想的でない測定，すなわち(14-2)の型に合わない観測過程の例は，言うまでもなく，まったく容易に見つかる．(14-2)の型に合う理想的な観測の例も同じく容易に見つかると思われるかも知れない．しかし，厳密に言えば，これは正しくない．ふつう(14-2)と完全に一致すると信じられている多くの種類の現象は，よく調べてみると，装置が無限の“複雑さ”を持つ極限を除いては，正確

にはこの時間発展の型に従わないことがわかる.

このことを示すために, また, スピンの z 成分 S_z を測定するように設計されたStern-Gerlachの装置のスピン1/2の粒子に及ぼす影響を考えよう. いままで仮定されていたように, 現象が正確に(14-2)の型に従うならば, それは二つの表式

$$Iu_+ \longrightarrow A_+u_+, \tag{18-1}$$

$$Iu_- \longrightarrow A_-u_- \tag{18-2}$$

によって厳密に記述できる. ここで矢印は磁石を通る**前の**状態から**後の**状態への時間発展を象徴的にあらわし, $u_\pm$ は S_z の二つの固有関数, I と A は, 考えている粒子 S のスピンを除く, すべてを記述する規格化された固有関数である (I と A は, それぞれ初めおよび終りの状態をあらわす).

粒子 S が初め $O\hat{y}$ 方向に運動しているとして, 二つの実験を考えよう. その一つでは, 入射粒子は $O\hat{x}$ に沿って正の方向に完全に偏極している. もう一つでは, 粒子は同じ軸に沿って負の方向に偏極している. 量子論の時間発展の法則の線型性を(18-1)と(18-2)に適用すると, これら二つの実験は二つの式

$$\begin{aligned} Iv_+ &= I(u_+ + u_-)2^{-1/2} \\ &\longrightarrow 2^{-1/2}(A_+u_+ + A_-u_-) = \frac{(A_+ + A_-)v_+ + (A_+ - A_-)v_-}{2}, \end{aligned} \tag{18-3}$$

$$\begin{aligned} Iv_- &= I(u_+ - u_-)2^{-1/2} \\ &\longrightarrow 2^{-1/2}(A_+u_+ - A_-u_-) = \frac{(A_+ - A_-)v_+ + (A_+ + A_-)v_-}{2} \end{aligned} \tag{18-4}$$

によって必ず記述される. ここで $v_\pm$ は S_x の固有関数である.

L_x を, 粒子のスピンを除いた, すべての物の全角運動量の x 成分としよう. 複合系の全角運動量の x 成分 M_x は

$$M_x = L_x + S_x$$

であり, 同じ関係が平均値に対しても成り立つ:

$$\overline{M}_x = \bar{L}_x + \bar{S}_x. \tag{18-5}$$

$v_\pm$ と $A_\pm$ の直交性によって, (18-3)の右辺について, (18-5)は

$$\overline{M}_x = 2^{-2}[\langle A_+ + A_- | L_x | A_+ + A_- \rangle + \langle A_+ - A_- | L_x | A_+ - A_- \rangle] + 0 \tag{18-6}$$

を，(18-4)の右辺については

$$\overline{M}_x = 2^{-2}[\langle A_- - A_+ | L_x | A_- - A_+ \rangle + \langle A_+ + A_- | L_x | A_+ + A_- \rangle] + 0 \tag{18-6a}$$

を与える．これら二つの値は等しいから，M_x の平均値はどちらの終状態に対しても等しいことが予言される．しかしながら，二つの初期状態においては L_x は等しく S_x は異なるから，それらは明らかに異なる．したがってこの結果は粒子プラス装置から成る全孤立系に対する全角運動量の保存の原理と矛盾している．このため，基礎的な仮定(18-3)と(18-4)は厳密に正しいとは考えられない．

上に記述した現象はかなり一般的なものである．実際，有界作用素によって記述される加法的な保存量(一つの軸の方向の全角運動量のような)と可換でないオブザーバブルは，どれも理想的な観測をすることができないことが示される*.

この困難の解決はやはり Wigner[1]によって指摘された．その原理は，観測は理想的でなく，(18-1)と(18-2)によって記述されるのでなくて，

$$Iu_+ \longrightarrow A_+u_+ + \varepsilon_+u_-;\quad Iu_- \longrightarrow A_-u_- + \varepsilon_-u_+ \tag{18-7}$$

によって記述されると考えることである．ここで ε_+ と ε_- はやはり装置に関係しているが小さいノルムを持っている．そのとき(18-6)と(18-6a)は，もはや互いに等しくない，もっと複雑な式で置き換えられる．実際にはその差は $\varepsilon_\pm$ について1次である．(18-6)と(18-6a)の左辺の差は1だから，これは，装置のいろいろな状態の間の L_x の行列要素が $\hbar$ に比べて非常に大きいのがふつうで，それによって $\varepsilon_\pm$ の小ささを打消す場合にだけ，可能である．巨視的な大きさと複雑さをもつ装置については，これはもちろんそうなっている(装置の“最適の大きさ”については文献[3]を見よ).

この分析は大部分のオブザーバブルに対して，理想的な観測の概念は，それ

---

* 非有界作用素によって記述される量への拡張については Stein と Shimony [4] を見よ．v_m を対象に属するオブザーバブルの固有状態として，$I\cdot u_m \to A_m\cdot v_m$ の型の観測への拡張については Wigner と Yanase [5] を見よ．

が現実の観測が正確には決して再現しえない極限の場合であるという意味において，理想化であることを示している．しかし同時にそれは，装置が十分大きければ，この極限の場合は原理的にいくらでも小さい誤差で近づき得ることをも示している．したがってそれは，装置が巨視的な系であるという要請が観測理論の重要な特徴であることを示している．

この理由で，スピン成分の Stern-Gerlach の測定にもとづいた第 15 章で述べた議論は，その測定が厳密に(14-2)の型に従う理想的なものとして扱われたにもかかわらず，やはり成り立つ．事実，装置(ここでは磁石，コイルなどを含んでいる)の巨大な相対的な大きさと複雑さのために，(14-2)の型の理想的な測定がその過程の間非常によい近似で行われていると考えることができる．これがそこでの議論が正しいために必要なすべてである．けれども，もしも理想的な観測というものがそもそも存在しないのだとすると，すなわち，もしも波束の収縮という“難問”についてのすべてを，いまやわれわれがかなり重要であることを意識し始めた“理想的でない”観測に引きわたすことができるとすれば，この議論は決定的ではないかも知れない．これが次に研究する問題である．

18.3　初めの状態を混合としたときの理想的でない観測

理想的でない観測の理論が持つべきおもな特徴は Landau と Lifshitz[6] によって概略が示されている．もっとも簡単な方法で記述するために，この著者たちは初めに，装置の座標 g (たとえば，指針の先端が目盛の尺度の上に示す位置)の可能な値 g_n のスペクトルは不連続かつ非縮退であるという簡単化の仮定(もちろん本質的ではない)を置いている．g_n に対応する固有ベクトルを F_n とする．直交規格化ベクトル F_n のすべての集合は装置に対応する Hilbert 空間 $H^{(A)}$ を張る．同様に，1 組の直交規格化ベクトル φ_n が存在して，それは集合 F_n と 1 対 1 対応にあり，測定される系 S に結びついた Hilbert 空間 $H^{(S)}$ を張る．最後に，装置 A は次のようにつくられている．もしも初めに A が状態 F_0 に，S が状態 φ_n にあるならば，相互作用ののち，A は状態 F_n にあって，値 g_n が装置によって記録される．観測の“非理想性”は，そのとき，装置との相互作用が系を乱すことにあらわれる．したがって終状態では系 S はもはや状態 φ_n に

はない．S の終状態を ϕ_n とすれば，いま述べた全体の発展は表式

$$\psi_n F_0 \longrightarrow \phi_n F_n \tag{18-8}$$

に要約される．(18-8)と(14-2)との差は，ϕ_n が ψ_n に等しくなく，それらは必ずしも互いに直交もしないことである．ゆえに，一般に，ϕ_n は何かあるオブザーバブルの固有ベクトルであると考えることはできない*．しかし ψ_n はそう考えることができるものであって，定義として，装置は，固有ベクトル ψ_n を持つあるオブザーバブルが相互作用**の前に**持っていた値を測ると言うことができる．

14.1節の議論の仕方をここでただちに置き換えることができる．もしも系 S が初め

$$\sum_n a_n \psi_n$$

のような重ね合せにあるならば，量子力学の線型法則の結果，複合系は，相互作用が起ったのち，必ず

$$\sum_n a_n \phi_n F_n \tag{18-9}$$

によって記述される．

しかし，ここで Landau と Lifshitz は非常に重要な一歩を踏み出す．彼らは言う．系 A は巨視的だから，それは任意の時刻に，指針のきまった位置 g_n に対応する状態，すなわちきまった F_n で記述される状態にある．(18-9)の表式で導入された相関が守られるためには，複合系の終状態は

$$\phi_n F_n \tag{18-10}$$

で記述される状態の一つにあることになる．最後に，同じように準備された初めの状態の集団を考えよう．g_n に関する(18-9)式の統計的予言が守られるためには，相互作用の結果，初め

$$F_0 \sum_n a_n \psi_n \tag{18-11}$$

によって記述された集団が，

“$|a_n|^2$ に比例して各状態 $\phi_n F_n$ にある複合系”　　(18-11a)

---

* 特殊な場合には $\phi_n = U\psi_n$，$UU^\dagger = U^\dagger U = 1$ でありうる．けれども，そのときは理想的な測定に結びついていて前の節で論じた困難が同じく存在するから，ここでは考えない．文献[5]を見よ．

から成る(本義)混合に移ることになる．

しかしながら，すでに示したように，この主張はそのままでは維持できない．一つの集団が同時に(18-9)のような純粋状態と(18-11a)のような本義混合によって十分に記述されることは，**密度行列の一部分が観測可能でないときのほかは**，存在しない(密度行列を使えば次のようにも言える．(18-11)に対応するような，射影作用素である密度行列は，単なる時間的発展によってはこの性質を持たない密度行列に変換されることはない)．ここでは，すでに述べたように，密度行列の一部分の真偽の疑わしい"観測不能性"にもとづく説明の試みには頼りたくない(18.6 節を見よ)．

そうすると一つの明らかな可能性を調べることしか残っていない．それは第 17 章で述べた考察をこの理想的でない観測の場合に拡張することである．そこでは初めの状態を混合として記述することは観測理論の困難を解決しなかったが，理想的でない観測によって事情が異なる望みがある．

われわれの望む一般化は次のように容易に得られる[7], [8]*．まず，前に述べた g_n が非縮退という仮定は，言うまでもなく，除かねばならない．これからのち，指針の先端が目盛尺度の n 番目の間隔の中にあるときに，g は値 g_n を持つと言うことにする．したがって g_n は不連続であるが，それぞれの g_n はかなりの縮退を持つ．第 17 章のように，対応する縮退の添字の全体を記号 q で表わす．完全に厳密には q のスペクトルは部分的に連続としなければならないが，記法を簡単にするために，一般性を事実上失うことなく，非常に稠密に分布した不連続なものとして扱ってよい．また簡単のために，以下では縮退のないスペクトルを持つオブザーバブル L の測定を考える．

以上の条件のもとで，(17-1)をもっと一般的な形

$$\psi_n A_0^{(q)} \longrightarrow \sum_{\hat{q}} \phi_{n,q,\hat{q}} F_n^{(\hat{q})} \tag{18-12}$$

で置き換えよう．(18-12)において記号 $A_0^{(q)}$ の意味は(17-1)と同じであって，(17-1)式のあとで述べている説明はすべてここでも成り立つ(初めの $F_n^{(\hat{q})}$ が同じ n で異なる $\hat{q}$ に対して直交しないときには，$\phi_{n,q,\hat{q}}$ を定義し直すことによっ

* この節の結果のもっと簡潔な証明は Shimony と Stein [4] にある．

ていつでもそれらが直交するようにできることを注意しよう)．$A_n{}^{(q)}$と同じく$F_n{}^{(q)}$も，もちろん，Hilbert空間$H^{(A)}$に属している．$H^{(S)}$におけるベクトルである$\phi_{n,q,\hat{q}}$は，上の考察に従って，互いに直交する必要はなくまた規格化もしない．けれども次のことは注意しておかねばならない．$A_0{}^{(q)}$の1次独立性と(18-12)を惹き起す時間発展作用素の線型性の結果として，$\hat{q}$に無関係な$C_{n,q}$を係数とする任意の線型関係式

$$\sum_q C_{n,q}\phi_{n,q,\hat{q}}=0 \tag{18-13}$$

はすべてのqの値に対して

$$C_{n,q}=0 \tag{18-13a}$$

を与える(これを証明するには(18-13)に$F_n{}^{(\hat{q})}$をかけ，$\hat{q}$について和をとり，逆時間発展作用素を作用させ，$A_0{}^{(q)}$の1次独立性を用いればよい)．

以上の約束をすると，17.1節の議論の全体が初めからほとんど文字通りに移せる．唯一の注意すべき変化は，$Y^{(q)}$に対する表式(17-3)を

$$Y^{(q)}=\sum_{n,\hat{q}}a_n\phi_{n,q,\hat{q}}F_n{}^{(\hat{q})} \tag{18-14}$$

で置きかえることと，$Z_m{}^{(q)}$に対する表式(17-4)を

$$Z_m{}^{(q)}=\sum_{\hat{q}}\lambda_m{}^{(q,\hat{q})}F_m{}^{(\hat{q})} \tag{18-15}$$

で置きかえることである．ここでは$\lambda_m{}^{(q,\hat{q})}$は単に$H^{(S)}$におけるベクトルである．したがって(18-15)式は明らかに，gの一定の値(すなわちg_m)に対応する，$H^{(S)}\otimes H^{(A)}$におけるもっとも一般的なベクトルを与える．これから，第17章とまったく同じ考察によってここでも要求される恒等式(17-5)は，任意の空でない巨視状態mに対して

$$\sum_{\hat{q},n}\left(\sum_{q'}b_m{}^{(q,q')}a_n\phi_{n,q',\hat{q}}-\delta_{nm}\lambda_n{}^{(q,\hat{q})}\right)F_n{}^{(\hat{q})}=0 \tag{18-16}$$

を，すなわち，$H^{(A)}$におけるベクトル$F_n{}^{(\hat{q})}$の1次独立性によって，

$$\sum_{q'}b_m{}^{(q,q')}a_n\phi_{n,q',\hat{q}}=\delta_{nm}\lambda_n{}^{(q,\hat{q})} \tag{18-17}$$

を与える．

ここでもまた，(18-17)が成り立つような，数 $b_m^{(q,q')}$ とベクトル $\lambda_m^{(q,\hat{q})}$ の組が見出されねばならない．けれども，もしも2個以上の a が，たとえば a_1 と a_2 が0でないならば，そのような組は存在しない．なぜならば，

(a) $m \neq 1$ に対し，(18-17)は

$$\sum_{q'} b_m{}^{(q,q')} a_1 \phi_{1,q',\hat{q}} = 0$$

を与え，したがって(われわれは(18-13)のような任意の関係は対応する関係(18-13a)に導くことを示したから)

$$m \neq 1 \text{ で空でないとき} \qquad b_m{}^{(q,q')} = 0.$$

(b) $m \neq 2$ に対し

$$\sum_{q'} b_m{}^{(q,q')} a_2 \phi_{2,q',\hat{q}} = 0$$

で，同じ理由により

$$m \neq 2 \text{ で空でないとき} \qquad b_m{}^{(q,q')} = 0. \tag{18-18}$$

したがって最終的に，空でない巨視状態をあらわす m のすべてに対して

$$b_m{}^{(q,q')} = 0. \tag{18-19}$$

この節の結論はこのように否定的である．(18-12)の型の系-装置間相互作用，すなわち“非理想的”観測の考察は，それ自身では，観測理論の困難を解決しない．

Fine[9]と Fehrs および Shimony[10]が行った一般化はこの結論をさらに支持する．

18.4　一般化

前の節で考察した非理想的観測はさらにあるていど拡張できる[11]．これは時間発展の法則(18-12)を仮定**しない**ことによって簡単に行われる．言いかえれば，測られるオブザーバブル L が，初め対応する作用素の固有値 l_n の一つに等しい簡単な場合にさえ，われわれはもはや，測定の後，装置の変数の値が g_n であることを要求しない．それはやはりはっきり定義されており——それだけをわれわれは仮定する——作用素 G の固有値の一つに等しい．しかしこの固有値が g_n と異なるある g_m である，0でない確率 $W_m{}^{(n)}$ が存在する．われ

われは単に

$$\text{(i)} \qquad \sum_{m \neq n} W_m{}^{(n)} = \varepsilon_n \ll 1 \tag{18-20}$$

であることと，(ii)相互作用ののち，対象が初め

$$\psi = a_1|\psi_1\rangle + a_2|\psi_2\rangle \tag{18-21}$$

で記述されるような一般の場合にも，装置の変数は正確に定義されていることを仮定する．上の式において

$$L|\psi_i\rangle = l_i|\psi_i\rangle, \tag{18-22}$$

$$a_1, a_2 \neq 0$$

である．

このような非常にゆるい要請に対しても，上に定式化した観測の問題は，密度行列が観測可能と考えられる限り，解決を与えないことが示される．

第17章と同じく，相互作用の前の装置を記述する密度行列 $\rho_0{}^A$ を対角化しよう．p_q と $A_0{}^{(q)}$ を，それぞれ，その固有値および固有ベクトルとしよう．証明は，$\rho_0{}^A$ が縮退した固有値を持たない場合，すなわちすべての p_q が異なる場合にはとくに簡単である．この場合，系 $S+A$ の密度行列は初め

$$W_{\text{in}} \equiv |\psi\rangle\langle\psi| \otimes \rho_0{}^A = \sum_q p_q |\psi A_0{}^{(q)}\rangle\langle\psi A_0{}^{(q)}| \tag{18-23}$$

と書ける．

ゆえに相互作用の**後の**対応する密度行列は

$$W = UW_{\text{in}}U^{-1} = \sum_q p_q |\Omega^{(q)}\rangle\langle\Omega^{(q)}| \tag{18-24}$$

である．ここで

$$|\Omega^{(q)}\rangle = U|\psi A_0{}^{(q)}\rangle = a_1|\Omega_1{}^{(q)}\rangle + a_2|\Omega_2{}^{(q)}\rangle, \tag{18-25}$$

$$|\Omega_i{}^{(q)}\rangle = U|\psi_i A_0{}^{(q)}\rangle \qquad (i=1,2) \tag{18-26}$$

である．

作用素のテンソル積の固有値は二つの因子の固有値の積だから，W_{in} の0でない固有値は p_q である．W の(0でない)固有値もしたがって p_q である．それらは縮退していない．したがって(18-24)は W のすべての射影作用素の1次結合として可能なただ一つの展開である．ゆえに仮定(ii)によってケット $|\Omega^{(q)}\rangle$

の各 z は $1\otimes G$ の固有ベクトルでなければならない．けれどもほかの仮定によって $|\Omega_1^{(q)}\rangle$ と $|\Omega_2^{(q)}\rangle$ もやはりそうである．a_1 と a_2 はどちらも 0 でないから，これは $|\Omega_1^{(q)}\rangle$ と $|\Omega_2^{(q)}\rangle$ が $1\otimes G$ の**同じ**固有値に対応するときだけ可能である．この議論は添字 q のすべての値に対して成り立つ．観測が行われた**のち**の装置の変数の値は対象の初めの状態が $|\varphi_1\rangle$ であるか $|\varphi_2\rangle$ であるかには依らないことが導かれる．このような条件のもとでは装置は L の値 l_1 と l_2 を区別しない．したがってそれは役に立たずしりぞけられねばならない．定量的には，われわれが導いた結果は $W_m^{(1)}=W_m^{(2)}$ を意味する．したがってそれは不等式(18-20)がほかの仮定と両立できないことを示している．

p_q のあるものが縮退している，もっと現実的な場合には，W に対する(18-24)に類似の式は一意的ではない．この場合にも上に述べた仮定のすべてが成立することはなく，これらの仮定は受け入れうる観測理論の基礎にはならないことがわかる．この場合証明[11]は非縮退の場合よりも難しい．236 ページの問題 3 を見よ．

18.5　観測に対する Green 模型の議論

装置による観測の模型が Green[12]によって提出され Furry[13]によって論じられた．それは，たとえば Stern-Gerlach の実験の場合のように，まったく自然に 2 段階で起るとして記述できる型の観測過程を記述する．それらの段階の一つは，測定されるオブザーバブルが属する初めの量子系 S (粒子)がそのオブザーバブルの固有状態にない一般の場合に，粒子線をいくつかの異なる部分に分ける——たとえば磁石による——屈折である．この量が二つの固有値だけを持つ(たとえばスピン 1/2 の)場合を考えればよい．その場合粒子線の二つの異なる部分は

$$|\varphi_\pm\rangle=|u_\pm\rangle f_\pm(z) \tag{18-27}$$

である．すると，もしも初めの状態がたとえば $O\hat{x}$ 方向に完全に偏極しているならば，磁石を通ったあとの粒子の完全な状態ベクトルは

$$|\varphi\rangle=2^{-1/2}[|u_+\rangle f_+(z)+|u_-\rangle f_-(z)] \tag{18-28}$$

で，これはすでに第 15 章で述べたとおりである．研究している過程の第 2 段階は，多くの自由度を持つ巨視的な対象である検出器と S との相互作用から成

る．この実験では$f_+(f_-)$が0でない領域に置かれた二つの異なる検出器D_+ (D_-)がある．これらの検出器はSのスピンを変えないと仮定する．この章でいままでに論じた理由で，これらの検出器は一定の状態ベクトルで表わさない方がよい．それよりは，1個ずつの粒子が磁石を通り二つの検出器系と相互作用する素過程の集団を導入し，それに従って検出器の集団は，それぞれ密度行列ρ_+とρ_-によって記述すべきである．粒子の密度行列(あるいは“統計作用素”)は$|\psi\rangle\langle\psi|$だから，粒子-検出器相互作用の前の完全な密度行列はテンソル積

$$M_0 = |\psi\rangle\langle\psi|\rho_+\rho_- \tag{18-29}$$

である．Vを粒子と検出器系との間の相互作用 Hamilton 作用素としよう．それぞれの検出器は一つの“粒子線”とだけ相互作用するから

$$V|\psi_\pm\rangle = V_\pm|\psi_\pm\rangle \tag{18-30}$$

であり，したがって粒子-検出器相互作用の効果はM_0を

$$M = e^{-iVt}|\psi\rangle\rho_+\rho_-\langle\psi|e^{iVt} \tag{18-31}$$

$$= P_+ + P_- + P_{+-} + P_{-+} \tag{18-32}$$

に変えることである*．ここで Furry の記号

$$2P_+ = |\psi_+\rangle\langle\psi_+|e^{-iV_+t}\rho_+e^{iV_+t}\rho_-, \tag{18-33a}$$

$$2P_- = |\psi_-\rangle\langle\psi_-|\rho_+e^{-iV_-t}\rho_-e^{iV_-t}, \tag{18-33b}$$

$$2P_{+-} = |\psi_+\rangle\langle\psi_-|e^{-iV_+t}\rho_+\rho_-e^{iV_-t}, \tag{18-33c}$$

$$2P_{-+} = |\psi_-\rangle\langle\psi_+|\rho_+e^{iV_+t}e^{-iV_-t}\rho_- \tag{18-33d}$$

を使っている．(18-32)式の重要な点は，和$P_+ + P_-$が，粒子の半数が上の(すなわち +)粒子線に**あり**(したがって検出器D_+は“検出：イエス”の終状態に，検出器D_-は“検出：ノー”の終状態に**ある**)，残りの半数が同じく下の(すなわち −)粒子線に**ある**(したがって検出器D_+, D_-は上と逆の状況に**ある**)ような集団を記述する密度行列にちょうどなっていることである．したがって，もしも他の2項P_{+-}, P_{-+}が小さいことを示せれば，検出器D_+とD_-は，全過程が起ったあとで，すべての点で一定の巨視的な状況(あるいは“巨視状態”)に**ある**と非常によい近似で言えるという結論を定式化できる．この結論は――もう一度強調する必要はほとんどないことであるが――量子物理学の総体を，巨視的

* 簡単のため，相互作用時間中の発展作用素への自由 Hamilton 作用素の寄与は無視できると仮定する．

な系に適用された素朴実在論の一般仮定に調和させるので，一般に観迎されるものである.

事実，少くともある特殊な型の $V_\pm$ と特定の構造の検出器に対しては，P_{+-} と P_{-+} が小さいことの証明を与えることができるということがしばしば主張される(特に文献[12]を見よ). けれども Furry[13]が説得力をもって示したようにこの主張は誤っている. Furry は Green[12]が導いたと言っていることの中のいくつかの弱点を指摘した. しかしさらに重要なことは，彼がまったく一般的な議論から P_{+-} と P_{-+} は小さくありえないことを示していることである. 彼の証明は単に，$P_{+-}P_{-+}$ のような，P^2 のなかにある行列の積を計算することである. たとえば

$$4P_+{}^2 = (\langle\psi_+|\psi_+\rangle)|\psi_+\rangle\langle\psi_+|e^{-iV_+t}\rho_+{}^2e^{iV_+t}\rho_-{}^2,$$

$$4P_{+-}P_{-+} = (\langle\psi_-|\psi_-\rangle)|\psi_+\rangle\langle\psi_+|e^{-iV_+t}\rho_+{}^2e^{iV_+t}\rho_-{}^2$$

であり，これから P_{+-}, P_{-+} は P_+ に比べて小さいと見なしえないことは明らかである.

こうして Green 模型の研究から導かれるべき結論は，予期のとおり，18.3 節の一般論のそれと一致する. それはさらにこの結論をいくつかの点でもっと完全にする. その一つは，18.3 節の場合と違って，この節の考察では，固有値の連続スペクトルを稠密ではあるが不連続的に分布したものでおきかえることは必要でないことである. もう一つは，本当の密度行列と密度行列とされたものとの間の少くともいくつかの**重要な**違いを知ったことである. したがって，もしも密度行列が測定可能な量であるならば，装置のあまりに素朴な古典的記述と鋭く矛盾するような実験を原理的には考えることができることは確かである. 実際上そうすることができないのは技術上のきびしい制約のために過ぎない(必要な装置の大きさと複雑さは，事実，信じられないほど大きい).

18.6 一 般 化

前の節で述べた議論はいくつかの点でまだ完全には一般的でない.

まず第 1 に，これらの議論のすべては密度行列は原理的に測定可能であるという仮定にもとづいている. これは非常に疑わしい仮定であり，装置に対して何か超選択則が成り立ちうることを考えればとくにそうである. しかし，超選

択則の存在の可能性によって惹き起される特殊な問題は，実際は，重大な困難の原因ではない．事実，密度行列がある超選択則の存在のために部分的に測定不能である場合は密度行列が測定可能である場合に容易に帰着される．この点については17.2節の議論は非常に一般的であって，理想的でない測定にも明らかに適用される．

他方，すでに指摘したように，密度行列の要素のうちのあるものは，超選択則の存在とは無関係に測定不能であるかも知れない．この疑問を解決するためにいくつかの方法が考えられた．ここでは，かなり一般的であって，いくらか計算は長いけれども，まったく真正直な方法を述べよう．それは17.2節ですでに展開した議論の“準理想的”な測定(下の定義を見よ)への一般化である．はっきりさせるために，17.2節のように，特殊な例，すなわち装置Aとスピン1/2粒子のスピンSとの相互作用について述べる．装置はスピンのz成分を測るようにつくられており，粒子線は$O\hat{x}$方向に偏極している．$\varphi_n (n=1,2)$によってS_zの固有関数を，$H^{(A)}$によってA(粒子の空間座標をも含む)のHilbert空間を，$H^{(S+A)}$によって複合系$S+A$のHilbert空間を，$A_0^{(r)}$によって空間$H^{(A)}$の目盛間隔0にある指針を記述する部分空間の直交規格化基底を表わす．相互作用の，それぞれ前と後の二つの時刻t_0とt_1の間の発展作用素を$\mathcal{U}$としよう．

$$\mathcal{U}\varphi_n A_0^{(r)} = \Omega_n^{(r)} \qquad (n=1,2) \tag{18-34}$$

としよう．指針が目盛間隔$n (n=1,2)$にあり，**そして**nが1であるか2であるかにしたがって，S_zの値が$\pm 1/2$であるような$H^{(S+A)}$の部分空間をH_nとする．17.2節の仮定と違って，われわれはもはや$\Omega_n^{(r)}$が**厳密に**H_nにあるとは仮定しない．その代りにわれわれは次の手順にしたがう．$\tilde{H}_n$を$\Omega_n^{(r)}$によって張られる$H^{(S+A)}$の部分空間とし，$\Pi_n (\tilde{\Pi}_n)$を$H_n (\tilde{H}_n)$への射影作用素とし，$|a_n\rangle$ $(|\tilde{a}_n\rangle)$を$H_n (\tilde{H}_n)$の任意の規格化ベクトルとしよう．すると測定が準理想的であるという仮定を，

$$\| \Pi_n |\tilde{a}_n\rangle \| \approx 1$$

と

$$\| (1-\Pi_n) |\tilde{a}_n\rangle \| \ll 1 \tag{18-35}$$

を要求することによって，明確に定式化することができる．これらの関係式は，

$\tilde{H}_n$が“ほとんど”H_nに埋め込まれていることを表わしており，その結果，もし$S+A$系がΩ_nの1次結合で記述される状態にあるならば，この系においてS_zあるいは指針の位置が，nの他の値に対応する値にあるのを観測する確率は非常に小さい．

(18-35)とH_nの直交性から，$m \neq n$に対し

$$\|\Pi_m|\tilde{a}_n\rangle\| \ll 1.$$

次に

$$\Pi_1\tilde{\Pi}_2|a_1\rangle$$

を考えよう．$\tilde{\Pi}_2|a_1\rangle$は$\tilde{H}_2$にあって，その大きさはもはや1ではないから，$\|\Pi_1\tilde{\Pi}_2|a_1\rangle\| \ll 1$であり，Schwarzの不等式によって

$$|\langle a_1|\Pi_1\tilde{\Pi}_2|a_1\rangle| \leq \|a_1\|\|\Pi_1\tilde{\Pi}_2|a_1\rangle\| \ll 1.$$

しかし左辺はちょうど

$$\|\tilde{\Pi}_2|a_1\rangle\|^2$$

である．ゆえに

$$\|\tilde{\Pi}_2|a_1\rangle\| = \varepsilon' \ll 1 \tag{18-36a}$$

で，添字の役割を入れかえることにより

$$\|\tilde{\Pi}_1|a_2\rangle\| \ll 1. \tag{18-36b}$$

これらの関係は以下で役に立つ．

さてベクトル$\Pi_n\Omega_n^{(r)}$によって張られるH_nの部分空間をH_n'としよう．H_n''をH_nにおけるH_n'の補空間，すなわちH_n'に直交するH_nのベクトルのすべての集合としよう．$\psi_n F_n^{(s)}$をH_n''における直交規格化基底$(s \neq r)$とする．最後に

$$\Phi_n^{(s)} = \mathcal{U}^{-1}\psi_n F_n^{(s)}$$

と

$$\varepsilon_n^{(r)} = (1-\Pi_n)\Omega_n^{(r)}$$

を定義する．$\langle\,|\,\rangle$でスカラー積を表わすと

$$\begin{aligned}\langle\Phi_n^{(s)}|\psi_m A_0^{(r)}\rangle &= \langle\psi_n F_n^{(s)}|\Omega_m^{(r)}\rangle \\ &= \langle\psi_n F_n^{(s)}|\Pi_m\Omega_m^{(r)}\rangle + \langle\psi_n F_n^{(s)}|(1-\Pi_m)\Omega_m^{(r)}\rangle\end{aligned}$$

を得る．最後の辺の第1項は，互いに直交する空間($m=n$ならばH_n''とH_n'，$m \neq n$ならばH_nとH_m)の二つのベクトルのスカラー積だから，0である．ゆ

えに

$$\langle \psi_m A_0{}^{(r)} | \Phi_n{}^{(s)} \rangle = \langle \varepsilon_m{}^{(r)} | \psi_n F_n{}^{(s)} \rangle. \tag{18-37}$$

(実際は，$m=n$に対してはこの表式は0であることが容易にわかるが，それはここでは関係がない.)

S_zと指針が示す目盛間隔を表わす数との両方に対して，少くとも近似的にははっきりと定まった値をそれぞれが持つような系を一定の比率$p_n{}^{(t)}$で含む混合として，$S+A$の終状態を記述することが可能かどうかを研究することがわれわれの目的である．$Z_n{}^{(t)}$がそのような性質を持った$S+A$系の(規格化された)状態ベクトルであるとすると，$Z_n{}^{(t)}$を下のように表わすことが(特に*)可能なはずである：

$$Z_n{}^{(t)} = \sum_r x_n{}^{(t,r)} \Omega_n{}^{(r)} + \sum_s x_n{}^{(t,s)} \psi_n F_n{}^{(s)} + \sum_{i,t'} y_{n,i}{}^{(t,t')} G_{n,i}{}^{(t')},$$

ここで$G_{n,i}{}^{(t')}$は$H^{(S+A)}$の直交規格化状態ベクトルであって，

$$\begin{aligned} &\sum_r |x_n{}^{(t,r)}|^2 + \sum_s |x_n{}^{(t,s)}|^2 \approx 1, \\ &\sum_{i,t'} |y_{n,i}{}^{(t,t')}|^2 \ll 1. \end{aligned} \tag{18-38}$$

これから，17.2節ですでに述べた議論を使って，相互作用の前の時刻t_0において，$S+A$系の集団は確率$p_n{}^{(t)}$を持つ状態

$$\begin{aligned} Z_{n,\mathrm{in}}{}^{(t)} &= \mathcal{U}^{-1} Z_n{}^{(t)} \\ &= \sum_r x_n{}^{(t,r)} \psi_n A_0{}^{(r)} + \sum_s x_n{}^{(t,s)} \Phi_n{}^{(s)} + \sum_{i,t'} y_{n,i}{}^{(t,t')} K_{n,i}{}^{(t')}, \\ &\text{ここで} \quad K_{n,i}{}^{(t')} = \mathcal{U}^{-1} G_{n,i}{}^{(t')} \end{aligned}$$

の混合として記述できるはずである.

時刻t_0においてもしもS_zと指針の位置との共通の測定をしたならば，目盛間隔0にある指針とともに値$S_z=1/2(-1/2)$が見出される確率$P_+(P_-)$を，$Z_{n,\mathrm{in}}{}^{(t)}$を使って計算しよう．それは

$$P_\pm = \sum_{n,t} p_n{}^{(t)} \sum_r |M_{n,\pm}{}^{(t,r)}|^2$$

---

* 指定された条件をみたす任意の$Z_n{}^{(t)}$は実際この形に書くことができる(237ページの問題4を見よ).

によって与えられる．ここで，

$$M_{n,\pm}{}^{(t,r)}=\langle 2^{-1/2}(\psi_1\pm\psi_2)A_0{}^{(r)}\,|\,Z_{n,\mathrm{in}}{}^{(t)}\rangle,$$

すなわち

$$M_{1,\pm}{}^{(t,r)}=2^{-1/2}(x_1{}^{(t,r)}+\zeta_{1,\pm}{}^{(t,r)}),$$
$$M_{2,\pm}{}^{(t,r)}=2^{-1/2}(\pm x_2{}^{(t,r)}+\zeta_{2,\pm}{}^{(t,r)}),$$
$$\zeta_{n,\pm}{}^{(t,r)}=\langle(\varepsilon_1{}^{(r)}\pm\varepsilon_2{}^{(r)})\,|\,\sum_s x_n{}^{(t,s)}\psi_n F_n{}^{(s)}\rangle + \sum_{i,t'} y_{n,i}{}^{(t,t')}\langle(\psi_1\pm\psi_2)A_0{}^{(r)}\,|\,K_{n,i}{}^{(t')}\rangle$$

である［(18-37)式による］．

われわれの初期条件の選択は $P_-=0$ と $P_+=1$ を意味する．前者の条件は，$p_n{}^{(t)}\neq 0$ ならば $M_{n,-}{}^{(t,r)}=0$，すなわち

$$x_1{}^{(t,r)}=-\zeta_{1,-}{}^{(t,r)};\qquad x_2{}^{(t,r)}=\zeta_{2,-}{}^{(t,r)}$$

を与える．これらの関係を P_+ に代入すると

$$2P_+=\sum_t\Big\{p_1{}^{(t)}\sum_r|\zeta_{1,+}{}^{(t,r)}-\zeta_{1,-}{}^{(t,r)}|^2+p_2{}^{(t)}\sum_r|\zeta_{2,+}{}^{(t,r)}+\zeta_{2,-}{}^{(t,r)}|^2\Big\}$$

となる．(1組の任意の複素数 a と b に対して成り立つ)不等式

$$|a+b|^2\leq 2(|a|^2+|b|^2)$$

によって，これは

$$2P_+\leq 8\sum_t p_1{}^{(t)}\Big\{\sum_r\Big|\Big\langle\varepsilon_2{}^{(r)}\Big|\sum_s x_1{}^{(t,s)}\psi_1F_1{}^{(s)}\Big\rangle\Big|^2+\sum_r\Big|\Big\langle\psi_2A_0{}^{(r)}\Big|\sum_{i,t'}y_{1,i}{}^{(t,t')}K_{1,i}{}^{(t')}\Big\rangle\Big|^2\Big\}$$
$$+8\sum_t p_2{}^{(t)}\Big\{\sum_r\Big|\Big\langle\varepsilon_1{}^{(r)}\Big|\sum_s x_2{}^{(t,s)}\psi_2F_2{}^{(s)}\Big\rangle\Big|^2+\sum_r\Big|\Big\langle\psi_1A_0{}^{(r)}\Big|\sum_{i,t'}y_{2,i}{}^{(t,t')}K_{2,i}{}^{(t')}\Big\rangle\Big|^2\Big\}$$

を与える．$\Psi_n=\sum_s x_n{}^{(t,s)}\psi_nF_n{}^{(s)}$ としよう．すると上の式のそれぞれの｛ ｝の中の第1項は

$$\sum_r\langle\psi_n|(1-\Pi_m)|\Omega_m{}^{(r)}\rangle\langle\Omega_m{}^{(r)}|(1-\Pi_m)|\psi_n\rangle$$
$$=\langle\psi_n|(1-\Pi_m)\tilde{\Pi}_m(1-\Pi_m)|\psi_n\rangle$$

の形を持ち，その上 $m\neq n$ である．$\psi_n\in H_n$ だから $\Pi_m\psi_n=0$ であり，上の式は

$$\|\tilde{\Pi}_m|\psi_n\rangle\|^2$$

に帰着し，これは(18-36a)式と(18-36b)式のために1よりずっと小さい．

それぞれの{ }の中の第2項は

$$\left\langle \sum_{i,t'} y_{n,i}{}^{(t,t')} K_{n,i}{}^{(t')} \middle| \Pi_0 \middle| \sum_{i,t'} y_{n,i}{}^{(t,t')} K_{n,i}{}^{(t')} \right\rangle$$

と書ける．Π_0 は $\psi_n A_0{}^{(r)}$ によって張られる空間への射影作用素である．この量はしたがってベクトル $\sum_{i,t'} y_{n,i}{}^{(t,t')} K_{n,i}{}^{(t')}$ の長さより小さく，後者は $K_{n,i}{}^{(t')}$ の直交規格性(これは $G_{n,i}{}^{(t')}$ のそれから出る)によって $\sum_{i,t'} |y_{n,i}{}^{(t,t')}|^2$ に等しい．けれどもこの和も仮定(18-38)によって1よりずっと小さい．

こうして，P_+ は一般型

$$P_+ = \sum_t (p_1{}^{(t)} \alpha_1{}^{(t)} + p_2{}^{(t)} \alpha_2{}^{(t)})$$

を持ち，$\alpha_1{}^{(t)}$ と $\alpha_2{}^{(t)}$ はどちらも1よりずっと小さいことがわかる．$\sum_t (p_1{}^{(t)} + p_2{}^{(t)})$ は1に等しくなければならないから，これは P_+ が1ではありえないことを意味する．したがってわれわれは矛盾に到達する．言いかえれば，条件(18-35)，(18-36)および(18-38)によって定義した，**準理想的観測**の概念の導入は，先に純粋に理想的な観測の理論の枠組の中で指摘された困難を解決するには十分でない．

ちょっと見ると，この節の議論は統計的非可逆性に関してよく知られたLoschmidtのパラドックスと関係しているように思われるかも知れない．けれどもよく調べてみると，二つの考えの間にはどちらかと言えば表面的な類似があるに過ぎないことがわかる．Loschmidtの場合には，意味のある結果を得るにはすべての速度を正確に逆にすることが必要である；言いかえれば非常に多くの可能な状態の中から非常に特定の状態を選び出すことが必要である．ここでは，それと反対に，われわれは装置と系の非常に一般的な“常識”の要求に従って受け入れることのできる，すべての可能な状態を考えた．その上，Loschmidtの場合には，まったく特定の初期状態に可逆的に対応するまったく特定の終状態が現実に存在する．ここでは常識の要求にしたがって受け入れることのできる終状態の**どれも**無矛盾性の検査に合格しない．もっと精密な議論は文献[14]に述べられている．

18.7 結　論

いままでに得られた結果は量子力学のCopenhagen解釈の正しい理解の仕方の実例として幾分か役立つだろう．なぜならそれは一つの例について，量子力学の観測理論が提起する諸問題を普通の量子力学の**手段**だけで解決することは，たとえある種のHermite作用素の観測不能性についていくつか仮定をつけ加えても，ほとんど望めないことを示しているからである．他方，もしもいままでに述べた結果をCopenhagen解釈の助けを借りて理解しようとするときには，第9章で出会ったその中心的な原理の一つ——物理的というよりは認識論的な——を最大限に使うことをいといさえしなければ，そうすることができるように思われる．この原理は第21章でさらに分析するのであるがそれは，まったく特定の例外を除いては，いかなる物理的性質も量子系に(あるいは量子系の集団に)与えることはできないことを言っている．その例外については，Aが系と相互作用する装置であるならば，その物理的性質とはAがそれを測定するように設計されたものだけである．この原理をわれわれの例に適用すると，与えられた実験的条件のもとでは，そして**もしAが測定装置と考えられるならば**，入射粒子線はそれを**つくり出す**実験家には$O\hat{x}$方向に完全に偏極していると考えられるにもかかわらず，この同じ粒子線は実際は$S_z=\pm1/2$状態($P_+=P_-=1/2$を与える)の混合と考えなければならないという主張をすることになる．実際のところ，厳格なCopenhagen正統理論にあっては，S_xを測るように向けられた第2の装置を持ちこんだときにだけ粒子線は$O\hat{x}$方向に偏極して**いる**と(そして$P_\pm$に意味を与えることができると)主張することができると思われるかも知れない．しかしそのときは全体の設定が変ってしまい，本文で行った計算は適用できない．

固有の物理的性質を所有する(そして伝える)ことができるという特権が，たとえば，粒子線やほかの物理系でなく，測定**装置**に帰するというのはたしかに非常に奇妙である．装置のこの能力がいわば過去に向っても“作用する”こともまったく驚くべきことである．このような見解は，もしそれを厳密にとるならば，“装置”という言葉で意味されるもの，“因果律”という言葉で意味されるもの，そして究極的には“実在”という言葉で意味されるものの非常に注意深い制限された定義を必要とするだろう．それらのどの段階も容易ではないから，

その議論は次の二つの章にまわす方がよいだろう．

われわれが出発した仮定，すなわち““装置”と呼ばれる物理系の指針はいつでも，少くとも近似的には，あるきまった目盛間隔の中にある”という仮定を断念する可能性は，もちろん，残っている．Copenhagen 解釈の精神ではこれはまったく受け入れうる方法である．なぜかというと，$S_x=\pm 1/2$ の観測に対する確率 P_+ と P_- を考えるやいなや，それは A から観測の**装置**としての力をうばいとることを意味するからである．そのとき A はふつうの物理系に過ぎない．そして，ちょうど Bohr が**思考**実験に持ち込んだいくつかの隔壁のように，巨視的ではあるけれども量子力学的に扱わなければならない．そのとき Copenhagen 正統理論における何物もそれを巨視的に異なる状態の重ね合せと考えることを禁じない．以上にかわるものとして，われわれはまた Copenhagen の考え方をまったく放棄して，単に A は，われわれがそれを装置と呼ぶことを選ぶかどうかには関係なく，そのような重ね合せにあると主張することもできる．事実，まさにこのことを仮定する，Everett[15] が“状態の関連性の理論”と呼んでいる理論が存在する．第23章でそれを紹介する．

ここで最後に一つの注釈をつけるのが適当だろう．問題はふつうの量子力学の手段によってはほとんど解決する望みがないと前に述べた．この判断をもっとはっきりさせることができるだろうか？　特に，観測の概念の可能な一般化を，そのどれも首尾一貫していないことを証明するために，すべて調べたであろうか？　明らかに実際はそうではない．特殊な例だけをとるために，18.4 節で調べた一般化と 18.6 節で調べた一般化とを結びつける可能性をわれわれは研究しなかった．しかし(文献[14]を見よ)，この着想もある矛盾に導くことがわかる．

もっと一般的に，問題になっている分野の研究は完全というには程遠い．かなりの分量の精緻な研究がまだ必要であるし，事実，それがされなければ最終的判断を述べることはできない．しかし，いままでに行われた仕事は非常に強い徴候を与えるのにまったく十分である．そして，すでに見たように，この徴候は，物理学についてはっきりと実用主義的な考え方を固く守るのでない限り，否定的である．

文　献

[1] E. P. Wigner, *Z. Phys.* **133**, 101(1952).
[2] H. Araki and M. M. Yanase, *Phys. Rev.* **120**, 622(1961).
[3] M. M. Yanase, *Phys. Rev.* **123**, 666(1961).
[4] H. Stein and A. Shimony, in *Foundations of Quantum Mechanics, Proceedings of the Enrico Fermi International Summer School*, Course IL, Academic Press, New York, 1971.
[5] E. P. Wigner and M. M. Yanase, *Ann. Jap. Assoc. Phil. Sci.* **4**, 171(1973).
[6] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics*, Pergamon Press, London, 1958.
[7] B. d'Espagnat, *Nuovo Cimento, Suppl.* **4**, 828(1966).
[8] J. Earman and A. Shimony, *Nuovo Cimento* **54B**, 322(1968).
[9] A. Fine, *Phys. Rev.* **D9**, 2783(1974).
[10] M. H. Fehrs and A. Shimony, *Phys. Rev.* **D9**, 2317(1974).
[11] A. Shimony, *Phys. Rev.* **D9**, 2421(1974).
[12] H. S. Green, *Nuovo Cimento* **9**, 880(1958).
[13] W. H. Furry, *Boulder Lectures in Theoretical Physics*, Vol. 8A(1965), University of Colorado Press, 1966.
[14] B. d'Espagnat, *Nuovo Cimento* **21B**, 233(1974).
[15] H. Everett III, *Rev. Mod. Phys.* **29**, 454(1957).

第4部の問題

問題1

“イエス”または“ノー”の情報だけを与え，系が状態$|\phi_i\rangle$にあるときに確率c_iで“イエス”の応答をするような測定装置を考える．系が密度行列ρで記述されるときに測定の結果が“イエス”である確率を書け．この確率をρと“効率行列”と呼ばれるもう一つの行列との積のトレースとして表わせ．

(Wigner)

問題2

14.3節で述べた量子系Sと装置Aとの間の相互作用の例をもう一度考えよう．ただし量子系の初期状態は

$$\psi = \sum_m c_m \psi_m$$

であると仮定する．ここで ψ_m は測られるオブザーバブル L の固有ベクトルであり，簡単のために，固有値 $l_m=m$ に対応すると仮定する，すなわち

$$L\psi_m = m\psi_m.$$

(a) (14-17)式と発展法則の線型性を使って $S+A$ 系の終状態を書け．

(b) 測定の相互作用が時刻 τ と 2τ に生じ（これは(14-12)にさらに

$$[\partial(t-\tau)+\partial(t-2\tau)]L\cdot\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial Q}$$

を加えることを意味する)，そして時間 τ の間にそれぞれの固有状態 ψ_m は1次結合に発展して

$$\psi_m \longrightarrow \sum_n b_{nm}\psi_m$$

となり，その時間間隔の間 Q は運動の恒量であると仮定する．そのとき，時刻 2τ のすぐあとの $S+A$ 系の全状態ベクトルを書け．

(c) (b)で得られた結果を使って，指針の位置として値 Q_0 を，同時に L として値 l_0 を見出す確率を書け．その式から n を消去せよ．

(d) (c)で得られた結果を使って，時刻 2τ のすぐあとで，L の値にかかわらず，指針が位置 Q_0 に見出される確率の値を求めよ．

(e) (d)で考えた確率を，時刻 $t=0$ および $t=\tau$ のすぐあとで指針がきまった（しかし未知の）位置をとると仮定して計算せよ．すなわち，可能ないろいろな中間段階の確率を計算し，それを使って求める確率を計算せよ．こうして得られた結果が(d)で得られた結果と一致せずしたがって正しくないと考えねばならないことを示せ．

(Bell および Nauenberg)

問題 3

18.4節で考えた密度行列 $\rho_0{}^A$ の固有値 p_q のあるものが次数 N_q だけ縮退している．

この節でなされた仮定にしたがうと，W は射影作用素 W_q の1次結合 $W=\sum_q p_q W_q$ として書くことができ，W_q のどれも $1\otimes G$ の与えられた固有部分空間に属するケットを別の部分空間に属するケットに変換することはないことを示せ．

$|\Omega_i^{(q,r)}\rangle(i=1,2)$ と $|\Omega^{(q,r)}\rangle$ を，18.4節で定義された $|\Omega_i^{(q)}\rangle$ と $|\Omega^{(q)}\rangle$ に対応するケットとしよう（r は縮退の添字である）．$\{|\xi_{q,s}^{(i)}\rangle\}$ を密度行列 $W_i^{(q)}=\sum_q p_q|\Omega_i^{(q)}\rangle\langle\Omega_i^{(q)}|$ の基底とし $(i=1,2)$，

$$|\Omega_i^{(q,r)}\rangle=\sum_s C_{q,r,s}^{(i)}|\xi_{q,s}^{(i)}\rangle$$

とする．添字 q の任意の値に対し

$$W_q=\sum_{i,j}a_ia_j^*\sum_{s,s'}\sum_r C_{q,r,s}^{(i)}C_{q,r,s'}^{(j)*}|\xi_{q,s}^{(i)}\rangle\langle\xi_{q,s'}^{(j)}|$$

であることを示せ．18.4節の仮定にしたがって，$\{|\xi_{q,s}^{(i)}\rangle\}$ のそれぞれの元が $1\otimes G$ のあるきまった固有空間 H_n に属するような $\{|\xi_{q,s}^{(i)}\rangle\}$ の選び方が存在することを示せ．与えられた H_n に属する n_1 個のケット $|\xi_{k,s}^{(1)}\rangle$ が同じ H_n に属する n_2 個のケット $|\xi_{k,s}^{(2)}\rangle$ と異なるような q の値 k が少くとも一つあることを示せ．$n_1>n_2$ と仮定せよ．H_n に属するものが初めの n_i 個であるように $|\xi_{k,s}^{(i)}\rangle$ $(i=1,2)$ の添字をつけかえよう．

$$\sum_{r=1}^{N_k}C_{r,s}^{(1)}C_{r,s'}^{(2)*}=0 \qquad (s\leq n_1,\ \ s'>n_2)$$

であることを示せ．N_k 個の組 $C_{r,s}^{(1)}$（s は固定）と N_k 個の組 $C_{r,s'}^{(2)}$（s' は固定），$r=1,\cdots,N_k$，は N_k 次元複素ベクトル空間における，適当なスカラー積を持った，ベクトルと考えることができることと，$s\leq n_1$ で $s'>n_2$ であるようなすべての N_k 個の組は，この空間において互いに直交していることを示せ．その数は N_k より多いことを示し，次になぜそれが不可能であるかを説明せよ．18.4節でなされた仮定は p_q が縮退しているときでも首尾一貫しないことを結論せよ．

(Shimony)

問題 4

記号は18.6節と同じとする．$|\alpha\rangle\in\tilde{H}_n$，$|\beta\rangle\in H_n''$ とし，$\||\alpha\rangle\|^2+\||\beta\rangle\|^2\approx1$ としよう．$|Z\rangle$ を任意のベクトルとするとき

$$|\gamma\rangle=|Z\rangle-|\alpha\rangle-|\beta\rangle$$

によって $|\gamma\rangle$ を定義することができる．

条件 $\||Z\rangle\|=1$ と $\|\Pi_n|Z\rangle\|\approx1$ から $\||\gamma\rangle\|\ll1$ が出ることを示せ．

問題 5

212 ページの脚注に引用した本の付録 C を文献[14](第 18 章)の内容と比較せよ．そこに述べられている問題を解明することを試みよ．

問題 6

Ox 方向に進んでいるスピン 1/2 粒子 U のスピンの z 成分 $\sigma_z^{(U)}$ が，位置 $x=n=1, 2, \cdots$ に固定されたスピン $\boldsymbol{\sigma}^{(n)}$ の半無限直線列から成る装置によって測られる．Hamilton 作用素は

$$H = -i\frac{\partial}{\partial x} + \sum_{n=1}^{\infty} W(x-n)\sigma_x^{(n)}(1-\sigma_z^{(U)})$$

であって，$W(x)=0\,(|x|>r)$ および $\int_{-\infty}^{\infty} W(x)dx=\pi/4$ である．

(a) $$\psi_\pm(t, x) = f(x-t)u_\pm^{(U)}v_\pm^{(1)}(x-1)\cdots v_\pm^{(n)}(x-n)\cdots$$

が Schrödinger 方程式の解であることを示せ．ここで

$$v_+^{(n)}(x-n) = u_+^{(n)}; \quad v_-^{(n)}(x-n) = \exp[-2iG(x-n)\sigma_x^{(n)}]u_+^{(n)},$$

$$G(x) = \int_{-\infty}^{x} W(y)dy; \quad \sigma_z u_+ = u_+$$

である．また $f(x)=0\,(|x|>w)$ は $n>t+r+w\,(n<t-r-w)$ に対して $v_-^{(n)}(x-n)=u_+^{(n)}\,(u_-^{(n)})$ を与えることを示せ．

(b) N を有限として $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}, \cdots, \boldsymbol{\sigma}^{(n)}$ だけを含む任意のオブザーバブル Q は $(\psi_+, Q\psi_-)$ が $t\to\infty$ のとき 0 に近づくようなものであることを示せ．すべての格子スピンが上向きの状態から出発して，観測問題に応用せよ．

(c) もしも $M<t-r-w<M+1$ で $R=\sigma_x^{(U)}\sigma_y^{(1)}\cdots\sigma_y^{(M)}$ が測定可能であるならば観測の問題は解決**されない**ことを示せ．

(Hepp および Bell)

第 5 部
知識と物理的世界

いままでの章で蓄積された結果が意味するのは正確にはどういうことであろうか？ 常識が命じるように有限な分離可能な**事物**によって考えることを，それは本当に禁じるのだろうか？ そうでないとしたら，それはそのような概念にどんな意味を与えることを許すのだろうか．言いかえれば，有限な事物をわれわれ自身の経験から独立と考えることがどの程度まで許されるのだろうか？ たとえわれわれの経験する事物が，感じ行動する**われわれの**能力に関係しているとしても，そうでないもっと基本的な**物理的実在**を考えることができるだろうか？ そのとき，また，このより基本的な実在は，古代原子論および古典的原子論の精神において，多数の対象から成ると考えることができるだろうか，あるいは本質的に分離不能な全体と考えるべきだろうか？ 後者の場合，経験はどこまでそれに近づけるだろうか，そして，より基本的に，そのような実在の概念はどの程度まで**意味**を失わないだろうか？ これらの疑問は，部分的に哲学的な性格にもかかわらず，第 4 部で概観した見たところパラドキシカルな結果の存在が証明するように，現代物理学によって提起されたものである．

このような状況のもとで，以上の疑問を扱うもっともよい方法は次のようにすることである．それは成功しかつほぼ普遍的な現存の物理学の理論，すなわち量子力学に具体化されているわれわれの経験に照らして，可能ないろいろな答を試すことである．ところで，量子物理学の基礎付けをめざして現在進められているいろいろな研究の基礎にどんな一般的概念構成があるのかを見出そうとする人は，誰でも容易に，二つの主な傾向の存在を認めることができる．それは科学的真理の概念についての二つの異なった——そして，不幸なことに，ほとんど調和させることのできない——考え方に対応している．その一つは論理実証主義と類似の傾向の考え方に代表される．その叙述と議論が第20章の

主な部分を成している．もう一つは実在論であるが，これは中世の意味とはまったく違う．実際，量子物理学の基礎づけの多くの研究は，その中に暗黙のうちに含まれている一種の近代的実在論にもとづいている．われわれの仕事の一つはこの傾向を分析することでなければならない．これは第19章の主な課題である．第21章と第22章はより特殊的に物理学の近代的認識論，すなわち，Copenhagen 解釈およびそれに代る可能性のあるものにあてられる．

第19章　実在と対象

第1節は，科学者と同じく一般の人々の心にも深く根ざしている考え，すなわち物理的実在はわれわれ自身から独立であるという考えに，適度に明確な形を与える試みである．それに続く節では常識によって示唆される付加的な仮定を導入することによって，この考えを特殊化する．こうして得られる実在論の諸説を量子物理学の光に照らして論じる．それは受け入れられないことがわかる．

19.1　実在論

すぐ前の前書きに述べた注意から考えて，実在論を論理実証主義との違いを通じてすぐに特徴づけることから始めるのが適当である．論理実証主義は次の章で研究するのだが，その主な考え方はよく知られている．それは，言明はそれがある一連の操作と観察によって人間によって検証されうるときにのみ意味を持つ，ということである．その結果，論理実証主義は次の言明には意味を与えることができないと主張する．**物理的実在は観測者が存在しなくても存在する**．これと対照的に，上の言明が意味を持ち，その上真実であるという見解をわれわれは実在論と名づける．

このさしあたりの定義は，正当性が——まったく明白な理由によって！——検証できない言明に意味を与えているという批判にさらされる．論理実証主義者にとってはそれは理解可能ですらない．他方，現代の一般人にとっては，物理的実在が絶対的な意味でまた人類が存在しなくても存在するという考え，そ

して実際それはすでに，そのような意味で人あるいはほかの生命の発現の前にも存在したという考えはまったく明らかなものと思われている．言いかえれば，一般の人が論理実証主義者に対して認めることは，たかだか，そのような種類の言明は**科学的**意味は多分持たないのだということまでである．そして彼は，これは**科学的**知識の限定された定義に過ぎず，問題の言明は，たとえその意味が科学者がふつう興味を持たないようなものであるとしても，立派な断言的な意味を**持つ**と考える．

二つの考え方を隔てる深淵とこの状況が含んでいるすべてのありうる誤解を考えるとき，われわれは実在論的立場を急いで禁止すべきではない．いずれにせよ，実証主義の見解の短所をくわしく検討するまでは，そうすべきではない．ところで，“実在論的哲学”と呼べるような哲学の基本仮定を明確に述べることが必要である．それを次のように選ぶことにする．

仮定 1

実在を存在するすべての物として定義することは意味がある．

仮定 2

われわれ自身実在の中に埋め込まれているけれども，実在は，生命および意識の発現以前に存在したしまた人類が存在しなくても存在するという意味で，われわれから独立である．

仮定 3

実在のいくつかの特徴はわれわれの知識になりうる．

仮定 1 に従えば，存在の概念は定義を必要としない始源的なものである（他方，ある場合には，定義された概念に対応するある実体が“本当に存在する”かどうかを決定することは，もちろん困難である）．仮定 2 に従えば，実在——存在するすべての物の集合——は，それを知ることが難しく部分的には不可能でさえあるかも知れないけれども，決して人間の心の単なる創造物ではない．仮定 2 はこのように，論理実証主義および関連する哲学の基礎にある暗黙の人間中心主義に代るものを提示している．

実在論が勝手な形而上学的構成以上のものであるためには，われわれは経験を通じて実在を把握する力を持たなくてはならない．これが仮定 3 の理由である．この仮定は，実在論哲学の領域を小さくしないように，この段階ではわざ

と非常に漠然としたものにしてある．

同じ理由で，われわれは，存在するものの全体を，“物理的実在”でなく“実在”と呼ぶ．“物理的”という言葉は“物理学の法則に従う”ことを意味するから，物理学の範囲を正確に指定しないと間違って定義される．それにもかかわらず，実在についての**ある**考え方は“物理的実在”と呼ばれるものの外にあると考えるのがふつうの習慣である．たとえば Platon の実在論に関してそうである．われわれは実在論のカテゴリーをできるだけ広く保つことを考えているから，このような哲学を勝手にその外にはじき出すことは目的に合わない．他方，われわれの実在論の定義は，明らかに，Platon の実在論に直結するものではない．実際それは，たとえば，唯物論について与えられている定義の大部分を含んでいる．これらのさらに特殊な哲学はいくつかの仮定を付け加えることによって実在論から得ることができる．

19.2　微視的客観主義

“物理的実在”と呼ばれる実在のある部分は分離して考えることができ，特徴的な，すなわち一つの特定の対象に属する性質を賦与されているという考えにわれわれは慣れている．物質は原子，素粒子，等々から成っているから，この見方はふつう“微視的対象”と呼ばれるそのような実体にも当然拡張される．いうまでもなく，微視的対象は——隠れた変数が無い理論では——不確定性関係をみたさねばならず，それは微視的対象が同時にそのような性質をあまりに多く持つことを許さない．そこで初心者がしばしば考える仮説は，微視的対象は**この関係と両立する最大数の固有の物理的性質を持つ**ということである．この仮定には，それらの性質は測定器のような他の系との相互作用によって変りうるが，ともかくそれはそのような装置の単なる存在あるいは非存在とはまったく独立に存在する，という考えがつけ加えられる．この理論を“微視的客観主義”と名づけよう．

ふつうの量子力学では，この仮説は，微視的粒子はその歴史のどの時刻でも，特定の値を与えられた両立可能なオブザーバブルの完全系をいつでも持っていることを意味する．そのような粒子の集団は，他の系との相互作用が起ったあとでさえ，その系の Hilbert 空間に属するきまった状態ベクトルによっていつ

でも記述可能なはずである．第7章と第8章で知っているように，これは可能ではない．ゆえに微視的客観主義は隠れた変数が存在しないという仮定と両立しない．

それ自身初等的ではあるが，この結果は根強くしみこんでいる考え方に関して広くあてはまる帰結を含んでいる．たとえば，“原子論”の名のもとにLeukipposとDemokritosによって始められた世界の一般的記述のための方法はまさに微視的客観主義のなかの一つの説である．したがってそれは先の考察によって否定される．同様に，上の結果を“多元主義”と呼びうる哲学と調和させることは，控え目に言っても，まったく難しそうである．多元主義という言葉でわれわれが意味するのは，分子の発見や古典的な気体の運動学的理論の完成の影響などもあって，19世紀の末までおもに採用されていた，世界の一般的な記述である．

多くの型の多元主義的哲学が提唱されている．その共通で特徴的な性格は，それらが自然現象を，それぞれがそれ自身の性質を持つ非常に多数の簡単な要素の間の(整合的なあるいはばらばらの)相互作用から生じるとして記述しようとすることである．量子力学に従って起ることは，その反対に，たとえある時刻に多数の微視的な系がそれぞれそれ**自身の**独立な性質の最大の組を持っていたことが本当であったとしても，それは，系の間の最初の相互作用が起った時刻よりあとの時刻では，本当ではありえない．実際，相互作用が起ると(それはふつう二体現象である)それに関与する要素系は，いわば，それが持っていた性質のあるものを失う．それに代って新しい性質が現れるが，それは両方の系に共通である．すなわち，それは実は元の二つの系から成る複合系の性質である(第8章を見よ)．その二つの“構成要素”は，少なくとも考えつくことのできるどんな古典論的類推においても，ある時刻ののちには一般に相互作用を止めるにもかかわらず，概念的には分離不能な全体と考えねばならない．すでに見たように，そのような非局所性——あるいは前の呼び方では分離不能性——は単なる統計的相関以上のあるものである．以前のある相互作用によって二つの遠く離れた系(あるいはむしろその集団)が統計的に相関を持っているだけの時には，古典物理学では一つの系に作用することによって他方の系は変らない(その作用が測定ならば，われわれは系に関するわれわれの**知識**を変えるだけであ

る)．分離不能の場合には，二つの系の一方に何かなされたとき一方が不変であると考えることさえ許されない．

したがって，特に，相互作用していないあるいは実際上相互作用していない微視系に，きまった，個別的な，固有の性質を与えるような，自然の“原子論的”記述は時間発展に対して安定でないであろう．十分な時間ののちには，われわれはそれをもっと“一元論”的な記述，すなわちある分離不能な全体にだけ正しく客観的性質を与えるような記述で置き換えなければならないだろう．たとえば，銀河系の気体あるいは星の部分が稀薄なプラズマでできているとすれば，以上の考察が示すところによれば，それらの対象を不規則に動いて時々衝突する莫大な数の小粒子から成ると記述することは厳密な真理をあらわすものと考えてはならない．それは非常に役に立つ記述だけれども，類似の種類のほかの記述が十分に正確な実験によって原理的には否定されるであろう．ある実証主義者にとってさえ，そして実在論者にとってはなおさら，これは“客観的に真実な記述”という表現が意味しうるものとはまったく異なっている．

19.3　巨視的客観主義

原子と素粒子についてのわれわれの経験は巨視的対象についての経験よりもかなり間接的である．後者については，それに巨視的性質として明瞭に定義された性質を与える感覚の証明に，絶対的な妥当性を与える非常に強い傾向をわれわれは持っている．たとえば，そのような対象はどれも，われわれ自身の存在とはまったく独立に，空間のある領域に**あり**そして他の領域には**無い**ことを信じる非常に強い傾向がある．これは実在論の特定の一変種である．それを“巨視的客観主義”と呼ぼう．

ここで定義したように巨視的客観主義は，経験への言及にもかかわらず，明確に実在論的な哲学である．なぜならばそれは物理的対象は，たとえ人類が存在しなくても，存在して固有の性質を持つことを仮定しているから．したがって巨視的客観主義によれば，巨視的対象が巨視的性質を持つという事実は一般的なものであり，とくに，この巨視的対象を測定のための装置として使おうとするかどうかには依らないと考えざるをえない．しかしそのときには第18章で行われた分析は，巨視的客観主義はふつうの量子力学と調和しえないことを

示している．もっとはっきり言えば，巨視的客観主義は，巨視的対象がふつうの量子算法を使って，すなわち状態ベクトルと密度行列によって，少くとも原理的には，究極的に記述可能な複合系であるという仮定とは調和しえない．古典系あるいは非可逆過程のような新しい概念を定義しても，それらの概念が公理の定式の中で役割を与えられるのでない限り，それだけではこの結論は論理的に変りえない．しかし，第15章と第16章で示したように，いま述べた概念は，人類のある無能力に関連せずには定義されえないという意味において，部分的に主観的である．したがってそれは，物理的実在の実在論的記述においては，1次的な概念としては導入されえない．

巨視的対象が初等的な量子力学の数学的手段よりもさらに一般的な手段によってのみ記述できると仮定する場合には，われわれはそのような明確な結論には到達できなかった．微視的対象が量子力学に従うと仮定するならば，いま述べた場合は考えている巨視的対象の自由度の数が無限大であるときにしか起りえない．しかし，この場合に使われる一般化された形式をこの問題に適用することはまだ成功していない．

注意

この方向の研究は16.3節で論じた．それは説得的ではないことが見出されている．他方，上述の一般化された形式の少くとも一つ，すなわちオブザーバブルの代数は，一見したところやや有望と思える面を持っている．有限な体積 V の中の粒子の系を記述する状態 $|\varphi\rangle$ を考え，汎関数

$$\Phi(A) = \langle\varphi|A|\varphi\rangle$$

を書く．前に述べたように(第6章を見よ)，汎関数 $\Phi(A)$ の知識は集団を記述する別の方法である．いまの場合にはこの集団はまったく明らかに純粋状態である．次に極限 $N\to\infty$，N/V 有限，をとる．ここで N は自由度の数である．すると驚くべき結果が生じる．こうして得られる汎関数はもはや形式的には純粋状態に結びつけられるものではない．それは純粋状態の集まったものについての和である[1]．このように考えている極限過程は純粋状態から形式的には混合であるものへの遷移を含んでいる．これはわれわれに観測理論でしばしば必要とされる条件，すなわち，たとえ装置プラス系の初めの状態が純粋な場合であっても対応する終状態は混合として記述できるはずであるという条件を思い

起させる.

巨視的客観主義と両立しうる観測の量子論が結局それにもとづいて建設されるということは考えうることであるが，これに関してあまりに楽観的になってはならない．終りの集団を記述する混合が見出されるという事実は適切な混合が見出されることを意味しない．実際，第17章と第18章で記述した初等的な取扱いでは，集団が任意の時刻において純粋な場合として記述されることは要求さえされなかった．それにもかかわらず，**指針の一定の位置**に対応する量子規則に従う状態の混合は見出されなかったのである.

このような議論に対する答としては確かに次の事を指摘できる．17.1節で証明した非両立性定理はいまの場合にはあてはまらない．なぜならそれは密度行列が測定可能であることを仮定しており，それは超選択則が存在しないことを意味するから．ここで考えている場合には明らかに**ある**超選択則が働いており，したがって密度行列は測定可能ではない．他方，第18章で与えた証明は密度行列が測定可能な量であるかどうかにはまったく無関係である．こういうわけで，ここで論じている場合の1組の選択則の注目すべき出現はそれ自身では問題を解決しないことは明らかである．言いかえれば，量子力学の線型性に起源を持つ観測の量子論の困難を無限系——およびそれにともなう新しい超選択則——の導入が緩和するという命題に有利な説得力のある論拠は無い．したがって，それにもかかわらず問題の命題が正しいと信じる物理学者にはそれを証明する義務があると言っておくのが公平であると思われる.

もう一つの注意すべき点は極限 $V \to \infty$ をとるという条件がやや魅力的でないことである．そのような理論では，空間のいくらでも遠い領域にある対象の間の相互作用に本質的な役割が与えられ，そして巨視的対象の本質的な有限性に関する巨視的客観主義の仮定を弱める.

19.4　巨視的客観主義と遠距離相関

第8章で論じた Einstein-Podolsky-Rosen 効果はここで遠距離相関と呼ぶものの典型である．二つの量（この例では $S_z^{(U)}$ と $S_z^{(V)}$）の測定結果は，測定が空間のいくらでも遠く離れた二つの領域で起るにもかかわらず，相関している．事実，量子力学の一般規則はそれらの結果が空間的 spacelike な間隔の場合に

さえ相関していることを予言する．

巨視的客観主義の実在論の精神において，まったく一般的に遠距離相関効果を説明する二つの異なる方法が考えられる．そのどちらも日常的に使い慣れているので，まったく自然に見える．第1の方法は二つの相関効果が何か同一の原因によって決定されると仮定することである．この型の相関は空間的に隔たっている出来事の間にも起ることが期待されるという特性を持っている．遠距離相関を説明する第2の方法は一つの効果が他方のものの“原因”であると考えることである．この場合には因果性の原理は(たとえば散乱の量子論で用いられる技術的な意味で)，二つの出来事の間の時空間隔が空間的である場合には，相関が起らないことを要求する．

われわれが直面する困難は，量子論的な遠距離相関の場合には，その効果を説明するこれら二つのあたりまえの方法をどちらも認めることができないことにある．ふつうの量子力学は隠れた変数の非存在を仮定するので，第1のものは排除されねばならない．さらに，それらの存在を先験的には排除しないとしても，Bellの定理(第11章を見よ)から，一般に受け入れられている相対論の結果のどれかかあるいは量子力学の検証可能な予言のどれかを破ることなしには，そのような変数を導入することは不可能であることを知っている．第2の方法については，それは量子力学のすべての予言と調和することはありえない．なぜならば量子力学は二つの測定が空間的に隔たっている多くの例で相関の存在を予言する**する**からである．

ちょっと見ると，相対論的量子力学が信頼できる理論というにはまだ程遠いという現状では，後者の論法はその正当さが疑わしいように思われるかも知れない．しかし他方で，π^0中間子の崩壊から生じる2個の光子の間に相関が見られる事実は，どんな理論的な証明からも独立に，一方の測定の出来事が前に述べた技術的な意味で他方のものの原因であると仮定することは一般にできないことを示すように思われる．その上，今の場合にはわれわれは，そのような相関によってつくられる機構は**指示**を伝えることはできず，したがって因果律は考えている現象では本当は破られていないという議論とのどんな関連も否定せざるをえない．因果律を**指示**または**情報**の概念によって基礎づけることは，これらの概念(または同等のもの)が自然記述における1次的なものであると考え

ることである．しかしこの考え方は実証主義から借りたものであり，実際科学的実在論の全精神に矛盾する．

こういうわけで，巨視的客観主義は相関の，ここで考えた二つと異なる，説明の仕方を見つけることができたときに限って，遠距離相関の存在と調和することができるだろう．これは非常に難しい．困難は，第8章で強調したように，波動関数の収縮が非不変的過程であるという事実に結びついている．それは巨視的客観主義を排除するための補助的な強い論拠である．

19.5　ほかの種類の科学的実在論

実在論の精神においては，基礎科学はそれが実在の様相と関係するときにのみ価値を持つ．これは，基礎科学があるがままの実在の完全に正確な記述を与えることを意味しないが，しかし，それが与える記述は実在と**何らかの**つながりを持つべきことを意味**する**．したがって科学的実在論者は必然的に，人間から独立でありながら，少くともある近似的な仕方で人間が感知しうる，ある規則性(“自然の法則”)を世界が持つことを信じる．ゆえに科学的実在論者は，物理学の基本原理の一つの目的はこれらの規則性のできるだけ正確な記述を与えることであると考えざるをえない．このような条件のもとでわれわれがこの科学者に要求できる最低限のことは，彼が上述の原理を，実験家の知識，能力，あるいは無能力に——暗黙にさえ——依拠することなしに，記述することである．これらの特質や欠陥は明らかに世界の規則性には何の役割も果していないのだから．

不幸にして，これらの要求を，前の章で見たように，今日の理論物理学はみたしていない．したがって，この科学の基本原理をいかなる点でも人類の能力に依らないような言語に翻訳することが可能かどうかという疑問が生じる．微視的客観主義も巨視的客観主義さえも初等量子力学と調和しえない事実はこの問題が容易な解決を許さないことを示している．実際，その規則性を物理学の原理が写し出すことを期待されている種類の物理的実在はおそらく，われわれが実在物に与えるのに慣れている性質のどれともまったく違った性質を持った分離不能な全体でなければならないことを，それは示している．

このような事情のもとでは，“唯物論的な”意味における実在論とPlaton的

あるいは中世的な意味における実在論との間の区別はまったくつけにくくなる．実在論の哲学は，それが**物理的**実在が究極的に実在の全体を構成すると仮定するとき，第1の型のものであるという主張がされるかも知れない．しかしそのとき“物理的”という言葉は明確に定義されねばならない．今日では量子力学の一般原理が物理学の全体の基礎にあるから，これらの原理に従うもの，すなわち，状態ベクトルあるいは密度行列あるいは類似の何かより一般的なものを与えることができるものの集合を，“物理的”と呼ぶのが自然な定義であろう．**その**実在が実在の全体であるとする哲学をわれわれは**一元的実在論**[2]と呼ぼう．

一元的実在論を量子物理学と調和させることは非常に難しい．第23章で述べる理論はこの方向に沿ったおそらくもっとも本格的な試みを表わしている．しかしその理論さえ一元的実在論の仮定をみたさないという結論にわれわれは最後に到達する．

文　献

[1] H. Araki and E. J. Woods, *J. Math. Phys.* **4**, 637 (1963).
[2] B. d'Espagnat, *Conceptions de la Physique Contemporaine*, Hermann, Paris, 1965.

第20章　実　証　主　義

第19章の主な結果は，実在論の一般仮定と調和し同時に――多少でも――Platon主義に溶け込まないような世界の記述をつくる試みはどれも，量子規則が正しいとすれば，かなりの困難に出会うということである．それでも，自分自身をPlaton主義者と考えない多数の物理学者が量子物理学を信じている．どのようにしてそれが可能なのだろうか？

20.1　構造；弱および強客観性

その答の一つの要素は，“科学的”という言葉にいろいろな人がいろいろな意

味を与えていることにある．科学者自身のあいだに，この言葉についての少くとも二つの非常に異なった受け取り方が存在する．その一つの例証としては，“構造”という言葉が科学界においてさえまったく異なる二つの意味をふつう与えられていることを考えてみればよい．今日，物理学者の間に彼らの科学的研究の目的は個々の“出来事”の間の構造的関係を発見することであるという一般的な合意があるように見えることは確かである．たとえばRoman[1]は，この観察が物理学の言語と形の両方を決定するのに十分であると強調している．それ自体としての構造の科学は数学だから，いうまでもなく数学が必然的に物理学の言語である．そして基本的な数学的構造は解析的であるか代数的であるかだから，解析的性質と代数が基礎的な理論物理学のバックボーンであるのは驚くべきことではない．

少くともこの点では，物理学者全部の見解の一致があるだろうか？ もちろんそうなのだが，それは部分的に過ぎない．実際，“個々の出来事の間の構造的関係”という上で用いた表現は明らかに曖昧である．“出来事”という言葉は(“伝達可能な観察”という元来の意味での)“現象”という言葉の代りに過ぎないものなのか，それともそれは，観察者がいなくても起るという意味で現実に起っている何物かを意味するのであるか？ どちらの意見も存在する．

後者の見解については，その帰結を前の章でくわしく論じた．それを採用する物理学者はその選択の動機を次のように主張する．観察者は一つの物理系——しかも非常に複雑で微妙な——に過ぎず，そのような系のもっとも曖昧なもっとも偶然的な性質のあるものにもとづいて物理学を基礎づけることは，特にこれらの系は宇宙の大部分には存在しないのだから，まったく馬鹿げたことである．これらの物理学者にとっては，科学の究極の目的は彼らの実在論の信念によってきめられている．それは“事物が現実にどのようにあるか”を発見することである．したがって彼らは，物理学の法則あるいは原理の記述は，たとえ暗然のうちにであっても，観察者の特殊な能力あるいは無能力に依ってはならないと強調する．これが客観性についての彼らの考えである．それを“強客観性”と呼ぶことにしよう．強客観性を認めることは，**そのことによって**客観主義者となることなしに可能であることをカッコつきで注意しておこう．それには実在論者であることで十分である．

根本的に反対の見解を採る物理学者は，意味を欠いた文章をつくらないようにいつも注意しなければならないことを強調する．さらに彼らは，文章あるいは表現が意味を持つことを確かめる唯一の方法は，それが含む概念を可能な操作とそれにつづく観察の言葉によって定義することであると主張する．（このような**操作的な**定義は20.3節で論じる．）概念のこの定義はある観測者の**観測**に(否，行為にさえ)はっきりと依存しているから，これらの物理学者がある言明の客観性を人間である観測者の能力(あるいは無能力)から独立に首尾一貫して定義することができないことは明らかである．したがって彼らは彼らの定義を伝達可能性によって基礎づける．彼らにとっては，ある言明の客観性は**人間であるどの観測者に対しても**この言明が成り立つこと以外の何物でもない．観測者の任意の変更についてのこの不変性を“弱客観性”と呼ぼう(同じくあてはまる名前は“間主観性”である)．強および弱客観性の間の違いは，物理学の一つの言明は弱い意味において客観的でありながら，もしも観測者の能力がすべての観測者に対して共通であるならば，なおかつ決定的に観測者の能力に依ることがありうることである．

20.2　実証主義の立場

客観性の二つの定義(弱と強)の違いは，ある意味では，二つの方法論の力点の違いを強調するだけと考えることができる．言いかえれば，実在論者さえ――否，客観主義者でさえ――弱客観性の概念を使うことができる．事実，科学は，定義によって，伝達可能な経験だけでできているから，科学者は誰も，その主張が意味を成すことを確実にするためには，弱客観性の基準を使わ**なければならない**．しかし実在論者はさらに彼の言明が強客観性の要請と少くとも簡単には矛盾しないことを確かめようと努める．首尾一貫しているためには，ともかくそうすべきである．

われわれはすでに，実在論の直観的にはもっとも魅力的な種類，すなわち客観主義(微視的および巨視的)の帰結をくわしく調べたから，ここで哲学のスペクトルの別の端を探究しよう．すなわち，しばらくの間，客観主義からそして第1に実在論からさえ根源的に隔たった考え方を研究しよう．それらの中でもっともよく知られそして重要なものは科学的実証主義である．

ここでわれわれが考える形では，科学的実証主義(“科学的経験論”とも呼ばれる)は，もちろん，われわれが科学者として日常使う実用的な経験主義と混同してはならない．科学者は皆，少くともある経験領域でもっとも重要な観測を再現するがしかしその基礎にある過程の現実の性質を記述するとは信じられないような，現象論的模型を発展させたりそれを応用したりする．明らかに，それをする科学者は，**そのこと自体によって**実証主義者であるわけではない．彼はたとえば実在論者でありうる．実在論者として，彼の望みは，それらの規則性の知識が事物の現実性にもっと密接に関係した発見への道を開くことである．けれども経験論が単なる実用的な方法であるような科学者にとっては，前の章で論じたような原理的な困難に出会ったときには，経験論はもちろん助けにならない．この点で助けになることができ——そして事実なる——ような経験論の唯一の形は，**観測**と**意味**を本当に根源的な概念として他のすべての概念をそれから導き，それによって論証全体の基礎を変えてしまうものだけである．なかんずく，こうすることによって実在は現象に帰着される．そしてさらに，現象はその語源的な意味すなわち**知覚されるもの**以上の意味をここでは与えられない．

われわれは，もちろん，そのような極端な見解がすべての経験論者あるいは実証主義者の見解であった(あるいはある)と主張することはできない．“経験論”，“プラグマティズム”，“操作主義”，“論理実証主義”，等々の言葉は，量子物理学の発見よりも前に現われた，いろいろな関連する認識論と方法論とを表わしている．したがって，何が“実在”という言葉の受け入れうる意味であるかという問題に対して，それらの提案者たちはいまのわれわれより多くの自由を享受していたのである．たとえばLockeおよびおそらくHumeでさえ，外界およびさらに物質的対象の存在についての，常識的な見方をある程度まで認めていた．Humeは自然の法則が変化するかどうかには疑いの余地があることを強調した．このことは，何か外的な“自然”がともかく存在することを意味するように思われる．少くともこの時代の経験論者たちは，このような考えに**対して**ある観念論者たちがとっている極端な立場を留保なしに採用したようには思われない．同じ姿勢は19世紀のプラグマティストたちの著作にもあらわれている．そして，この場合にも，その頃の科学的知識を考えれば，それはも

っともであった.

この事情が変り始めたのは論理実証主義の出現と共にであった．ウィーン学派の哲学者たちはわれわれの言語の論理的分析の必要性に非常に強く重点を置き，それによって特に――一見意味があるように見えるけれども――意味のない言明を排除しようとした．言明はある定まった実験的手続きによって検証あるいは誤りの証明をしうるときにのみ意味を持つことを彼らは仮定した(検証可能性の要請)．このカテゴリーに入らないすべての言明を彼らは“擬似言明”と呼び，それらは認識としての内容を欠いていると考えた．このことから，Schlick と Carnap[2]のようなもっとも著名な代表者たちは，外界の実在性のテーゼとその非実在性のテーゼの両方を，そのようなテーゼは擬似言明であるという理由で，はっきりと排除した(われわれが検証できるのはいつでもある感覚器官のデータであって外的対象のものではない；そして擬似言明の否定はやはり擬似言明であることは明らかである)．

論理実証主義は言明は検証可能であるべきことを主張した．操作主義はこの見方をそのような言明を定式化するのに使われる概念にも拡張した．科学用語の定義は，“指定された場合に指定された操作を行うことがある特徴的な結果を与えるときにその術語は使われるべきであるという趣旨の”規則として述べられるべきであることをそれは強調した(Hempel[3])．ところで何も観測者がいなくても存在する実在の概念には明らかに操作的な定義を与えることができない．したがって，前に指摘したように(第19章)，この概念は，操作主義の考え方では，意味が無いと考えるべきである．事実，操作主義が認めることのできる“実在”という言葉の唯一の使い方は，それをすべての間主観的 intersubjective な現象の集合と同定する場合，すなわち人間の能力に従属させる場合だけである．これは本質的に上に得たのと同じ結論である．

引きつづく研究(特に，科学がますます形式的になりつつあるという観察にもとづく)の結果として，現代の実証主義者たちは，検証可能性の仮説とすべての定義が厳密に操作的であるべきだという要請のどちらもいくらか緩めなければならないという結論に達したことを認めなければならない．特に，彼らはいまや，観測不能な量に関する多くの記号と言葉が科学者の式と文章に入りこむという見解を進んで受け入れている．けれども，彼らはこれらの記号と言葉は

すべて観察されうるものにだけ関係する規則の定式における**中間項**としてしか使わないことを要求する．Carnapの用語ではこれらの術語は**言語的**枠組を成す．この著者によれば，与えられた枠組を成すすべての本体の集合が“現実に存在するか”という設問は，われわれ自身から独立したそのような本体の絶対的存在に関係しているので，理論的な問題ではあり得ない．そうではなく，それは**実際的な**ものであって，“われわれは考えている枠組を使うことにきめますか？”という質問を意味するだけである．いうまでもなく，この点についてのわれわれの決定は効率の問題に左右される．うまく行く理論的概念の場合には，それが**われわれに**役立つがゆえに，われわれはそれを受け入れることを選ぶ．しかしCarnap[2]は，われわれの決定は本質的に**実際的な**ものだから，それを“実体の基本的実在性”の信念と解釈してはならず，また，そのような表現はどんな認識内容をも欠くことを非常に強く強調している．

科学者の間では，実証主義は本質的に**方法**であり，したがって，それは独立な物理的実在が“明らかに”存在するというわれわれの確信を変えることはできないという意見が珍しくない．すでに強調したように，この意見は実証主義を，この本でいままでに述べた困難を解決するという問題とは，まったく無関係なものにしてしまう．しかし，実際はそれは真実ではない．実証主義は，事実，この困難を解決する有力な方法なの**である**．**なぜならば**それはすべての困難の根元にあるもの，すなわち，われわれからまったく独立で科学がそれに段々と近づいている実在がともかく存在するという“独断”を除いてしまうからである．

この基本的な点を記憶にとどめるために，この節を終るにあたって，とくに上に定義した種類の実証主義を含む一般的な哲学を表わすのに，“純粋に言語分析的な立場”という表現を使うことにしよう．Carnapおよび同じ学派の他の哲学者たちの見解に従って，純粋に言語分析的な立場は外界の実在性のテーゼ(および非実在性のテーゼ)を無意味として斥ける．この犠牲を払って，その立場では，量子論の発展法則の線型性から生じる問題などが解決される．しかしそれは人間中心的でないと主張することはできない．

20.3 基礎的な哲学として見た実証主義への反論

前の節の内容が実証主義とその成功とのくわしい説明を与えるのに十分でないのとまったく同様に，これらの事柄に関係する研究を限られた範囲でしか述べることができないので，この哲学が出あういくつかの困難を十分に述べることはできない．それにもかかわらず，いくつかの古典的な反論を無視することはできない．

それらの反論の大部分は検証可能性の仮説——なかんずくその首尾一貫性——に関している．われわれはこの仮説を表現している言明が正しいことをいかにして**知る**のか？ なぜならそれは検証可能でないのだから．その上，われわれは過去のあるいは他人の心の直接的経験は持ちえない．もしも，究極的にわれわれの感覚のデータに関係する実験的手続きによって検証されるか誤りと証明しうるときにだけ言明は認識的意味を持つことが真実ならば，われわれは過去に関するあるいは他人の経験に関するすべての言明は無意味と考えるべきであるのか？

過去の出来事についての言明の意味に関する反論に対しては，実証主義者の標準的な答は，それらは実際は未来に関する言明なのだということである．それはあとでそれを検証するような未来の可能な証拠についての言明だということである．Feynman[4]から一つの例を借りれば，Napoléon についてある言明をする歴史家は，単に，彼が図書館に行って Napoléon に関する本や記録などを開けば彼自身のと実質的に同じ書かれた言明を見出すだろう，ということを意味しているのである．この見解の難点は，われわれがそのような言明を1971年にしそして後にくり返すならば，その内容は変っているだろうということである．たとえば，ここで研究している考え方は“Lascaux の洞窟に最初の野牛を描いた人は鼻にこぶを持っていた”というような言明を無意味とする．しかし，この言明が正しいかあるいは誤りである時，すなわち疑いなく意味を持っていた時が存在したのである．

このような困難に対処するために，適当な検証の過程を人間が遂行できると**想像する**ことができさえすれば，その言明は意味があると考えるべきだということがしばしば言われる．この見方はまったくもっともと思える．ニュートリノが，それが**今**存在するというのと正確に同じ意味で，過去に存在したと考え

ることができることは満足すべきことである．けれども人間の技術的な工夫力にアプリオリな限界をおくことは難しい．過去2世紀の間に起った技術的な進歩を考えれば，われわれは，数千年の間に，**われわれには**実際上まったく不可能と思える多くの測定をすることができるだろうと信じてよい．したがって，いま論じている見方では，いかなる議論も，(物理学のどの原理からも不可能ではない限り)ある実験が途方もなく難しく思える事を基礎とすることは絶対に避けるべきである．ところが不幸にして，このことはまさに熱力学と量子物理学の研究者が非可逆性と観測の量子論を論じるときに行っていることである．したがって検証可能性仮説の提案された拡張は，物理学者にとってその道具としての有効性をかなり低める．一般的に言えば，ある不特定の未来に，そしてわれわれの仲間の実験家と非常に違うかも知れない人間——あるいは超人——によって行われると考えることのできる観察を**想像する**ことを許すやいなや，われわれにかなりとっぴな思考への道を開いたのであって，実証主義の運動の主な目的の一つであった，形而上学の排除はほとんどできなくなる．

すでに述べたように，検証可能性の原理へのもう一つのよく知られた反論は，われわれの誰も他人の感覚のデータについて直接の経験を持たないことである．この反論に対してふつう与えられる答は，われわれの言明は本当は他の人間の感覚のデータに関係するのではなくて，他の人間の観察可能な振舞にだけ関係するのであり，われわれが他の人について観念とか知覚という言葉を使うのは役に立つ道具としてに過ぎないということである．他人の感覚経験についてわれわれが述べる言明は，したがって，究極的にはわれわれ**自身の**個人的な経験についての言明に過ぎない．この立場をとる実証主義者たちは独我論であることをはげしく否定する．それにもかかわらず彼らの守りは弱い．たとえば，彼らは，われわれ自身の感覚のデータの存在についてわれわれが持っている証拠は，外界の存在に対する証拠でないと同じくわれわれ自身の人間としての存在の持続に対する証拠でもないことを，まったく正しく指摘する．しかし，これはある種の観念論に反論する一つの論拠ではあるけれども，上に導入されたわれわれ自身の感覚経験と他人のそれとの間の不愉快な不釣合を無くしはしない．これらの感覚のデータはわれわれの科学的知識の究極の基礎づけであると考えられているのだから，この線に沿って考える哲学者は，Passmore[5]を引用す

れば，“科学的言明の究極の意味は言い表わすことができない”という考え方に推しやられるように思われる．これは“実証主義者にとって奇妙な結論である！”

実証主義者がこれらの反論を無視したかのように言うのは不公平である．それどころか，彼らはそれに気づいておりそれに対処するために最善をつくした．しかしそれらの試みはあまりにいろいろあって数ページで述べるのは不可能である．その上，筆者はそれらを完全に理解したとは思っておらずその仕事をする資格がない．

ここまで述べた困難は本質的に経験論あるいは実証主義の方法に関係しているが，それと並んで，実在論と実証主義の両方の立場に関係しているけれども——われわれの意見では——後者に対していっそう深刻な，もう一つのまったく一般的な困難を述べなければならない．これは帰納的推理をいかにして正当化するかという問題である．

帰納的推理として知られている手続きは，観察される規則性から法則へと達するためのものである．それは科学にとって基本的である．いかにしてそれを正当化するかという問題は Hume[6]によって初めて提起された．そして，Humeの批判は2世紀以上も昔のものであるがいまだにその論破は成功していない．その本質はよく知られている．たとえば，白い烏はまだ見つかったことがないという事実にもかかわらず，また今までいかに多くの烏が黒いことが見つかっているにせよ，われわれはこの経験から次に見る烏は黒いという結論を**導く**ことはできない．実際，われわれはこの事象はそれが起ることを期待するという意味でもっともありそうなことだということさえできない．なぜかというと，われわれは類似の処方が多くの異なる例で正しいことがすでに証明されているという観察によってしかこの期待を基礎づけることができないからである．しかしわれわれが，類似の演繹が正しかったからこれも多分正しいはずだという議論をするならば，われわれはまさに烏型の議論を進めているのである．われわれはまさに正当化しようとしている帰納的推理の原理を(ここではまったく一般的な種類の処方に)すでに適用しつつあるのである．こうしてわれわれは円環上を廻ることになる．

Humeの反論の帰結は，帰納的推理の妥当性を認めるためには，経験論の哲

学者も実在論の哲学者も信仰的行為の性質を強く持つあるものを必要とするということである．経験論者の信仰的行為は単に，帰納的推理はいろいろな観察に適用できるということである．実在論者のそれは，外見的には，もっと複雑である．それは，ある程度まで知ることができ，**そして**その規則性が時と共に変らないような外的実在の存在を信じることである．

Humeの議論がそれでも多少実在論者に有利であることを示す議論のおもな筋道をここで略述しよう．まず第1に，実証主義者が，いくつかの非操作的に定義された物理的実体の存在を信じるということで実在論者を非難するならば，実在論者は批判者の方も同じような信仰的行為を(帰納的推理にもとづく処方の代償として)していると答えることができることを認めておかなければならない．もしも実証主義者が自身の信仰的行為は実在論者のものより複雑でないと論じるならば，後者はそれは見かけに過ぎないと答えることができる．実証主義者は研究しようとする新しい現象ごとにともかく信仰的行為の**やり直し**をしなければならない(彼は普遍的な実在物を信じないのだから，信仰的行為を“帰納的推理一般”に対してすることはできない)．それに反して実在論者は簡単な(すなわち，容易に表現できる)法則に従う実在への信仰的行為を**ただ一度だけ**すればよい．それから彼は，事実を正しく記述する簡単な法則が**一つ**しか提示できないような重要な場合には，帰納的推理をともかく正当化することができる(同等な定式はここではもちろん一つと数える)．その上彼は“簡単な”ということと“人間が容易に表現できる”ということが同義語だということをやはり実在論の立場で理解することができる．それは，人間はそれ自身実在の部分であって，その精神の構造が実在自身の基本的構造をかなりよく反映することはありうることだからである*．これらの見解では基本的実在は経験によってまったく到達できないものではないことを注意しなければならない．少くともその形式的**構造**は原理的に知ることが可能なのである．

なるほど，実証主義者はまだ，絶対的実在の概念は彼の見解においては意味

---

* 明らかに，これらの議論は，説得力を持つためには，さらに展開されねばならない．事柄は，まさにその本性によっていつでも議論が残らざるをえないけれども，そのような展開は実際可能だというのが筆者の意見である．

物理学における帰納の役割の一般的な問題については文献[7]を見よ．文献目録もそこにあげられている．

を持たないと反論することができる．しかしわれわれはこの段階で，この意見は単に実証主義者があまりに技術的な定義に束縛されていることに依るのではなかろうかと疑ってよいだろう．Napoléonについての Feynman の例をもう一度考えてみると，過去についてのどんな言明も Feynman が言った種類の**言外の意味**を持つことは疑いない．この類の言外の意味が，その言明が本当であることの検証のためにわれわれが使うことのできる唯一の**基準**であることも疑いない．したがって，Napoléonについての言明はそれが意味すると主張されたことを確かに意味するのであって，それ以外の意味を与えてもそれを検証する方法をわれわれは持たない．しかし疑問はこういうことである．“このことは，考えている言明にほかの意味を正しく与えることができないことを，本当に**意味する**のか？” この疑問に対して実証主義の哲学者は肯定的な答を与えることを彼の原理そのものから強制される．けれども――完全に熟考した後にも――その方向で答えない科学者および一般の人は実に無数にいる．実際，Napoléonについての――あるいは中生代に存在した山についての――言明はそれ自身の固有の内容を持つものと，ほとんど普遍的に，理解されている．それはわれわれが本を読んだり地面を掘ったりしたときに持つで**あろう**印象の単なる総和の内容以上のものである．もしわれわれが本当にそうは考えないのならば，われわれの多くは歴史について読む興味を失い，多くの古生物学者はその研究を止めるだろう！

結局，実証主義の科学者はディレンマに直面せざるをえないように思われる．彼は自分の立場を単に**方法**であるとするか，それともそれは主観-客観関係の本当の解明をもたらすと主張するかである．もし彼の立場が方法であるならば，それはいくつかの場合にその際立った優秀性が証明されている．しかし，単に方法に過ぎないために，それは前の章で論じた基本的な問題への解決を与えない．なぜならば，“実在論を信じると，われわれの方法が何であろうとも，それが包含するすべての困難に直面しなければならない” という教訓を推し進めるだけでは正当な論拠をくつがえすことはできないからである．もし実証主義の立場が哲学であるならば，それはわれわれが見出した困難の大部分を実際に消し去る．けれどもその成功は，結局のところ人間がすべての考えうる実在の中心――否，源泉――であるという極端な見解――隠された遠まわしのやり方

ではあっても――にだけ依っている．そのような見解は，ほかのすべてと同じようにいくつかの弱点を持っているけれども，維持することはできる．けれどもそれは，その本当の性格を十分承知した上で，公然と維持されることが望ましい．実証主義から考え方を借りてくる科学者がしばしば，堅実な**方法**という仮面のもとに，彼らの選択の本当の性格を認識していないことは残念なことである．

文　献

[1] P. Roman, Symmetries in Physics, address to the Boston Colloquium for the Philosophy of Science; *Boston Studies in the Philosophy of Science*, 1966.
[2] R. Carnap, Empiricism, Semantics and Ontology, *Rev. Int. Philos.* **4**, 20(1950); reproduced in *Meaning and Necessity*, University of Chicago, Ill., 1956.
[3] C. G. Hempel, A Logical Appraisal of Operationalism, in *The Validation of Scientific Theories*, P. Frank, Ed., Beacon Press, Boston, 1956.
[4] R. P. Feynman, *The Character of Physical Laws*, The M. I. T. Press, Cambridge, Mass., 1967.
[5] G. Passmore, *Hundred Years of Philosophy*, Duckworth, London.
[6] D. Hume, *An Essay on Human Understanding.*
[7] G. Toraldo di Francia, *Riv. Nuovo Cimento* **4**, 144(1974).
さらに進むために
H. Reichenbach, *The Rise of Scientific Philosophy*, University of California Press, Berkley, 1964.
W. Heisenberg, *Physics and Philosophy*, Harper, New York, 1958.
A. C. Ewing, *The Fundamental Questions of Philosophy*, Colliers Books, New York, 1962.

第21章 Bohr と Heisenberg

量子力学のいろいろな解釈のなかで，大多数の物理学者の考えのなかに特筆すべき位置を占めているものが一つある．それはCopenhagen解釈であって，その名声と好評を歴史的理由だけでなくその単純性と実際的な有効性にも負っている．われわれはそれを特別な注意を払って検討しなければならない．

よく知られているようにCopenhagen解釈は集団的に仕上げられた．しかし，Bohr と Heisenberg の寄与は特にいちじるしいものとして取り出すこと

ができる．Bohr の諸論文[1], [2], [3], [4]は Copenhagen 解釈として知られるようになった内容を明確にするために特に重要であり，また Rosenfeld の寄与[5]もこの点でまったく有益である．Heisenberg について言えば，彼の見解は彼が Copenhagen で Bohr と密接に協力して発展させたものから決して離れなかったが，後に彼はそのカンバスに手を入れて，彼にだけ帰することのできるいくつかの結論に達した*．

21.1　Bohr のテーゼのまとめ

Bohr は出発点として非常に単純な観察を採用する．すなわち，“**実験**という言葉でわれわれが意味しうるのは，われわれが何をし何を知ったかを他人に伝達できる手続きだけである”[4]．彼によれば，このことは実験の設定と実験結果との記述は“普通の物理学の用語で適当に精密化された明白な言葉で”与えられなければならないことを含んでいる[4]．このことによって彼が意味するのは，われわれがコイルの中の電流の強度や目盛の上の指針の位置について語るとき，われわれは互いに正確に理解するということである．このことは，経験ともっと間接的に結びついている他のもっと精緻な概念を使うときには必ずしもそうではない．この言葉はまさに古典物理学の言葉だから，Bohr が主張するのは，“どんな種類の物理現象に関する言明でもそれが曖昧さのない意味づけをうるのは，結局，古典物理学の言葉においてである”ということである．

Bohr に従えばわれわれは原子，電子などを古典物理学の言葉で記述すべきであることを，これは意味するのだろうか？　明らかにそうではない．Bohr が意味するのはこういうことである．古典物理学の法則に従わない存在物について語ろうとするときは，その存在物をその周囲から孤立させて，それだけについての言明を定式化しようと努めるべきではない．その反対に，多くの場合にわれわれが量子系について何をし何を観察したかを曖昧さなしに伝達することを保証しうる唯一の方法は，それらの系を準備しそして観測した装置についてだけ言明をすることである．この後者の言明をわれわれは古典論の言葉で定式化することができ，そして前の議論から実際その言葉で定式化す**べき**ことを

* 最近の Stapp の論文[11]は Copenhagen 解釈の哲学に関して特に啓発的である(特に付録“Heisenberg との通信”を見よ)．

われわれは知っている.

この分析から二つの原理を導くことができる. これは事実上Bohrの学説を築く二つの柱である. それは次のものである.

原理(a)

測定装置の働きは**純粋に古典的な用語**で説明されなければならない.

原理(b)

一般に, 量子系は実験の設定と独立に個々の性質*を持つと考えてはならない.

原理(b)は, 装置について行われた観測から系自身について保証のないどんな結論も推論しようとしないように警告している. "保証のない結論"という言葉は, 特に, 妥当性が別の型の系に対してしか確かめられていない概念を系自身に適用することによってのみ生じるものを指している. これは, どんな場合にも観測する微視系についての言明をすべきではないことを意味するのではなくて, それらの言明は, 明白にあるいは**暗黙のうちに**, 観測に使われた実験的配置に原則として言及すべきであることを意味している. 原理(b)に含まれている考えは, 装置と観測される量子系とは一緒に分離不能な全体を成す, と表現することもできる[5]. これは, 観測される系は装置とその性質をいわば共有していることを意味する.

原理(b)に関連して, Bohrは彼が古典物理学と量子物理学との間のもっとも重要な違いと考えるものを強調する. 対象の性質を決定するためには, われわれは, 古典物理学においても量子物理学においても, 実験を使わなければならないから, それらの性質は究極的には問題の実験によって**定義**される. しかし古典物理学では, もし望むならば, 非常に複雑な装置をつくって, 1回の操作で, 対象について考えうる知識の総体を与えるようにすることができる. けれども量子物理学ではそうではない. 後者が記述する経験の領域では, 粒子の運動量を測る装置か**あるいは**その位置を測る装置をつくることはできるが, 両方を同時に測る装置をつくることはできない. 厳密に言えば粒子は装置と共有されない性質は持たないけれども, 問題にしている性質を便宜的に系だけに与え

* 絶対的なものではないにしても, **特別な**性質(たとえば質量とスピン)と**個々の**性質(たとえば位置, 速度およびスピンの成分)との区別はしばしば便利である.

ることは言葉の無害な誤用である．もっとはっきり言えば，そういう約束は，それが約束に外ならないという事実そのものから生じる制約に気がついているならば，実際に無害で（有益でさえ）ある．それらの制約は古典物理学では感じられなかったけれども，量子物理学では非常に重要である．量子物理学では粒子の位置と運動量の同時的かつ正確な値という概念をわれわれの記述に導入することが無意味である事をそれはごく自然に説明する．

これに関しては，ある場合には位置と運動量の同時的な値を人為的に定義できることをすでに注意した（第18章を見よ）．たとえば，われわれはほとんど完全に単色の粒子線をつくり，1個の特定の粒子の位置をある時刻に測定し，その時刻に同じ位置と速度を持つ古典的な粒子が以前の時刻に持っていた位置を計算することができる．もし望むならば，こうして得られた数値によって**以前の時刻の量子論的な粒子の位置を定義する**ことができる．けれどもこの数値の知識は，その粒子についての未来の観測の結果を予言しようとするときには何の役にも立たない．したがって一般にそのような定義は無意味であると言える．

粒子に正確な位置と正確な運動量を同時に――そして約束として――与えることの不可能性についての考察は，明らかに，ほかのオブザーバブルに一般化できる．その結果は**相補性原理**と呼ばれているものを成し，次のように定式化できる．

相補性原理

量子系と一定の装置から成る分離不能な全体は簡易化された言葉を使って記述することができ，そうすると，系と装置が互いに共有する性質のあるものは便宜上系に与えることができる．けれども，古典的な経験に導かれて考えられる他の性質で系に与えることができないものがある．それらは初めのものに相補的であると言われる．それらはいままでに考えているものと似た型の量子系に与えることもできるが，それが可能なのは，系が新しい量の測定に適当なある**新しい**装置と共に分離不能な全体をつくるときだけである．

“位置”と“運動量”というオブザーバブルのペアの特殊な場合には，Heisenberg の不確定性関係は相補性原理の一般化と考えることができる．一定の実験的設定が粒子の位置の正確な定義**あるいは**その運動量の正確な定義の**どちらにも**対応しないことが起りうる．その場合には正確な位置も正確な運動量も粒

子に与えることはできない．しかし，二つの拡がりの関数の根平均2乗の積がPlanckの定数より大きければ，その**両方**の変数の拡がった値を便宜上粒子に与えることができる．

微視的な系は本質的に固有の性質を持たない(すなわち，装置に依らない性質を持たない)というBohrの見解は，彼がなぜ状態ベクトル(あるいは密度行列)を客観的であると，すなわち，系のあるいは系の集団のある独立に存在する状態を反映するものと考えなかったかを説明する．第9章で見たように，それはまたなぜ彼が，状態ベクトルを非客観的な量と考えながら，しかも同時に，量子力学は本質的に完全であり隠れた変数は存在しないと主張することができたのかを説明する．

21.2 議　　論

図式的で初等的ではあるけれども，Bohrの立場の以上の要約は，それが巨視的対象にあるいはともかくそのなかのあるカテゴリーに，すなわち測定に使われる装置に与える際立った役割を示すには十分である．この点にだけ注意を集中すると，Bohrの見解を前の章で巨視的客観主義と呼んだ性質の哲学と同一視することによって，それをもっとはっきりさせようとしたくなるかも知れない．けれどもそうしてはならない二つの重要な理由を挙げることができる．その一つは，言うまでもなく，巨視的客観主義は困難に出あい，それは容易でないことがわかっていることである．もう一つは，そのような同一視はBohr自身が行った多くの言明と明らかに矛盾することである．たとえばBohrは，いくつかの思考実験で使われた実験的設定の一部である隔壁のあるものは，この実験に関する多くの議論では量子系と考えねばならないことを強調した．彼はこれらの隔壁を彼が“本来の測定装置”と名づけるものと対照させている．彼によれば，後者は“現象が現われる条件を古典的な言葉で定義するのに役立つ”[3]．そして，そのような巨視的物体の量子論的性質を実験的に証明することが極度に難しいこと，あるいは実際上不可能であることは事実の彼の解釈には**関係ない**ことを強調している．

このような言明は明らかにBohrが巨視的客観主義を認めないことを示している．事実，それは，装置と量子系との間のBohrによる基本的な区別は前者

の巨視的性質にもとづくのではまったくなくて，観測する条件を定義するためにそれを**われわれが**使うことにもっぱらもとづいていることを示している．これは観測主観の概念を中心にもたらす．そして，実際 Bohr は“観測手段に独立な現象の客観的存在について，原子物理学で出あった基本的制約”を言うところまで進んだ(文献[3], 7 ページ)．彼は主観-客観の分離に正当な注意を払う必要をくり返し強調したし，また，そのような分離は無限に多くの仕方でできることを強調した．

言うまでもなく，後者の言明はこの本では第14章で述べた観測理論の初等的形式の真正直な解釈である．この点では，それは一方では Bohr と Heisenberg に，他方では von Neumann，London と Bauer，および Wigner に共通である．けれども，この二つのグループが主観の役割および主観-客観の分離を実際に理解する仕方にはかなりの違いが存在する．後者のグループの見解は，次の章で要約するが，ごくざっと言えば自然には2種類の時間発展の基本法則が存在するという主張である．その一つ――波束の収縮――はある知覚する主体が観測の行為をするときにだけ作用し，他方――因果的時間発展――は他のすべての場合に作用する(実際の計算ではどこで主観-客観の分離が起るかについての任意性は，14.2節のように，そのとき基本的事実としてよりはむしろ技術的な点として考えられる)．

Bohr の見解はこの点でまったく異なる．この点をもっとよく見るために，Bohr の二つの言明を持ってこよう．第1は上に引用したもので，それによれば，現象の客観的存在はその観測手段から独立ではない．もう一つのものでは Bohr は“系の未来の振舞に関して可能な予言の型を定義する条件”を述べ，“その条件が物理的実在という**言葉を正当に与えることができるようなどんな現象**の記述でも本来の要素を成す”と主張する[2](ゴシック体による強調は筆者)．両方を一緒にすると，二つの言明は，Bohr の見解では観測の条件が物理的実在自身に，すなわち“物理的実在”と呼ぶことのできるすべてのものに，基本的な仕方で影響することを示している．言いかえれば，Bohr は主観-客観の分離の任意性が，対象と装置との間の複雑な相関に興味が無いときには計算を簡単にすることを可能にする技術的可能性の集りを，単に反映するだけとは考えない．その反対に，彼は分離のその任意性に――特に，装置を主観と同じ側に置

く可能性に――基本的重要性を与える．Shimony[6]に従えば，Bohrは主観と客観との間に相補性を導入しており，そしてこの一般化された相補性は物理学の理論の単なる付録であるどころか，その反対に，そのもっとも本質的な部分であるということができる．

この見解が含む意味はすでにこれまでの章，とくに第9章で分析されている．状態ベクトルは客観的でなく，したがって波束の収縮は，装置が働き始めるときに，あるいは主観が知覚を得るときに起る物理的過程ではない．むしろそれは，われわれが何かきまった実験の設定を考えるときに，すでに起っているのである．言いかえれば，それは知識を得るための行為を目的をもって行おうとするわれわれの意識によってばかりでなく，そのような行為によって究極的に決定される．

ある意味でこれは因果性の原理を破ることに通じる(第9章を見よ)．観測過程のLorentz不変性に関しては，それは波束の収縮が客観的な現象である理論ほどはきびしい問題を生じない．けれども遠隔相関現象では，ある与えられた場所における装置が，別の離れた場所におけるはっきりした値をもつオブザーバブル(すなわち，便宜的に量子系自身に与えることのできるもの)のリストを瞬間的に変えるという事実は，やはり問題である．このことは，少くとも，19.4節で論じたような相対性の要求の**実在論的な**考え方を維持しようとする限り，あてはまる．

Copenhagen学派の記述は“客観的でない”という反論がしばしばBohrに対して向けられる．あるときには“唯物論的”でないという批判さえあびせられる．第1の反論はほとんど意味論の問題である．もしも“客観性”を20.1節で定義した意味での**強**客観性と同じものと定義するならば，Bohrの見解が客観的でないことはまったくそのとおりである．ところが，われわれが意味するのが**弱**客観性だけであるならば，この見解はまさに知識のすべての部分の曖昧さのない伝達可能性を保証するようにつくられているので，疑いなく客観的である．第2の反論も，同様に，ほとんど定義の問題に過ぎない．もし唯物論を本質的に19.5節で“一元的実在論”と呼んだ哲学と同一視するならば(そしてこれがほとんどの場合なのであるが)，Bohrの見解が唯物論と調和しえないことはまったくそのとおりである．他方，弁証法的唯物論は，少くとも何人かの

著者によって(たとえば文献[5]を見よ)，“外界とわれわれの意識におけるその表象との間に存在する関係の高度に洗練された表現”として定義されている．この定義で注目すべきことは，唯物論を定義するのに“意識”という言葉を使っていることである．したがってそれは**意識**の概念を，読者が判断しうる限り，少くとも物質の概念と同程度に——おそらくはそれ以上にさえ——基本的なものとしているのである．

もしこれが本当に意味するところであるのなら，Bohr の学説がこのように定義された“唯物論”と調和しうるかどうかという問題はある微妙な段階に達する．どちらの派にも属さない読者には，実在についての Bohr の考え方はたかだか**経験的実在**を，すなわちまったくわれわれの知識の中での出来事に関係した実在を，記述するように思えるかも知れない．したがって，何か基本的実在が Bohr の実在の基礎にあるはずだと考えられるかも知れない．Heisenberg が書いたものの行間にわれわれはこれと似た意見を読みとることができるけれども(21.3節を見よ)，Bohr はいつもそのような考えを斥けたように思われる．もっとも確かなことは，このことが，何事であれ存在論と見える可能性のあることを定式することを Bohr が嫌ったことを，証明していることである．けれどもこの文脈において，Bohr のこの拒否は彼の立場を多くの人々に非常にわかりにくくする．どんな存在論も任意性から免れないにしても，そのどれか一つ——あるいは多分いくつか——が事実と調和しえないものかどうか，われわれは知りたいと思う．そして，そのような疑問をどういう理由で無意味と考えなければならないかということは，決して明らかではないのである．しかし，われわれは同時に，“説明に対する習慣的な要求を断念すること”がはるかに広い経験範囲を包含する論理的手段の獲得のためのひきかえとして必要かも知れないという，Bohr の意見を注意深く心に留めなければならない([3], 78ページ)．

21.3　Heisenberg の哲学の二三の側面

上に述べたような Bohr の立場のくわしい説明に Heisenberg が保留なしに賛成するかどうかは未解決の問題であるが，彼が Bohr が表明した見解に一般的に賛成することは疑いない．他方，彼がこの見解に付け加えたこともまったく明らかである．この節の仕事はこの追加の一部を要約することである．この

点についてのHeisenbergのもっとも重要な寄与はKantの**アプリオリ**の再定義であろう．周知のようにKantは帰納的推理は正当化されえないというHumeのパラドキシカルな結果に非常に悩まされた．この問題の解決の第1歩として，彼は，われわれの概念のあるものは経験から導かれるのではは**なく**，それはわれわれが感覚データを組織しようとするや否や使わざるをえないアプリオリな枠組をなすと提唱した．

Kantは絶対時間，Euclid空間，因果律および実体をおもなアプリオリな概念であると考え，そのような概念は絶対的な妥当性を持つと主張した．この点で彼は不運であった．Heisenbergが主張することは，これらの概念の――そしてもっと一般的には**古典的な**概念の――使用は原子的現象を研究するのに実際必要であり，したがってその意味でアプリオリであるということである．しかしこのことはいま論じている概念が**絶対的な**意味を持つことを意味するものでは**ない**と彼は主張する．Kantが予見できなかったのは，ある概念が科学にとっての条件でありながら**同時に**限定された適用領域しか持たないことがありうるということである．そしてこのことが，Heisenbergによれば，古典的概念にまさに起ったことなのである．こうしてこの著者は，現代物理学は“アプリオリ総合判断”とKantが呼んだものの存在に関するKantの仮説の資格をはぎ取ったというよりはむしろ変更したのだと結論する．この変更はKantの仮説を形而上学的な仮説から実用的なものに変えたのである．したがってアプリオリ総合判断は相対的真理の性格を持つ．

一見したところこのような見解は内部矛盾を含むように見えるかも知れないが，それは“アプリオリ”という言葉が二つの違う意味に解されうることに依っているに過ぎない．Kantの言葉では“アプリオリ”は“変えがたい”，“先験的”などの言葉と同じ内包を持っている．これはHeisenbergが斥ける意味である．しかしそれは単に，われわれ現存の人類が経験を組織するのに使わ**ざるをえない**概念の組を，言いかえれば(実在論の考え方では)，われわれが実在を眺めるときに取り外すことのできない色つき眼鏡を述べるのにも使える．この意味ではアプリオリな判断と概念は実際相対的でありうる．それは祖先のある経験から，たとえば教育によって，直観されることもありうる．

われわれはいま実在論にふれた．以上の議論は純粋に認識論的であって，し

たがってわれわれに，実在論の決定的な選択あるいはその反対を強いるものではない．Heisenberg は保留なしにそのような選択をすることはしなかったけれども，彼は Kant の実在論に類似の実在論のテーゼを斥けない．ただ，Kant の "物自体" は彼にとっては，理論によって明らかにされる数学的構造である．Kant の見解と対蹠的にそれは経験によって間接的に得ることができるものである．

Heisenberg の哲学のこれらの側面はこの本のもっと技術的な節で展開した考察とうまくつながり，実際，そこで集めた結果の理解を助ける．けれども Heisenberg の見方は別の，多分もっとよく知られた特徴を持っており，それはわれわれが見出したこととあまりよく調和しない．その一つは**ポテンシア** potentia の導入とその概念の使用である．ポテンシアは現実的なものに対する可能的なものであり，Heisenberg は観測行為における波動関数の収縮を可能的なものから現実的なものへの転移と考える．彼ははっきりと述べている．"もしも原子的事象において起ることを記述しようとするならば，われわれは**起る**という言葉は観測にのみ適用できるのであって二つの観測の間の事態には適用できないことを認識しなければならない．それは観測の，心理的行為でなくて，物理的行為に適用されるのであって，**可能的なもの**から**現実的なもの**への転移は，測定装置との，そしてそれによって世界の残りの部分との相互作用が活動し始めるや否や生じると言うことができる．"[7]

さらに，彼によればこの収縮過程の説明は次のとおりである．"確率関数に対する運動方程式は測定装置との相互作用の影響を含む．測定装置は必然的に古典物理学によって記述されるから，その影響は新しい不確定の要素を持ち込む．そのような記述は，装置の微視的構造に関する，熱力学から知られているすべての不確定性を含み，装置は世界の外の部分とつながっているから，それは事実上全世界の微視的構造の不確定性を含んでいる．"[7]

Earman と Shimony [8] が指摘したように，これらの文章の明らかな解釈は，対象プラス装置の終状態に達したときには（しかし観測者の意識に登録する前に）**指針の読み**は未知ではあるけれども確定していることと，このことは，装置の状態に関する初めの不確定性のおかげで，測られる量の初めの不定性にもかかわらず実現するということである．しかし装置が有限なときには，この分

析が間違っていることが本質的に第17章と第18章で述べた結果の内容である.

前述の言明でHeisenbergは巨視的装置が世界の残りの部分と相互作用する事実を述べている.事実,巨視的な系は,その微視的な構造を考慮に入れるときには,実際上孤立していると考えられないことを示す論拠が与えられている[9].けれども,第17章と第18章で調べた考察は,測定装置とともに外界の任意に大きな部分を含む系にも,この系が従う量子方程式が線型性を破らない限り,適用できる.その上,観測者の意識を系に含むことなしに世界の残りの部分をどのようにして量子系に含ませることができるのか——第23章で論じる,Copenhagen解釈に似た見解——を理解することは難しい.こういう事情があるので,世界の残りの部分を考えることは,それだけでは,非常に説得力のある議論ではない.

それでも,Heisenbergの最初に引用した文章を第17章および第18章の発展と結びつけることは可能である.しかしそのためには,その文章は巨視的客観主義(第19章を見よ)として考えてはならない.その反対に,上に要約したHeisenbergの一般的な哲学に結びつけなければならない.そのときこの著者にとっては**現実的なもの**——指針の位置——は**絶対的**実在性を持たないことが明らかになる.それはわれわれに依存している,すなわち,人間の経験を可能にし,特に研究している実験で考えられる観測の特殊な組を可能にする条件に依存している.このことは明らかに困難を消し去る.他方,Heisenbergのポテンシアは,巨視的客観主義のような哲学の枠組における単なる可能性より以上の何物かである.もしも独立な実在が存在するとすれば(前に見たように,Heisenbergはこの考えに異議を唱えない),ポテンシアはともかくその実在の部分である.このことは,Heisenbergがこれらのポテンシアを全体的にあるいは少くとも部分的に客観的と考える事実を反映している.

たとえ科学の哲学におけるHeisenbergの言明の総体に賛成しないとしても,この著者の一般的な哲学のなかに,現代の理論物理学の明らかなパラドックスをはっきりさせるのに非常に成功している,経験論と実在論(Platonの意味における)の注目すべき平衡を認めなければならない.

21.4 結　論

量子力学の Copenhagen 解釈は驚くほど有効な実用的な道具である．特に，いつも概念的に可能な実験的配置を使って問題を立てるべきだという主張は，正しい設問を定式化し余分なパラドックスや曖昧さを避けるのにかなり役立っている．

Copenhagen 解釈は微視的および巨視的客観主義のようなもっと素朴な理論によって生じる困難を避ける．もっとはっきり言えば，そのもっともあからさまな不整合を避ける．たとえば，離れた場所での相関を含む遠距離相関現象では，波束の収縮が非共変的な過程であるという困難を，状態ベクトルは客観的でないと考えることによって避ける．しかし，測定装置と測定される系との関係に含まれている，因果性原理の一種の破れをそれは避けることができない(第9章を見よ)．同様に，それは遠距離相関効果における相対性原理の破れを，相対論的共変性は観測者から独立に起っている事象の相互作用にではなくて**情報**の交換に関係すべきであるとすることによってしか避けることができない(19.4節を見よ)．

こうしてわれわれは不可避的に存在論的な問題へと導かれる．Bohr はどの特定の存在論にも加担することを注意深く避けたように思われる[10]．そのためある著者たちは，Copenhagen 解釈は**独立な**物理的実在が存在しその個々の様相(**事象**のような)が知りうるという仮定と調和しうると，誤って信じた．この本で行った分析はその意見が誤っていることを示している．

文　献

[1] N. Bohr, *Atomic Theory and the Description of Nature*, Cambridge University Press, Cambridge, 1934.

[2] N. Bohr, *Phys. Rev.* **48**, 696(1935).

[3] N. Bohr, *Atomic Physics and Human Knowledge*, Science Editions, New York, 1961.

[4] N. Bohr, Quantum Physics and Philosophy——Causality and Complementarity, in *Philosophy in the Mid-Century*, R. Kilbansky, Ed., La Nuova Italia Editrice, Florence, 1958.

[5] L. Rosenfeld in *Louis de Broglie, Physicien et Penseur*, André George, Ed., Albin Michel, Paris, 1953.

[6] A. Shimony, *Am. J. Phys.* **31**, 755(1963).
[7] W. Heisenberg, *Physics and Philosophy*, Harper, New York, 1958.
[8] J. Earman and A. Shimony, *Nuovo Cimento* **54B**, 332(1968).
[9] H. D. Zeh, *Found. Phys.* **1**, 67(1970).
[10] A. Petersen, *Quantum Physics and the Philosophical Tradition*, The M. I. T. Press, Cambridge, Mass., 1969.
[11] H. P. Stapp, *Am. J. Phys.* **40**, 1098(1972).
さらに進むために
P. Heelan, *Quantum Mechanics and Objectivity*, Martinus Nijhoff, The Hague, 1965.
W. Heisenberg, *The Physicist's Conception of Nature*, Hutchinson, London, 1958.
E. Scheibe, *The Logical Analysis of Quantum Mechanics*, Pergamon Press, Oxford, 1973.

第22章 Wignerの友だち

解釈問題の手ごわさから見て，もしかしてわれわれの研究のための新しい小道を開くものがないかどうか，もう一度よく知られた一般的真理のスペクトルを調べることは意味のあることである．その意味で，たとえば，科学はいつも二つの目的を持っていたことを思い出そう．野心的な目的は“何が存在するか”を知ることである．もっと控え目の目的は経験を系統立てることである．ある時代にはこれら二つの目的は調和して共存するが，別の時代には，われわれの時代のように，この二重性は深刻な困難を生じる．

そのような場合に，科学者のふつうの立場はいつでも二つの目的のうちの控え目な方を選ぶことである．実際，すでに述べた実証主義の姿勢はこの自然な振舞の系統化に過ぎない．けれども，そのときこの学説の標準的な説明ではやや不鮮明にされている単純な真理，すなわち，科学は第1に人間の知覚を記述することを目的とするということを認めるべきである．これが正しい立場であることは別のもっと野心的な選択がしばしば曖昧さに導くことによって確かめられる．実際問題として，よく知っている日常の経験を離れるやいなや，“存在する”という言葉にどんな意味を与えるべきかを，ほとんどの場合にわれわれは本当には知らない．たとえば——ある対象が観測の限界を越えて速度を増すような膨張宇宙の模型において——そのような対象がなお存在すると考えるべきかどうかをきめることに，われわれは多少の不安を感じる．いずれにせよ，

あるがままの世界という真偽の確かでない記述は，いままでのところ，たかだか不完全な像に過ぎないことがますます明らかになっている．他方，もう一つの選択である現代物理学の数学的形式はますます観測に関係してきている．実際，今日では，現代物理学は，根元的なものとして扱われる観測の概念に非常に強く支配されているので，それは——第3章のように——過去と未来の観測を結びつける**規則**の単なる集合とすることによってもっともよくあらわされる．したがってこれらの考察はすべて，観測およびもっと一般には知覚が物理学のバックボーンを成すという見解を支持する．そこでこの結論を，しばしば結びついている方法論的な発展から分離して，それ自身として考えることを試みよう．

よく知られているように，知覚は複雑な事象である．それはわれわれの直接の感覚を含み，また事物に関する既存の理論の一部をも含んでいる．しかし，後者は——それらが**何が現実にあるか**についての理論である限り——いま批判した曖昧さと不確定さを分かち持っているから，われわれが絶対的に確信できる唯一の要素としてはわれわれの直接の感覚(および，もしそういうものがあるなら，われわれの論理的アプリオリ)だけが残される．

このように論じてゆくと，われわれはたやすくしかもかなり説得的にずっと昔にDescartesが定式化したものによく似た見解に行き着く．それは，われわれの直接の印象がその存在を疑うことができずまた疑うべきでない唯一の物であり，そして，たとえばMargenau[1]が特に強調したように，それ以外のものは構成物であるということである*．広く行われている理論に従って，われわれが持つ印象のあるものを幻想と考えるべきだということはもちろん起りうる．たとえば夢は(まさしく)幻想と考えられる．それでもわれわれが夢を**見る**という——あるいは少くともその瞬間にわれわれはそういう印象を持つという——まさにそのことはわれわれが確信しうることの一つである．同様にわれわれが信号を見るとき，広く行われている理論に従えばこれは感官の誤りにほかならないという場合がある．われわれがふつう世界を他の人に対して記述する言葉にはそのような信号は**実際は**存在しないのである．けれども，われわれが信号

* Descartesは実際にはもっと多くを主張しているが，彼の主要な功績はこの真理を指摘したことである．

を見ると考えるという事実はそれ自身として現実である．そしてそれは——データの解釈のカテゴリーと違って——かすかな疑いの影さえさしはさむことを許されない直接的現実のカテゴリーに入っている．

科学は正確さを目指しており，そしてわれわれのそれぞれが持つ唯一の確信は自分の直接の印象に関係している．したがって，もしも科学が矛盾してはならない一つのデータがあるとすれば，それは明らかに一人一人が一定の印象を持つという事実である．ところでもう一度**一般化された**観測過程を考えよう．すなわち，第14章のように，初め，測定される系 S が測られるオブザーバブルの固有状態に無いような過程を考える．さらに，観測は信号を見ることあるいは見ないことから成ると仮定しよう．すると，観測者 A(プラス装置——いうまでもなく)を密度行列によって記述し，量子規則が厳密に成り立つとすれば，第4部の分析から，相互作用の後 A は信号を見た状態か見ない状態かのどちらかにあると考えることはできないことをわれわれは知っている(なぜならば(i) $S+A$ 系の集団について相関の実験を**原理的に**行うことができ，それはおそらく，A が無限に拡がっていない限り，そのような記述にあてはまらない．(ii)そのような状況に導く遷移は相対論的に不変な過程ではないであろうからである)．しかしながら，観測者が信号を見たという印象を持つことは明らかに科学が矛盾してはならない種類のことであるという主張を，われわれはいましたばかりである．この場合，観測者 A は(i)彼が信号を見たという明確な印象(あるいは，場合によって，見なかったという明確な印象)を持ち，そして(ii)ついでに彼が全空間に拡がってはいないという明確な印象を持つ．それではわれわれは，これらの印象の第1のものは現実のものであるがそれは単に**印象**に過ぎず，事実とは強い相関が無いと結論すべきであろうか？　もしも——多くの生物学者が言うように——意識はいくつかの特殊な物理系の物理的性質に過ぎないならば，この結論はまたしても量子力学はすべての物理的性質にはあてはまらないことを意味する．

Wigner[2]は猫のパラドックス(第17章を見よ)を変形して情報の交換を導入したものを使って，この点を力をこめて強調した(この章の標題はこのことによる)．彼は三つの系を考える．ここではそれを S, A および B と名づける．S は量子系であって，それについて量 L(固有値 l_n と固有ベクトル $|\psi_n\rangle$ を持

つ)が測られる．Bは観測者である．AはLを測るのに適した装置であるかあるいは，観測者Bが代りにLの測定をするように頼んだ観測者の友だちである．ここでも簡単のために，量Lは二つの固有値l_1とl_2だけを持つと考えよう．Aは信号を記録することによってあるいは記録しないことによって，LがSにおいて持つ値を確かめる．

簡単のためにSとAの両方を状態ベクトルで記述しよう(Aを記述するのに密度行列を使うこともできる．けれども，すでに知っているように，これは本質的な違いを生じない)．もしも系Sの初めの状態が$|\varphi_n\rangle$であるならば，$S+A$系の終状態は$|\varphi_n\rangle|n, s_n\rangle$である．ここで，第14章と同じく，$|n, s_n\rangle$は$A$の終状態を記述する．したがって$A$は値$l_n$を記録したと(すなわち信号を見たかあるいは見なかったと)言うことができる．BがAを見るか，あるいは場合によってAの報告を聞くとき，Bはしたがって単に事実を知らされるだけである．しかしSの初めの状態が

$$\sum_n c_n|\varphi_n\rangle \tag{22-1}$$

であると，$S+A$系の終状態は，前に見たように(運動方程式の線型性のために)

$$\sum_n c_n|\varphi_n\rangle|n, s_n\rangle \tag{22-2}$$

である．

もし観測者Bが実験を多数回くり返すならば，Bは自分が構成した集団Eのある部分集団E'についてS-A相関を調べることによって，$S+A$系は実際(22-2)によって記述されるのであってnの一定の値に対応する混合によってで**はない**ことを確かめることができる．したがってBはEのほかの任意の要素(すなわち，Bが見たり聞いたりしなかったものの一つ)を，そのAは信号を記**録したか**か**しなかった**かのどちらかであると言うふうに，矛盾なく表わすことはできない．そういう記述をBが使うことができるのはBがAを見た(あるいは聞いた)あとだけである．けれども，Aが装置でなくてBの友だちである場合には，BはAに，AがSと相互作用したときに彼(A)が何を感じたかを聞くことができる．もしAがBと同じ性質のものであるならば，Aはそのときに

必ず一定の印象を持ったに違いない．A は信号を見たと感じたか，あるいはそうでないと感じたかである．したがって結論は，もし観測者 B が量子規則の厳密な妥当性を信じるならば，B は彼の友だち A が，B 自身と同じように，外界から一定の印象を受けるとすることはできないということである．B はその種における唯一の存在である．

この結論――独我論の一種――は Wigner の論文[2]の最終的な結論ではない．しかし，それから逃れるためには，いま展開した考察に従えば量子力学を変更することが必要であると Wigner は指摘する．もっとはっきり言えば，発展法則の線型性が困難の根本にあるのだから，放棄されるべきは線型性であるということを彼は強調する．

それでは，量子力学の線型性を破る現象は本質的に何であるのか？　これはもちろんアプリオリに答えることのできる問題ではない．たとえば，われわれがいつも純粋に物理的なものと考えている現象でさえ線型性を破っているということもあり得る．しかしその種の現象の存在を示唆する物質的証拠が何も無いことを考えて，Wigner は“最小の破れ”の理論と呼べるようなものが望ましいと述べている．このような破れを示す唯一の現象は意識を含むものだから，彼は線型性を破るのは意識であると仮定する(同様な見解は，もっと漠然とではあるが，London と Bauer[3]および von Neumann[4]によってもすでに表明されている)．

言うまでもなく，このような見解は，“意識は存在しない”，少くとも“物質的対象”あるいはその性質が存在するのと同じ意味では存在しないというアプリオリな信念から出発するすべての人にとっては，本来的に不条理にしか見えない．しかし，物理的存在の概念そのものがアプリオリに与えられているというには，あるいは明らかであるというにさえ，ほど遠いことをわれわれはすでに述べた．事実，われわれが――科学者として――ある物理的実体が“存在する”というとき，それはいつでも対応する概念が**われわれの**経験を適度に簡潔に記述するのに役立つという意味である．われわれの日常生活の“物質的対象”に関しては，少し反省してみると正確に同じことが成り立っていることがわかる．その上，われわれはこれまでの章で，その概念が役に立つ領域は実際はきびしく限られていることを確かめた．もしわれわれが有限な分離された対

象の存在という考えを先験的な(あるいはアプリオリな)原理にまで格上げするならば，われわれは克服できない困難に到達する．他方，意識は――この基本的な点をもう一度くり返そう――科学のすべての構築の基礎である．したがって，意識は必ず物理的対象(絶対的存在を持つと暗黙のうちに考えられている)よりも“現実的でない”かあるいはその“単なる性質”であると考えなければならないというアプリオリな信念は，明らかにあまりに素朴である．

独断論的な反論を斥けたのち，この理論がもたらすどんな現実の(すなわち，アポステリオリな)困難をも検討することは，もちろん，重要である．そのいくつかを概観しよう．

この研究のためには，意識が登場しない限り量子力学の線型法則に厳密に従うすべてのものを“物理的実在”と呼ぶことに統一するのが便利である．いま分析する理論では，したがって，意識は定義によって非物理的存在である．けれどもこれはこの理論の際立った特色というわけではない．主観に関する現在の哲学的見解の多くにおいて，意識はすでに実在の，“通常の”物理的性質に完全に帰着させることはできない，性質と考えられている．実際，これらの見解は，反作用のない作用はないというそれ以外では普遍的な法則を意識が破ると主張することによって，意識をほかのどの現象からも根本的に区別する．意識は作用されることはあるが決して作用しない(ある物理的状況に気づいているという事実はその状況に影響しない)．この点ではWignerは偉大な原理の普遍性をいっそう重んじてさえいる．彼の記述では，宇宙の残りの部分への――すなわち，われわれが“物理的実在”と呼ぶことに統一したものへの――意識の反作用が実際存在するのだから．

この反作用は実際上観測可能であるか？　この疑問に答えようとするにあたって，Wignerの定式化したところでは，この問題はやや曖昧であることを注意しよう．もしも，Wignerの研究の精神に従って，意識が波束を収縮させる動因であると仮定するならば，もし波束が客観的なら，物理的実在に対する意識の影響はもちろん非常に多くの場合に観察され，しばしばまったく大きなものであることになる．けれども第1の点の議論は後廻しにしよう．別のもっと便宜的な意味で意識によって惹き起される過程の観測可能性は，ふつうの理論に従えば，系同士がひとたび相互作用したならば示すはずのあるまったく微妙

な相関の非存在と同等であるだろう．そのような違いは，しかし，実際にはおそらく観測不能である．したがって意識を極度に微小な系に帰着させる十分な理由がない限り，われわれはおそらく，いかにして意識の反作用を観測すべきかについて，途方に暮れたままでいることになろう．

いま論じている理論に対するもう一つのありうる反論は，2人の異なる観測者 A と B によってなされる二つの継続的な観測に関係している．その場合には，観測される相関を保つためには，波動関数が2回収縮すると考えさえすればよい．1度目は A が測定する事象を意識したとき，2度目は B が，自分の番がきて，同様に意識したときである．けれども，次の困難がしばしば指摘される．系 S が2人の観測者 A と B によって次々に写真をとられるとしよう．写真はとられたのと逆の順序で見られる．すなわち，B は彼自身の写真を最初に見る．そのとき，この理論では最初の波の収縮は B が彼の写真を見るときに起ることが指摘される．そうすることによって，B は A のフィルムについて，元々の重ね合せと両立するイメージの全体の集合の中から，何かしら特殊なイメージを選択する．この選択は，A と B との間に物理的な相互作用がある必要はないとはいえ，一種の因果関係である．

たとえ A のフィルムが，B が彼の写真を見る前に，現実には独立な存在を持たない(そのときわれわれはただ**一つの**系にだけ関係しているのだから)ことに注意しても，なおこの全体の記述は奇妙に見える．二つの観測行為が互いの光円錐の外にあるときには，もちろんなおさらそうである．けれどもこれは第8章で一般的な現象として認めたものの一つの特殊な例に過ぎない．波束の収縮は相対論的に不変な過程では**ない**のである．

ところで，波の収縮が不変な過程でないという事実は，それを二つの純粋に物理的な系の間に起る現実の物理的事象と解釈するどの理論(たとえば巨視的客観主義のような)にとっても，非常に深刻な反論である．しかし，それはここで論じている理論にとってはおそらく本当にきびしい反論ではない．それは，ただ，意識を含む非線型現象が物理学で見なれているふつうのものとは非常に違うので——そして物理的には完全に未知なので——それは Lorentz 不変性をみたさないと仮定してよいだろうからである．

こうして，いま論じている理論に対する可能な批判としては，本質的に残る

のは次のむしろ弱い異論である．意識の効果の特異性は——われわれの技術の現在の状態では——実際上観測されることはないことを知っているとはいえ，意識が実在に対して非常に大きな効果を持つと想像するのは気持が悪い．ここで分析したのとは別のエッセイ[5]で，Wignerはこの最後の異論を避けることのできる，一種の独我論を唱えた．この見解は与えられた自我の外のすべての実在を第2の型の実在として分類する．そのような実在は，対応する概念の有用さに本質的に依存する存在度を持つと考えられる．この立場の長所と困難の議論については，引用した論文を参照して頂きたい．

文　献

[1] H. Margenau, *The Nature of Physical Reality*, McGraw-Hill, New York, 1950.

[2] E. P. Wigner, Remarks on the Mind-Body Question, in *The Scientist Speculates*, I. J. Good, Ed., W. Heinemann, London, 1961.

[3] F. London and E. Bauer, *La Théorie de l'Observation en Mécanique Quantique*, Herman, Paris, 1939.

[4] J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1955.

[5] E. P. Wigner, Two Kinds of Reality, *Monist*, Vol. 48(2)(April 1964).

さらに進むために

E. P. Wigner, *Symmetries and Reflections*, Indiana University Press, Bloomington and London, 1967.

E. P. Wigner in *Foundations of Quantum Mechanics*, *Proceedings of the Enrico Fermi International Summer School*, Course IL, Academic Press, New York, 1971.

第23章　状態の関連性

第4章で示したように，そこで“巨視的客観主義”と名づけた実在論の特定の説は量子力学と両立しないように思われる．他方，われわれはまたいままでの章で，実在論をまったく捨て去るのは難しいことと，実在論と実証主義との中間のコースの舵をとる試み(われわれはCopenhagen解釈を念頭においている)もまたそれに固有の無視できない曖昧さと困難をもたらすことを見た．この章で考える理論は実在論の一変種として記述することができる．けれどもそ

れは微視的および巨視的客観主義の正反対のところにある実在論である．ある意味でその最初の推進者はSchrödinger[1]であったが，10年前にEverett[2]によって系統立てられ論理的極限にまでもたらされた．この理論はWheeler[3]によって，さらに最近De Witt[4]によって支持された*．ここでは大部分後者の記述に従う．

23.1　理論のあらまし

論じる方法の一般的な着想は，ある意味ではまったく初等的である．すなわち，宇宙の実在と，量子力学の時間についての発展の第1法則(Schrödinger方程式またはその一般化)に従う状態ベクトルとの間には1対1対応がある，言いかえれば波束の収縮は決して起らない，ということである．

いままでのわれわれの議論全部，特に第14章を考えるとき，このような言明は一見非常に奇妙に思われる．系Sと装置Aだけから成る簡単化された宇宙においてさえ，発展は一般に，Aの指針が巨視的に異なる可能な位置のいくつかに拡がっている状態を生じるであろう．同様に，もしAが観測者を含むならば，この観測者は一般に，意識の異なる状態の重ね合せに発展するだろう．論じている理論の独創性は，見たところ不条理なこの結論を冷静に受け入れるところにある．この理論は主張する．観測に似た相互作用は宇宙のいろいろな成分の間で絶えず起っているのである．この宇宙はその結果として，途方もない数に連続的に枝分れしつつあり，そのどれもほかのものと同じく現実的なのである．その宇宙の一部として，われわれ自身連続的に分裂しつつあるのである．

われわれ自身が分裂しているようには感じないという反論を唱えるものに対しては，この理論の提唱者は次の命題を証明することによって答える．われわれが単なる自動装置として考えられる限り，**量子力学の法則はわれわれが分裂を感じることを許さない**．この点は明らかに問題の鍵だから，まずこの命題が，事実，理論の原理から導かれることを示そう．

状態ベクトルが記号$|\varphi\rangle$で表わされるような一つの系Sと，状態ベクトルが$|n, r\rangle$で表わされるような一つの装置だけが存在するような，簡単化された世

---

* よく似た理論がCooperとvan Vechten[5]によって進められている．

界をふたたび考えよう．観測者が単なる自動装置である限り，A は，もちろん観測者でもありうる．さらに，系 S と A の時間についての発展は第14章のように遷移

$$\left(\sum_n a_n|\psi_n\rangle\right)|0,r\rangle \longrightarrow \sum_n a_n|\psi_n\rangle|n, s_{n,r}\rangle \tag{23-1}$$

によって表わされると仮定しよう．第14章の場合と違って，(23-1)の状態ベクトルはただ一つの系 $S+A$，すなわち考えている簡単化された宇宙だけを記述することを強調しなければならない．それに関連して，(23-1)で記述されるような簡単な過程では統計的解釈の余地はまだないことも強調しなければならない．

Everettに従って(23-1)の右辺を

$$\sum_n |\psi_n\rangle|\Phi_n\rangle \tag{23-2}$$

と書き直そう．ここで

$$|\Phi_n\rangle = a_n|n, s_{n,r}\rangle \tag{23-3}$$

はこの著者が装置の“関連状態”relative stateと呼ぶものである．あきらかに，(23-2)は与えられた n の値を持つ $|\Phi_n\rangle$ を同じ n の値を持つ $|\psi_n\rangle$ にきっちり結びつける．これが $|\Phi_n\rangle$ が $|\psi_n\rangle$ に**関連**していると言われる理由であり，$|\psi_n\rangle$ に対しても同様である．一つを除いてすべての a_n が0であるとき，(23-2)は，もちろん簡単明瞭な解釈を許し，S は状態 $|\psi_n\rangle$ に**あり**，それに関連して A は状態 $|\Phi_n\rangle$ に**ある**ということである．他方，a_n のいくつかが0でないとき，ここでは統計的要素を欠いているから，$|\psi_n\rangle$ と $|\Phi_n\rangle$ との結びつきは慣用の**相関**の概念を使って表わせるものではない．しかし，(23-2)は形式的には S の状態ベクトルと A の状態ベクトルとの間の結びつきを含んで**おり**，われわれがさらに進むにはこれで十分である．

次の段階はくり返しの観測過程，すなわち，関係(14-11)で表わされる過程を考えることである．このカテゴリーの過程は，第1の装置 A によって見出された値の第2の装置 B による観測を含んでいる．それはまた，A がすでに観測したオブザーバブルを，S について，B がまた測定するときの，すべてのくり返し観測の過程をも含んでいる．そのとき B と A は同じ装置の二つの異な

る部分と考えることもできるから，(14-11)はすでに1度行われた観測の単なるくり返しをも記述する．そのとき(14-11)にあらわれた状態$c_m|a_m\rangle|b_m\rangle$はまさに装置の関連状態である．波束の収縮が決して起らないにもかかわらず，前に述べた形式的結びつきが二つの離れている装置の結果の間にも成り立っていることは(14-11)から明らかである．言いかえれば，与えられた$|\varphi_n\rangle$に対して，(14-11)は同じ添字nを持つAとBの関連状態を曖昧さなしに結びつける．これが成りたつ場合に，われわれは**定義として**“二つの観測の結果は互いに一致する”と言う．いまやわかり始めたように，論じている理論の魅力的な特徴は定式自身が(De Wittが強調したように)その固有の解釈を産み出す力を持つように思われることである．

もっと複雑な問題を考えることができる．たとえば次のように仮定しよう．量子系Sが，第8章の例のように，二つの部分UとVに分かれる．UとVは遠くへ離れて飛ぶ．量$L^{(U)}$が装置AによってUについて測られる(Aはその結果をパンチカードに記録する)．量$L^{(V)}$——$L^{(U)}$と強く相関している——が同様に装置BによってVについて測られる．そして，最後に，装置AはBの記憶装置に記録されている値を観測し，その値を$L^{(U)}$を観測してA自身の記憶装置にすでに登録してある値と比べる．$L^{(U)}$と$L^{(V)}$との間に仮定した1対1の相関のために，Aが得た二つの結果は，理論が正しいならば，互いに一致するはずである．これが本当に成り立つことを示すために系$U+V$を

$$\sum_n c_n|u_n\rangle|v_n\rangle \qquad (23\text{-}4)$$

と書こう(記号は明らかであろう)．

$|b_i\rangle$を装置Bの可能な状態とし，$|a_{k,l}\rangle$を装置Aのそれとする．$|b_i\rangle$において，値$i=m$は，mで表わされるただ一つを除いてすべてのc_nが0のときに，Vとの相互作用の結果としてBが発展してゆく状態に関係する．$|a_{k,l}\rangle$において添字kは同じ意味(ただしAおよびUに関して)を持ち，添字lは同様にAによってBについてなされる観測に関係する：それはBが状態$|b_p\rangle$にあることがAによって観測されるならば値$l=p$をとる．すると，もし初めの状態が

$$|a_{00}\rangle|b_0\rangle\sum_n c_n|u_n\rangle|v_n\rangle \qquad (23\text{-}5)$$

であるならば，第1，第2および第3の観測過程のすぐ後の状態は，それぞれ，

$$\sum_n c_n |a_{n,0}\rangle |b_0\rangle |u_n\rangle |v_n\rangle, \tag{23-6a}$$

$$\sum_n c_n |a_{n,0}\rangle |b_n\rangle |u_n\rangle |v_n\rangle, \tag{23-6b}$$

$$\sum_n c_n |a_{n,n}\rangle |b_n\rangle |u_n\rangle |v_n\rangle \tag{23-6c}$$

で表わされ，これは単に完全な状態ベクトルのSchrödinger的な時間発展の結果である．

(23-6c)式に**同じ**添字nが2回あらわれることは，Aによって得られる二つの結果が，まさにそうあるべきように，確かに一致することを示している．

ふつうの定式では外部の観測者が考えられ，上の式にあらわれる係数a_nあるいはc_nはその観測者によって行われる観測に対する確率振幅と解釈される．けれども，ここでは外部の観測者は考えられていない．可能なすべての観測者はAとBのような(すなわち，関連する状態ベクトルを与えられている)系であって，したがって，すでに述べたように，われわれは係数a_nあるいはc_nに対してアプリオリな統計的解釈を持たない．これらのような係数の統計的解釈は，一つの装置の多数の同じ系との相互作用を考えるときに，**この定式自身から生じる**ことが言われている[3]，[4]．以下に定式化するごく自然な仮定をするとき，実際そうなっていることを示そう．

それを示すために*，大きな数M個の系$S_1, \cdots, S_k, \cdots, S_M$を考えよう．これは初め同じ状態

$$|\psi\rangle = \sum_n c_n |s_n\rangle, \tag{23-7}$$

$$\sum_n |c_n|^2 = 1$$

にある．さらに

$$|a_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_k, \cdots, \alpha_M}\rangle \tag{23-8}$$

によって記述される一つの装置Aを考え，それは各々の系Sと正確に1回だけ相互作用するとする．初めすべてのα_kの値は0であり，Aが状態n_kにある

* De Witt [4]によれば，以下の導き方はR. N. Grahamによる．

系 S_k と相互作用するとき，それは $\alpha_k=n_k$ に発展する．すると，すべての相互作用が起ったのち，完全な状態ベクトルは

$$|\Psi\rangle = \sum_{n_1,n_2,\cdots,n_k,\cdots} c_{n_1}c_{n_2}\cdots c_{n_k}\cdots|s_{n_1}\rangle|s_{n_2}\rangle\cdots|s_{n_k}\rangle\cdots|a_{n_1,n_2,\cdots,n_k,\cdots}\rangle \tag{23-9}$$

である．

これは装置 A は一般には，重ね合せの一つの要素の中でさえ，その観測の推移の中で同じ値の継起を記録しはしないことを示す．系のオブザーバブルの値——それは添字 n と1対1対応を持ち n で置き換えることができる——のある分布がこうして生じる．この分布は**相対頻度関数**

$$f(n;n_1,n_2,\cdots,n_k,\cdots,n_M) = M^{-1}\sum_{k=1}^{M}\delta_{n,n_k} \tag{23-10}$$

で特徴づけられる．これは明らかに与えられた数 n に等しい添字 n_k の相対数 f_n を表わす．系の数 M が無限大に近づくときに，理論が量子力学のふつうの統計的予言を正しく再現するものとすれば，相対数 f_n は $|c_n|^2$ に等しくなるはずである．実際そうなることを示すために関数

$$\delta(n_1,\cdots,n_M) = \sum_n [f(n;n_1,\cdots,n_M) - |c_n|^2]^2 \tag{23-11}$$

を導入し，ε を任意に小さな正の数としよう．重ね合せ(23-9)から $\delta \geq \varepsilon$ であるようなすべての継起 $n_1,\cdots,n_k,\cdots,n_M$ を除こう．その結果を $|\Psi^{(\varepsilon)}\rangle$ とし，

$$\begin{aligned}|\chi^{(\varepsilon)}\rangle &\equiv |\Psi\rangle - |\Psi^{(\varepsilon)}\rangle \\ &= \sum_{\substack{n_1,\cdots,n_k,\cdots \\ [\delta(n_1,\cdots,n_k,\cdots)\geq\varepsilon]}} c_{n_1}\cdots c_{n_k}\cdots|s_{n_1}\rangle\cdots|s_{n_k}\rangle\cdots|a_{n_1,\cdots,n_k,\cdots}\rangle\end{aligned} \tag{23-13}$$

を考える．

(23-3)から明らかなように，添字 n(系における測られるオブザーバブルの固有状態を表わす添字)が異なるすべての関連状態は互いに直交している．したがって，一つあるいはいくつかの n_k の値が異なる状態 $|a_{n_1,\cdots,n_k,\cdots}\rangle$ は互いに直交し，

$$\langle\chi^{(\varepsilon)}|\Psi^{(\varepsilon)}\rangle = 0 \tag{23-14}$$

であり，また

$$\langle\chi^{(\varepsilon)}|\chi^{(\varepsilon)}\rangle=\sum_{\substack{n_1,\cdots,n_k,\cdots\\ \delta\geq\varepsilon}}|c_{n_1}|^2\cdots|c_{n_k}|^2\cdots$$

$$\leq\varepsilon^{-1}\sum_{n_1,\cdots,n_k,\cdots}\delta(n_1,\cdots,n_k,\cdots\rangle|c_n|^2\cdots|c_{n_k}|^2\cdots. \qquad (23\text{-}15)$$

ところで，(23-10)で定義される関数$f(n;n_1,n_2,\cdots,n_M)$の一般的性質として，加えて1になるような数$w_1,\cdots,w_n,\cdots$の任意の族に対して，

$$\sum_{n_1,\cdots,n_k,\cdots}\delta(n_1,\cdots,n_k,\cdots n_M)w_{n_1}\cdots w_{n_k}\cdots w_{n_M}$$

$$=M^{-1}\Big(1-\sum_n w_n{}^2\Big)+\sum_n(w_n-|c_n|^2)^2 \qquad (23\text{-}16)$$

であるということがある．

この式は容易に証明できる．たとえば，まずN個の独立な実変数$w_1,\cdots,w_N$を考え，

$$F(w_1,\cdots,w_n,\cdots)\equiv\sum_{n_1,\cdots,n_k,\cdots,n_M}w_{n_1}\cdots w_{n_k}\cdots w_{n_M}$$
$$=(w_1+\cdots+w_n+\cdots+w_N)^M$$

を定義する．すると(23-16)の左辺は

$$M^{-2}\sum_n\Big[w_n\frac{\partial}{\partial w_n}\Big(w_n\frac{\partial F}{\partial w_n}\Big)-2M|c_n|^2w_n\frac{\partial F}{\partial w_n}+M^2|c_n|^4F\Big] \qquad (23\text{-}17)$$

に等しいことが容易に示される．微分を実行し付加条件$\sum_m w_m=1$を考慮すると，(23-17)は(23-16)の右辺に帰着する．証明終り．

$\sum_n w_n(1-w_n)=1-\sum_n w_n{}^2<1$だから，(23-16)は

$$\langle\chi^{(\varepsilon)}|\chi^{(\varepsilon)}\rangle<(M\varepsilon)^{-1} \qquad (23\text{-}18)$$

を与える．言いかえれば，εをどんなに小さく選んでも，$|\chi^{(\varepsilon)}\rangle$のノルムが任意の正の数よりも小さくなるような十分大きなMをいつでも見出すことができる．このことは，二つの状態ベクトル$|\Psi\rangle$と$|\Psi^{(\varepsilon)}\rangle$の間の距離が，$M$が無限大に近づくときに，0になることを意味する．もしも，さらに，0ノルムの状態ベクトルは存在しない状態に対応すると仮定するならば，Mが無限大になるとき，$\delta\geq\varepsilon$に対応するすべての部分は消失する．したがって残る部分は$\delta<\varepsilon$に，すなわち$f(n;n_1,\cdots,n_M)$に，対応する．証明終り．

Aと系$S_1,\cdots,S_M$の任意の一つとの別々の相互作用のそれぞれを“観測”と呼ぶことにするならば，上の言明は，相対数$|c_n|^2$回の観測の結果が互いに一致することを意味する．これはまさに量子力学のふつうの解釈のエッセンスである．けれども，ここではこの言明は，別の公理として仮定しなければならないのではなく，定式プラス**一つの**非常に一般的な仮定の**結果**として生じている．

23.2 議　論

関連状態の理論は，非常に認め難いいくつかの特徴と並んで，明らかに特に魅力的な面を持っている．その欠点の一つは，幾分かは，その成功の帰結である．それはどんな実験によっても反証をあげえない理論である．なぜならばわれわれはそれらの間の分裂を観察しえないのだから．この理由によって，“メタ”という接頭辞が**メタ数学**の場合とほぼ同じ意味を持つものとすれば，それは正しく“メタ物理的理論”と呼べるものである．それは諸規則と諸概念の首尾一貫した論理的な枠組をわれわれに与え，現実の物理学はこの枠組のなかに完全にはめ込めることを示す．やや違った観点から見ると，この理論はまた，いくぶん，仮定の経済性の原理(Occam の剃刀)に逆行するという非常に望ましくない面を持っている．それは完全に観測不能な無限個の世界あるいはその状態まで仮定するに至ったのだから，実際，まったく自由に仮定をふやしたといえる．この反論に対する答は，なるほど理論は宇宙の数(あるいは少くとも一つの宇宙の状態)をやたらにふやしているけれども，すでに見たように，それは基本原理を節約しているということである．宇宙と原理のどちらをまず節約すべきかは，各人が自分の好みに従うことのできる事柄であるように思われる．

上述の長所と短所は多かれ少なかれ明白であり，(難問であるのに)くわしい分析にかけることは容易でないのであるが，この理論の別の特徴もまた注目を要する．

理論体系の基本的な考えは，すでに述べたように，現実とそれを表現する状態ベクトルとのあいだに1対1対応が存在するという仮定である．したがって，もしも二つの独立な世界が存在し，その各ゝが系 $S^{(k)}$ と装置 $A^{(k)}(k=1,2)$ から成り，それらは同じように構成され同じ力の法則に従うとするならば，そしてさらに，もしもそれらの初めの状態ベクトルが等しいとするならば，

$$\sum_{n=1}^{N} c_n |a_n^{(1)}\rangle |s_n^{(1)}\rangle \qquad (23\text{-}19)$$

と

$$\sum_{n=1}^{N} c_n |a_n^{(2)}\rangle |s_n^{(2)}\rangle \qquad (23\text{-}20)$$

によって，それぞれ記述されるそれらの終状態は，そのすべての物理的属性に

関して，必然的に一致するはずである．同じことは，もしわれわれが系 $S^{(1)}+A^{(1)}$ と $S^{(2)}+A^{(2)}$ を，二つの異なる世界でなくて，同一の世界を成すものと考えるとしても(ともかく，これら二つの複合系が発展してゆく終状態の概念が意味を持つ限り)，もちろん成り立つ．これは同じ物理的仮定を定式化する別のやり方に過ぎない．しかし，そのとき，次の疑問が生じる．"表式(23-19)と(23-20)で記述される二つの物理的存在のこの同等性を，$S^{(1)}+A^{(1)}$ はたとえば終状態 $n=1$ にあり，一方 $S^{(2)}+A^{(2)}$ はそれとちがう終状態 $n=2$ にありうるという事実とどのようにして調和させたらよいだろうか？"

答は明らかに(23-19)では，(23-20)あるいはそれと似た表式でも同じであるが，ただ一つの分枝だけが存在するのではないということである．それらのすべてが別々に存在すると考えねばならない．けれども後者の言明は二つの異なった仕方で理解されうる．第1にわれわれはそれを非常に物理的な意味に理解することができる．すなわち，装置の数も系の数もその過程の間一定ではなく，それぞれの観測類似過程において，それらは N(その過程における分枝の数)倍される．この解(以下"解(a)"とする)はこの理論の創始者たちが好んだように思われるものである．もう一つの可能性は系と装置の数はいつでも保存されると主張することである．そのときは表式(23-19)と(23-20)の同一性によって，二つの系 $S^{(1)}+A^{(1)}$ と $S^{(2)}+A^{(2)}$ 自身が互いに同じであると主張せざるをえない．

後者の見解を以下では"解(b)"と呼ぶが，これは，S と A が二つの量子系である限り，われわれの多くが何の懸念もなしに受け入れるものである．状態ベクトルと実在との間に1対1対応が仮定されているならば，同じ状態ベクトルを持つ二つの $S+A$ 系は明らかに同じであり，言わねばならぬことはあまり無いように思われる．装置は複雑な量子系に過ぎないことを考えて，この見解の承認を A が装置である場合にも拡張する物理学者もあるかも知れない．

しかし，この見解を最終的に意識を持った観測者を含む系にまで拡張すべきか否かという問題になると，前の章で強調した事に関連した困難が生じる．われわれの印象の存在はわれわれが絶対的に確信しているものである．たとえわれわれの印象のあるものが幻想であることが本当であるとしても，その存在自体と特定性は疑う余地の無い事実である．他方，もしも状態ベクトルが観測者の印象を含む実在の全体と1対1対応にあると仮定するならば，われわれの例

では，これらの印象は違う観測者に対して異なることはありえない．なぜならば，もし異なるならば，系 $S^{(k)}+A^{(k)}$ はすべての点で互いに同等ではなくなるからである．したがって，もしも観測者の1人 $A^{(1)}$ が(n のある特定の値 n' に対応する一定の信号を見るという)一定の印象を持つならば，他方の観測者も必ず同じ印象を持たなければならない．けれども，すべての n の値が定式の中に対称にあらわれているために，これは不可能である．特定の値 n' を抜き出すものは何もない(それは，任意に大きな集団においてさえ大きな統計的ゆらぎが起っていることを必要とする．しかしわれわれは非決定論を使うことさえできないのである)．こうしてわれわれは，もしも観測者の印象がこれらの系の物理的性質に過ぎないならば——したがって，状態ベクトルによって記述されるならば——それらの印象はここで研究している種類の実験では不鮮明なものでなければならないという結論に達する．しかしながら，この結論はわれわれの直接的経験とは明らかに矛盾している．これらの実験の条件の下では，われわれの一人一人が信号を見たかあるいは見なかったかという一定の印象をいつでも持つことを確実に知っている．

これらの考察を記憶しておいて，上述の解(a)と解(b)をくわしく論じよう．

解(a)

これは次のように述べられる．観測者を含む観測類似過程において，**すべての**分枝はわれわれが個人的経験によって熟知している型の現実性を持つと仮定することができる．すなわち，これらの分枝のそれぞれは(これこれの信号を“見た”という)はっきり定義された状態に意識があるような観測者を含むと仮定することができる．これは次のことを意味する．もし，過程が起る前に，われわれの簡単化された世界がただ1人の観測者を含んでいたとすれば，観測類似過程の後では，それは何人かの，すなわちそれぞれの分枝に1人の，観測者を一緒に含んでいる．

定式のこの解釈が実際上述の困難の解決を与える(これは本質的に“観察される”多様性が見かけに過ぎないことから来る)ことは容易に検証できる．しかし，そのとき，物理的増殖のこの過程が，観測者の代りに装置があるような現象でも起るはずであることは明らかである．すると，仮定によって，系の装置との相互作用は特殊な法則でなく物理学の一般法則に支配されるから，上述

の増殖は，波動関数の発展が観測類似過程の一般的な型に従う任意の過程においても起るはずである．たとえば，第15章で考えた場合，すなわちスピンが O_x 方向に向いた粒子が磁場が O_z 方向に向いた Stern-Gerlach の装置に入射する場合にも，それはおそらく起るはずである．その場合，スピン S を持つ1個の粒子は，宇宙の各々の“分枝”に1個ずつの，$2S+1$ 個の粒子に転換され，それらの粒子の各々は与えられた粒子線に属し，O_z 方向に一定のスピン成分 S_z を持つ．

この解釈によって惹き起される困難の一つは，この増殖過程が，（第15, 16, 17, 18章で見たように）完全に明確な論理的にはっきり定義されたカテゴリーではない観測類似過程に，どのようにして限定され得るかが理解しがたいことである．実際，それはおそらく，どんなものであれ任意の**相互作用**の過程に拡張されるはずである．しかし，このことは次に，一つの（複合）系と呼ぶもの（固有の**相互作用**が無く，増殖が無く，干渉が可能）と，**相互作用**している二つ以上の系と呼ぶものとの間に明確な区別をすることを要求するように思われる．不幸にしてこのような区別は極度に人為的である．

同じ解釈によって惹き起される別の困難は，たとえば，仮想的なスピン0のダイニュートロンが2個の中性子 U と V に，パリティを保存する相互作用によって崩壊すると考えるときに起る．はっきりさせるためにダイニュートロン系のパリティは正であると仮定すると，生じる複合系は全スピンが0の状態にある．それは

$$|\psi\rangle = |\psi_1\rangle \equiv |u_+\rangle|v_-\rangle - |u_-\rangle|v_+\rangle$$

によって記述されるが，この状態ベクトルは

$$|\psi\rangle = |\psi_2\rangle \equiv |u_+'\rangle|v_-'\rangle - |u_-'\rangle|v_+'\rangle$$

のように別の多くの仕方で書くことができる（′なしおよび′つきの記号は，それぞれ，S_z および S_x の固有状態を表わす）．もしも，いま論じている解釈で元の系の2倍化が起るとすれば，崩壊が起ったあとでは，それぞれの分枝に2個ずつ，計**4個**の中性子が存在する．けれども，$|\psi_1\rangle$ を見るときにはこの2倍化は $S_z=+1$ を持つ1個の粒子 U と $S_z=-1$ を持つ1個の粒子 U（**プラス**対応する粒子 V）の存在を結果すると主張しなければならないのに対し，$|\psi_2\rangle$ を見るときには，2倍化は $S_x=+1$ を持つ1個の粒子 U と $S_x=-1$ を持つ1個の粒子

U(**プラス**対応する粒子 V)の存在を結果すると主張せざるをえない．明らかに，この二つの(実際には無限の)可能性のうち，ただ一つだけが本当と考えられるべきである．しかし，これはふつうの空間において一つの特殊な軸に特別な役目を与えることを意味するが，いまの場合，問題には特定の方向は無いから，明らかにこのような方向は無い．他方，いまの場合には中性子の2倍化は起らないのだという立場をとるならば，2個の対象相互の散乱のもっと一般の場合に，したがって観測類似過程においてもいかにして2倍化が起りうるかを理解することは難しくなる．増殖が起る場合と起らない場合の間の区別は必然的に質的であり鮮明であるはずと思われるからである．

こうしてわれわれは元の困難に対するもう一つの解答，解(b)の研究に導かれる．

解(b)

これは，観測者，装置等が，解(a)の場合のように**増殖**するのでなく，いろいろな分枝の間に単に**分割**されると仮定することである．言いかえれば，われわれは，**1個の**原子が Young の 2-スリット装置あるいは Stern-Gerlach の装置に入射するとき，どの時刻にも**1個**だけの原子があると仮定する．けれども，われわれはこの原子の実在性は(それが何を意味するにせよ)ともかく二つのスリットあるいは粒子線のなかに(たとえば波のように)**分割**されると仮定する．さらにわれわれはこの仮定を巨視的な系，装置および観測者にも拡張する．この場合，この節の初め[(23-19)および(23-20)式の前と後]に分析した困難は，状態ベクトルが観測者の印象を含む全体と1対1対応にあると仮定する限り，事実，現実のものとなる．同じ仮定は次のことをも意味する(たとえば文献[6]を見よ)．もし外部の観測者が宇宙の状態ベクトルを確かめることができるならば，その人は私の巨視的オブザーバブルが一定の値を持たないことを見出すだろう．実際，それぞれが厖大な対象の状態と相関している多数の状態の1次結合に私があることを，その人は見出すだろう．前に注意したように，われわれはこのような分割を意識しない．したがって，意識は状態ベクトルによって記述**されず**したがって第6章で定義した意味で**補助変数**であるという点で，物理系のほかのすべての性質とは非常に異なった性質であると仮定する場合のほか，この理論を維持することはできない．この新しい立場は科学者の中のもっとも

伝統主義的なものからさえ不賛成の意を表されることはないだろう．なぜならば——すでに第22章で見たように——それは，意識を“副現象”epiphenomenonとして，すなわち反作用を示さない点で他のすべての現象と異なるものとして，記述するという古い思想に，疑問の余地の無い類似性を持っているからである．しかし，いま論じている理論では主客分離の思想をともかく避けることを望んでいたのに，またしてもわれわれはその思想に導かれていることを認めざるをえない．

こうして，最後のしかし重要な疑問は次のことである．“もしわれわれが意識はある種の補助変数であるという見解を受け入れるならば，それは論じている理論の困難を本当に解決するだろうか？”答として，そのような仮定はそれだけではまだ完全に十分ではないことを示そう．もっと正確に言えば，考えている仮定をほかの仮定で補わなければそれは，反証はできないけれども，奇妙な結果に導くことを証明しよう．

このために，Aは意識Cを与えられているとして，複合系$S+A$の発展を関係式

$$\sum_n c_n|\psi_n\rangle|a_0\rangle \longrightarrow \sum_n c_n|\psi_n\rangle|a_n\rangle, \tag{23-21a}$$

$$C_0 \longrightarrow C_m \tag{23-21b}$$

の系によって記述しよう．

こうして上述の古典論的副現象のメタ理論にまったくよく似た理論がつくられた．意識Cは状態ベクトルによって表わされる“物質世界”の発展によって影響されるが，それに影響を及ぼすことはできない．

前に論じたような[(23-8)～(23-18)式]，1人の観測者がいくつかの同じ系について観測をする場合のようにやや複雑な場合を考えると，(23-21)によって記述される理論は次の結果を与える．観測者の意識の状態は，相互作用の後，重ね合せ(23-21)のただ一つの分枝とだけ対応している．言いかえれば，(23-21a)を

$$\left(\sum_n c_n|s_n^{(1)}\rangle\right)\cdots\left(\sum_n c_n|s_n^{(M)}\rangle\right)|a_{0\cdots0}\rangle$$
$$\longrightarrow \sum_{n_1,\cdots,n_k,\cdots,n_M} c_{n_1}\cdots c_{n_k}\cdots c_{n_M}|s_{n_1}\rangle\cdots|s_{n_k}\rangle\cdots|s_{n_M}\rangle|a_{n_1,\cdots,n_k,\cdots,n_M}\rangle$$

と書くとき，意識の状態は一つの $|a_{n_1,\cdots,n_k,\cdots,n_M}\rangle$ とだけ対応している．与えられた値 m を持つ添字 n_k の相対数は $|c_m|^2$ だから，この結果は，観測者の意識(記憶)が，(任意の m に対して)状態 $|s_m\rangle$ にある系 S と相互作用した印象を持つことを示す痕跡を $M|c_m|^2$ 個持つことを意味する．ゆえにこのモデルはふつうの理論の予言を正確に再現する．この点までは(23-21)によって記述されるメタ理論は成功している．そしてそれは暗黙のうちに状態の関連性の理論の基礎にあるはずの概念的枠組のようにさえ思われる．

けれども，2人の離れた観測者 A と B が上述の例のように(23-5)および(23-6)式によって関与する遠隔相関の現象を考えよう．曖昧さのない予言を得ようと思えば，われわれのモデルをもう少しはっきりさせなければならない．ところで，波束が決して収縮しないことを記憶するならば，そして観測行為の局所性を保とうと望むならば，われわれはまったく自然に次のような指定に導かれる．A の意識の状態は重ね合せの中の一つの状態ベクトルと対応しており，B の意識の状態は**どれか**他の一つと対応している．B が観測する時刻にはこれらすべての状態ベクトルはまだ存在しており，そして――少くとも二つの観測の間隔が空間的である場合には――B は A が得た結果を知る方法は無いから，ほとんどこれ以外は有りえない．同じことは，前に考えたような，くり返し測定の場合にも成り立つ．すると，A と B にはいまや互いに合致**しない**意識の状態が生じることがすぐにわかる．それらは n の**異なる**値に対応する．これは表式(23-6a)が系

$$\sum_n c_n|a_{n,0}\rangle|b_0\rangle|u_n\rangle|v_n\rangle,\qquad C_m{}^{(A)},\qquad C_0{}^{(B)}$$

によって置き換えられることから生じる．ここで $C_m{}^{(A)}$ は A の意識の状態が添字 m に対応するものであることを意味する．(23-6b)式はそのとき

$$\sum_n c_n|a_{n,0}\rangle|b_n\rangle|u_n\rangle|v_n\rangle,\qquad C_m{}^{(A)},\qquad C_{m'}{}^{(B)}$$

によって置き換えられる．ここで m' は m に等しい理由は無い．それにもかかわらず，(23-6c)が示すように，A は B が彼と同じ印象を持たないことを決して**知り**えない．これは B から A への情報のどんな伝達も――たとえば A の質問に対する B のどんな返答も――物理的手段によって進まざるをえないこと

から来る．したがってそれは必ず A による B の観測の形をとる．そしてこのような条件のもとでは A は必ず彼自身の感覚と一致する応答(返答)を得ることをわれわれは知っている．しかしこの概念的枠組においては，この明らかな一致が本当であるべき理由は何も無い．

間主観的一致の問題は古いものである．以前の時代の多くの哲学者がそれに対処しようと試みた．それが現代の(メタ)科学の高度の慎重さを要する問題点に，かなりの強さをもって，ふたたび現われるのを見るのは興味あることである．言うまでもなく，詩人たちもまた，われわれは皆小さい孤立した島のようなものであるという古い悲しい真理を繰り返し強調してきた．彼らがわれわれに告げる主なことの一つは，われわれにとってもっとも本質的なことについては，われわれは皆相互に違うふうに独自な仕方で感じるということである．しかし，この賢明なそして明らかに高尚な見解を日常生活の出来事にまで拡張すべきだとは信じ難い．以上に示したように，われわれは同じティーポットを違うふうに配置しながら一緒にお茶を飲むことができるはずだという考えは一つの論理的可能性である．しかしそれはやや受け入れ難いものである．

文　　献

[1] E. Schrödinger, *Naturwissenschaften* **23**, 807(1935).
[2] H. Everett III, *Rev. Mod. Phys.* **29**, 454(1957).
[3] J. A. Wheeler, *Rev. Mod. Phys.* **29**, 463(1957).
[4] B. De Witt in *Battelle Rencontres*, I, 1967 : *Lectures in Mathematics and Physics*, M. De Witt and J. A. Wheeler, Ed., W. A. Benjamin, New York, 1968.
[5] L. N. Cooper and D. van Vechten, *Am. J. Phys.* **37**, 1212(1969).
[6] E. P. Wigner, Observations at the End of the Conference on the Epistemology of Quantum Mechanics held in London, Ontario, March 1971(preprint).

さらに進むために

B. De Witt and N. Graham, Eds., *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics*, Princeton Series in Physics, 1973.

第6部
まとめと展望

科学的な研究が非科学的なあるいは何か超科学的な意味を含むということがしばしば起る．その場合に適当な手続きは科学的な結論を，それがあればであるが，超科学的な視野と展望から，すなわち，(前提によって正当化はされるけれども)証明を許さないような考察からできるだけ分離することであろう．それがこの最後の結論の部分で試みることである．二つのうちの第1の章は，この本で調べあるいは完成した議論から疑問の余地の無い仕方で生じるように思われるいくつかの顕著な点の単なるまとめである．第2の章はもっと一般的であるとともにもっと不明確である．そこでは，拘束力が無いことはまったくはっきりしているが，いままでのすべての考察に照らして，ある合理性を含むように見える見解を紹介する．

第24章　ま　と　め

いままでの章で述べたすべての研究から明らかなように，観測の量子論が興味があるのは，主として，それがわれわれに考えさせる基本的な疑問のためである．

量子力学はまず第1に小さな単純な系の理論だから，その形式の完全な記述が，そのような小さな系の客観的性質にだけ関係する言葉で出来るとアプリオリに期待されるだろう．もしそうなら，大きな規模の効果は本質的に非常に小さくて多数の独立な客観的原因の積み重ねから生じるという科学的世界像を，われわれは期待することができるだろう．これは永い間もっとも合理的なものと考えられていた統計力学の立場と完全に一致している．

すでに見たように，実際はそうでは**ない**．言いかえれば，Copenhagenの物理学者たちが導入した量子系の分離可能性および/または実在性についての制限(あるいはvon Neumannによる外部の観測者の導入)は，アプリオリな哲学的選択から生じていると考えることはできない．量子力学がその予言(実際的にではないにしても原理的には観測可能な)のいくつかにおいて客観的に間違っているのでない限り，われわれがくわしく証明したように，そのような種類の制限は不可避的である．事実，そのような制限が有限な任意の大きさのそして任意の複雑さの系にまで拡張されることをわれわれは観察した．

実際問題として，これがわれわれの量子力学の概念的基礎の研究における最初のそしておそらくもっとも重要な結論である．世界は，本質的には，それぞれがそれ自身の特殊な属性を持つような有限な大きさの(あるいは有限な複雑さの)物理的印象の集まりであるとして，首尾一貫して記述することはできない．たとえこれらの属性——大きさ，位置，速度など——が近似的にしかきめられないとしても，またたとえ系が距離が増すと弱くなるいくらでも複雑な遠距離力によって相互作用することが許されるとしてもそうである．

本当に無限の系についてはわれわれは何を主張することができるだろうか？これははるかに難しい問題であって，決定的な結論はまだ何も得られていないと認めるのが公正である．その理由は，単純に，本当に無限の系の理論はまだ建設中だということである．はっきりと指摘されている[1]ように，学問分野の基礎はその学問分野が完全に存在するようになった**後**でないと置かれえないという点で，科学は建築術と違っている．さて，本当に無限の系に関しては，その理論はいくつかの異なる立場から見ることができる．その一つは有限系について得られた結果を無限の場合に単に外挿することである．そのとき，その定式はよく知られているが，われわれが見たように，重大な困難が存在する．

同様に主張できる立場は，本当に無限の系はその固有の特殊な性質を持ち，それは初等量子力学の範囲の外に出ると言うことである．最近の進歩は，これが本当に真面目に考えられるべき可能性であることを示している．新しくて非常に興味ある研究分野がそれによって開かれる．そしてそれらの系の理論がもっとよく知られたときには，その概念的基礎を研究することが非常に重要になる．特に，この形式の助けを借りて観測類似過程のすぐれた，適度に首尾一貫

した理論をつくることを試みるのはなすべきことだろう．しかし，さしあたりわれわれが頼りにできるのは，第17章で見た，状態ベクトルと密度行列による集団の記述が残される限り困難は消失しないということだけである．非局所性を除いては，もっと一般的な算法を使う将来の理論でどんな結果が生じるかを，われわれは言うことができない．おそらく現在もっとも厄介に見える反論——すなわち，収縮過程の非不変性——でさえ何とかして避けられるだろう．実際，現在の多くの問題がそのとき解決されるだろうという希望は，さらに研究を促進するから，確かに健全なものではある．同時に，この研究は今日のふつうの量子力学とは著しく異なった学問分野を扱うものであることを強調しよう．

そのような理論は決定的な存在段階に達したというにはまだ程遠いから，われわれは知っていることに後退せざるをえない．われわれが知っていることはすでにまったく内容のあるものである．それは，一方では，状態ベクトルと密度行列のふつうの形式(それはまったく複雑な状況にも適合する)と，他方では，分離不能性とから成っている．"巨視的客観主義"と呼ばれる自然哲学の排除を，その形式は強く示唆し，そして分離不能性はそれを要求する．いわゆる正統的な立場——すなわちCopenhagen解釈——に含まれる見解は必然的に巨視的客観主義から離れるから，このことは，もちろん，もっとも学識のある理論家にとっては驚くべきことではない．第5部でわれわれはこの分離の由来を，Bohrの方法では，観測者の役割は，暗黙のうちであるにもかかわらず装置の意味を明確にするのに役立っているために，根源的である事実に求めた．

同時に，主としてCopenhagen解釈のこの面のために，また対応する存在論の曖昧さあるいは非存在のために，Bohrの立場は専門家の間の普遍的な一致を決してもたらさなかった．Heisenbergでさえ，すでに見たように，ポテンシアの哲学を導入したときにある意味でそれを乗り越えたと言うことができる．

隠れた変数の理論が提出した別の選択は興味あるものであるが，その固有のかなりよく知られた困難を持っている(第11章を見よ)．もう一つはvon Neumann，LondonとBauer，Wignerの学派によって提出されている．これらの著者に対しては，観測者の役割は，BohrとHeisenbergに対するよりも，いっそうはっきりしておりまた異なっている．さらに別の可能性がEverettとWheelerの仕事によってあらわされている．これらの立場はどちらも，実

在に関して仮定することについてさらに明確である点でBohrの立場と異なっている．しかし，その結果，どちらも非常に見慣れない概念的に奇妙なものになったので，いままでのところ，今後の研究の基礎としてさえ，一般に受け入れられていない．

いままとめた状況の結果として，多くの理論家が論理実証主義がさしのべる誘惑に屈服した．この哲学はしばしば科学的経験論あるいは現象主義とも呼ばれる．ある点で，それは非常に稔り多い実証的**方法**の外挿である．それによれば，科学は**もっぱら**われわれ自身の間主観的印象に関係する論述である．

科学の基本的性格を——多分——残しておくために，実証主義者の多くは上述の考え方に，真理があるとすれば，科学的思考様式は考えうる他のどんな様式よりも真理に近づきうるという意見を，結びつけている．この結びつけは明らかに論理的必然性ではない．はっきりさせるために，それを**純粋に言語分析的な立場**と呼ぼう．この名前の理由は，言うまでもなく，この立場が——たとえ暗黙のうちにであっても——実在を論述の世界に，すなわち人間によって究極的には彼ら自身および他の人間についてなされる論述に，帰着させることである．この考え方の議論は次の章にまわす．

われわれは一つの派に片寄らずに確立されたと考えられる事柄のこのまとめを終らなければならない．量子規則(普遍的に成り立つと考えられた)との厳密な首尾一貫性の要求だけをもっぱら考えるならば，われわれは一つの考え方に固執し他を排除する必要はない．それどころか，純粋に言語分析的な立場，隠れた変数の概念，Bohrの方法，および状態の関連性の理論の一般的な考えはみな，確かに必ずしも明確ではないが，それにもかかわらず，全体としては合理的と考えうるようなシステムを成している．

これらの考え方は，外面的には，非常に異なっている．そのあるものは弱客観性にだけもとづいているのに対して，他のものは強客観性をもみたしている．けれども，さらに考えてみると，それらは多分みかけほどは離れていないのである．不可避的に状況依存的で分離不能な構造のために，隠れた変数の理論は，関連状態の理論とまったく同様に，ある程度までメタ理論である．実際，少くとも宇宙の現実の増殖という考えを捨てるときには，後者の理論はある意味で前者の偽装版であることが主張されている(Bell[2]を見，23.2節と比較せよ)．他

方，“正統的”量子力学における観測理論の困難(すなわち，4.2節の仮定Qをするときに存在することが見出された困難)は，すべて，装置はともかく量子系として記述できるという考えにともなっている．この考えは，なかんずく，そのような系を世界の残りの部分から孤立したものと考える近似を，基本的なレベルにおいてさえ，受け入れることができるということを意味している．しかし，巨視的な系のエネルギー準位の巨大な密度は，巨視的対象をその周囲から孤立させることを実際上不可能にするから，そのような見解は疑問である．巨視的な系の量子力学的状態のあいだの遷移は，その系から何マイルも離れた1個の粒子によっても起りうることが指摘されている[3]．このような注意が観測理論のいま述べた困難を避ける道を提供することは考えられることである．他方，“われわれが使っている装置を含む空間の任意の有限の領域”のなかにある粒子はいつでもその装置の一部と考えることができる．したがってこの線に沿った量子力学の基本問題の解決が受け入れうるのは——たかだか——それが，宇宙のどの部分もいわば孤立しているとは，すなわち，(われわれを含めて)ほかのものから分離されているとは考えることができないことの正しい認識にもとづく場合だけであろう．そのような考え方は分離不能性に似ている．したがってそれは，分離不能性が実際に(根源的)“実在”と呼ぶことのできるすべてのものを支配しているという見解(第12章を見よ)にさらに支持を与える．暗黙にかあるいは明白にか，分離不能性は量子規則のいままでに公表されているいろいろな解釈のすべてに実際存在する．そして，第12章で示したように，それはこれらの規則の組よりもさらに一般的でさえある．

文　献

[1] H. J. Groenevold, *Foundations of Quantum Theory, Proceedings of the Salzburg Colloquium on Philosophy of Science*. 1968, International Union of History and Philosophy of Science. この論文は観測理論についての非常に有益な発展を含んでいる．同じ著者の次の論文をも見よ．Skeptical Quantum Theory, *Phys. Rep.* **11C**, 329(1974).

[2] J. S. Bell, The Measurement Theory of Everett and de Broglie's Pilot Wave, CERN Th. 1599(1972).

[3] H. D. Zeh, *Found. Phys.* **1**, 69(1970).

第25章　展　　望

この最後の章ではわれわれは証明されうることともっともらしく見えることとの間の境界線を大胆に越える．おそらく科学者はこの野生の国にあまり深くまでさまよい入るべきではないだろうから，われわれはその境界のなかにながくは留まらない．それにもかかわらず，そこで拾い集めたいくつかの論拠を一般的な結論の中に含めることが向う見ず過ぎないことを望みたい．

第24章で定義した**純粋に言語分析的な立場**の議論が，われわれが乗り出そうとする探究への入門として，役立つ．ほかのどれもそうであるように，この立場は明らかにいくつかの技術的な問題にぶつかる．たとえば(第20章で論じたように)，帰納的推理の正当化や過去の事象の意味づけなどがそれである．けれどもわれわれの目下の関心はもっと一般的な性格の二つの困難にある．それはこの研究分野に特徴的なものではないけれども，注意を向けることが適当と思われる．

この困難の第1のものは科学の発展自身に内在的なものである．それは，純粋に言語分析的な立場をほかのものと対比するときにもっとも明らかに認められる．**ほかの**すべての見解におけると同様に，世界には固有の存在としたがって固有の法則の組があり，それらはどちらもわれわれ自身から独立していると想像するとき，われわれはわれわれの概念のなかで自動的に稔り多い分離をしている．それは物理的な法則と原理の概念——それは非常に少数で人間の知性にとって簡単と見えるはずであることをわれわれは希望している——およびわれわれがふつう使わざるをえない数多くの近似とのあいだの分離である．後者は，それなしでは計算できないために必要であるのかも知れないし，あるいは，われわれがまだ本当の基本的な法則を知らないために必要であるのかも知れない．そして確かに，われわれの制限された能力はわれわれがそれらの基本法則に到達することを実際には決して許さないのだということもありうる．しかしこの注意でさえ，**存在する**ものとわれわれ自身が持つ像，構成物，および作品との間にわれわれがふつう本能的に行う概念的分離の稔り多さを破壊しはしない．事実，科学を効果的に築いた人々のほとんどは，より大きな簡単さ，より

大きな一般性，および——法則の定式における——現実の計算の実際的な条件からのより大きな独立性を直観的に求めて努力した．彼らは，もしこのガイドラインから外れると，**本当の**説明が最終的に見出される方向からも外れることを確信していた．

ところで，純粋に言語分析的な立場においては，いま述べたすべての確信の源は消失する．われわれはもはや法則あるいは原理を，経験的な予言をなし遂げるための(ふつう近似的な)規則から区別する理由を持たない．実際，“近似的”という限定詞さえそのふつうの意味の多くを失う．その結果は，それぞれがいくらかの成功といくらかの失敗をもたらし，そしてそれから一般的な観念が何も生じないような互いに両立不能なモデル(しばしば“技術的手段”とさえ呼ばれる)をたくさん作ることになってしまい易い．過去20年間の物理学の基本的な理論の多くの輝かしい進歩も，われわれをこの種の現実の危険の存在に対して完全に盲目にすることはできない．

上の反論と独立に，純粋に言語分析的な立場に対して別の反論を定式化することができる．それは，純粋に言語分析的な立場が本当に真面目に採用される日がもしも来るならば，科学者からその仕事への動機を奪う危険が存在することである．すでに強調したように，地質学者が地球の古代の山についてさらに知ろうとするとき，彼がその問題に興味を持つのはそれらの山が本当に存在したと信じるからである．ここで“本当に”という言葉は疑いなく“彼自身から独立に”ということを意味している．もしこの地質学者が彼の活動に対する**唯一の**合理的な動機は，幸運にもほかの論文と一致するいくつかの論文を書くこと——あるいはついに石油を見つけること——だけであると確信するようになったとするならば，彼はほとんど確実に仕事を止めるだろう．高エネルギー物理学者に関しては，事態はもっと悪い．なぜならば，さらによく知ることを期待できる基本法則の独立な存在を信じる限り彼らの活動は本質的に思えるが，これらの科学者の唯一の目的が彼らの印象を互いに矛盾しないようにすることだけであると信じるならば，その動機の全部は実際問題としてただちに失われる．それらの印象は日常生活で生じるような種類のものではない．それは極度に特殊であり莫大な費用で作られるので，選ばれた幸福な少数者にその一致が与える単なる喜びが莫大な公共支出に値するかどうか疑わしい．

以上の議論がともかく説得力を持ち，純粋に言語分析的な立場という天上の虚無から逃れる必要性が認められたと仮定しよう．問題はどうしたらそれができるだろうかということである．

この点で，観測理論をよい方向へもってゆこうとするすべての試みから引き出されるべき結論はおそらく次のものである．実在がどんなものであろうとも，科学はおそらくそれ自身では実在に完全に近づくには十分な道具でないという考えに，われわれは固執せざるをえない．知性が進化の産物に過ぎずしたがって本質的に行動のための道具であることを想い起すならば，そのような結論は受け入れやすいものである．さらに(a)人間の進化はおそらく終っていないことと，(b)いずれにせよ，その大脳皮質の相互連結は限られていることをも想い起すならば，このことは特にそうである．もっとはるかに研究が難しい問題は，実在に対する科学の探究において科学を助けられるほかの研究手段が何かあるだろうかということである．直観，感覚，瞑想，本能が提案された．それぞれに対してそれを正当とする理由があり，もし十分な理由を見出すことなしに，それらすべての手段を排除するとしたら，われわれ自身の科学的客観性の原理に確かに矛盾することになるだろう．それにもかかわらず，それらの研究がわれわれの課題からすぐにまったく離れてしまうことは見てとることができる．

ひとたび実在がともかく存在することにきめたならば，そして，ひとたびそれについての知識を与える上で今日の科学の——そしてもっと一般的には，われわれの今日の知性の——本質的に制限された範囲を認めたならば，この本で展開した考察をいくらか新しい光に照らして考えることができる．

まず第1に，何が**本当に存在する**かについて肯定的な知識を形成する能力はこのようにきびしく制限されているから，いままで受け入れられていたある考えが誤っているかあるいはあまりに素朴であることを示すどんな断片的な情報でも，非常に啓発的と考えねばならない．この観点からは，いまなおしばしば“科学的唯物論”と呼ばれているものの現代物理学による排除は特別な重要性を持っている．言葉をこういうふうに結びつけることは前世紀の後半には，実際，正しかった．そのころ物理学者は物質を(すべての原子**プラス**場の集合として)定義できると考えており，また，科学を観測者の意識の状態に何も——た

とえ暗黙のものであっても——言及せずに定式化することができると信じていた．したがってそのころの思想家がこのように定義された“物質”が本当に唯一の根源的な実在であると信じたのは合理的だった．けれども，今日では，事態はこの点について明らかにまったく変っている．生物学者は生命を物理学を使って——限られた意味で[1]——成功裡に説明しつつあるけれども，それと同時に，物理学の原理自身が非常な進展をこうむって，それらは観測者の印象——したがって意識——に言及(ある理論では暗黙にであるけれども)せずには定式化することさえできなくなっている*．その結果，唯物論は変らざるをえない．

そして事実，唯物論の現代版，すなわち弁証法的唯物論は，意識がその固有のいちじるしい“特性”を持つという考えをますます受け入れている[2]．けれども，それと共に，この哲学の名前そのものの中の“唯物論”という言葉の存在はますます不適切になり，この名前が，特に非専門家のあいだに，誤解を生じる危険がますます増大している．実際問題として，経験を積んだ弁証法家を除く誰が使っても，“唯物論”という言葉は微視的あるいは巨視的客観主義の特殊な場合である一定の存在論を示す．しかしわれわれは，以上に要約したすべての仕事から，物理的対象の概念についての量子力学的な制約は，基本的な存在論としての両方の客観主義の排除以外のまさに何物でもないことを知っている．これらのすべての理由から，“科学的唯物論”という表現を使うことは，今日では，1組の方法あるいは心構えとしてしか許されない．それは，世界の一般概念に関しては，言葉の無意味な結びつけになった．

以上の注意は初等的である．しかし，それはわれわれをはるかに初等的でなくて，事実，まだ決定的には解決されていない問題へと自然に導く．それは次のように定式化できる．古典物理的対象の概念が，量子力学と矛盾しない**存在論**に対する適切な基礎でないことが認められたとして，それでもわれわれはそれを**認識論**のアプリオリな概念と認めるべきであろうか？

すでに第21章で強調したように，量子物理学のCopenhagen解釈の全体は

---

* 成功した(したがって分離不能な)隠れた変数の理論はまさにこれを避けているはずである．それにもかかわらず，そのような理論においてさえ，分離不能な実在の(分離可能な)現象との関係はこの種の言及を必要とするだろう．

この疑問に対する肯定的な答にもとづいている．他方，二つの事実が否定的な答に有利なように思われる．その一つ——すでに見たように，Bohr によってもHeisenberg によっても認められていた——は単純に，古典的対象の概念が制限された，よく定義できない適用領域しか持たないことである．もう一つはまったく違う科学，すなわち実験児童心理学から借りてこなければならない．よく知られているように，たとえば Piaget の実験[3]は物理的対象の概念は少しもわれわれの精神のアプリオリな概念ではないことを，まったく説得的に示している．そうではなくて，それは幼い子供によって生涯の最初の数か月の間に段々に文法のように理解されたものである．したがって，ある意味で，この概念は物理的**理論**の中心的な要素と考えるべきである．これは幼児がめいめい自分自身が使うために建設する理論である．それは日常生活の出来事を説明するのに非常に役立つことが確かめられるので，ほとんどの人はその概念的枠組を変える必要を決して感じない．しかしここでの事情は，天球とか原子の電子軌道とかのような概念について普及しているものと根本的には違わない．巨視的物体の概念の単なる有用性は，それが示すと思われている実在の絶対的根源的存在の証明でないと同じく，その概念が(Kant の言葉を使えば)人間の感性のアプリオリな要素であるという証明でもない．

これらの考察が定性的であるとはいえ，それをあまり軽く考えてはいけない．それは，ある程度まで，物理学者のあるサークルにひろまっているように見える次の感じをおそらく正当化する．いずれにせよ，厳密な Copenhagen 正統理論の枠をいくらか破る時機が熟している．それは二つ(あるいはそれ以上)の段階の知識を考えることによって，多分，行えるだろう．

それらの段階の一つは，少くとも理論物理学者の間では，今日，この言葉に対して共通に与えられている厳密で限定的な意味における，本来の科学の段階である．その段階では，すべての言明は究極的には観測可能な**現象**に関係しており，したがって，すべて，正しいかあるいは誤っていることが示されうるものでなくてはならない．けれどもその段階において，意識の状態と観測者の能力とにある言及をしなければならない．それは von Neumann その他のように直接的に行ってもよい．また，それは，Bohr の研究におけるように，古典的概念をわれわれの感性にとってアプリオリなものと考えることによって(われわ

れは実際はそうでないことを知っているけれども)，間接的に行ってもよい．第2の立場を選ぶと，その段階での科学的知識とふつうの常識的な知識とのあいだに驚くべき一致が発見される．それは，Heisenberg[4]が注意しているように，どちらもかなりの程度の意味を，たとえ不明確なものであっても，いくつかのふつうの慣用の概念に負わせていることである．この事実は最高に重要である．いままで役に立つことがわかっている使い慣れた概念で記述される実在を信じる人々を，ふつうそうであるようにそれが不明確であっても，また，たとえもっとよい定義をつくり出すことができないとしても，科学者はあざけることができないことをそれは示している．したがって物質と原因，そしてまた感性と結果をどんな先端的な科学者も信じざるをえない．

しかしながら，もう一つの段階を同時に考えなければならない．それはまさしく第1の段階の首尾一貫性の欠如のためであり，特にその基礎概念が本当にアプリオリでもなければはっきり定義されてもいないためであり，その結果としてそれは内部矛盾なしに実在を記述することを許さないからである．実際，すでに注意したように，この第2の段階の必要性の支持はHeisenberg自身の論文にも見出される．科学的記述のアプリオリな要素と彼が認めている古典的概念が二つの面で相対的であることをHeisenbergは認めている．第1に，それらは――くり返し強調したように――適用領域が限られている．そして第2に，それは進化の結果として人間の精神に徐々に生じたという点でやはりわれわれの経験と――間接的にではあるが――関係している．これらの状況のもとで，これらの概念の特権的な使用に人間を永遠に縛りつけるような避け難い理由を想像することは難しい．もしこの分析が説得的であるならば，印象にでなく実在に中心を置いた科学の記述が将来存在するという本能的な希望のいくらかを，再び獲得することができるだろう．事実，第23章で述べた状態の関連性の理論は，ある意味で，この方向への試みである．もっと不明確にではあるが，Heisenbergの本に見出されるAristotelesの“ポテンシア”の理論もそうである．Heisenbergは彼のポテンシアを固有の“物理的実在”の中には分類していないが，それでもそれは有効なのだから，ある種の存在性を必ず持っているに違いない．したがってそれはわれわれが考えている実在の一つの面を形づくっているに違いない．

この種の理論がすべて持つ大きな困難は，言うまでもなく，実際はそれは**メタ理論**であることである．そのため，状態の関連性のモデルの場合に見たように，それらは直接に検証することができない．確かにこれはかなりの短所である．しかしそれは必ずしも致命的ではない．たとえば，これらの理論の一つが他のものにないまったくいちじるしい内部的無矛盾性を示すことはありうることである．その上，もしこの特定の理論形式がふつうの記述を多かれ少なかれ拒むような状況——たとえば，古典的概念では駄目な場合に適用するときの量子論的一般相対性理論——を扱うことに成功するならば，それはかなりのもっともらしさを獲得するだろう．

現在のところ，そのような成功にはまだまったく程遠い．言いかえれば，そのようなメタ理論をつくり出すことはできるけれども，合理的でない議論によるほかはその一つを選び出すことはできない．たとえばわれわれは23.2節で述べた議論で明らかになった状態の関連性の理論の患部を容易に治療することができる．その困難は次のことであった．間主観的一致が**本当に**成り立つ理由は無い，誰もそうでないという証明はできないが(たずねる質問の答を受け取ったとしても，その答は話し手の本当の印象を反映しないから)．ではこの困難は，それが理論の何らかの内部矛盾を示ししたがってその解決は考えられないという意味で，決定的なものと考えるべきだろうか？　明らかにそうではない．たとえば，個々の意識は物理法則以外の相互作用をすると想像することができる．あるいは，ある超意識が個々の意識全体に対するモニターとして作用すると考えることができる．いろいろな哲学から借りてきたもっと別の逃げ道を考えることもできる．なるほど，これらの解決は非常に安易で任意的過ぎるから，誰もそれが科学的な進歩をもたらすと真面目に主張する人はいないだろう．だが要点は，たとえ特有の見たところ異様なやり方でとはいえ，それらが確かに存在し欠陥をおぎなうことである．われわれはそれらを，役に立たないという理由だけで，排除することはできない．そして，科学者として，われわれはそれらすべてから特定のものを選び出すことができないのと同様に，それらの解決が間違っているとかあるいは馬鹿げているとかアプリオリに断言することもできない．どちらの立場も独断論を同程度に含むことになるだろう．

このような状況は，ここで単にはっきりした例として使った，状態の関連性

の理論にだけ特殊的にあらわれるのではない．実際，これまでの章で展開した考察は，われわれ自身の印象を含む世界の全体が，まったく一般的に現代物理学だけによって首尾一貫して記述されることはありえないことを明らかにしているように思われる．首尾一貫性は明らかに，この科学の外から何らかの形で借りざるをえないいくつかの仮定の助けを要求する*．

この事情は多くの帰結をもたらす．そのうちの二つはここで述べるに値する．第1は一般的な性質のものである．それは——いまや集積しつつあるすべての術語上の困難にもかかわらず——ある種の知的交換が科学と哲学との間に，あるいはともかく，これらの学問分野のその固有の言語の研究に主としてたずさわっていない部分の間に，活発に行われることを期待することの正しさにある．もちろん，このような考え方の交換は現在の科学の大部分の進歩にはほとんど寄与しえないだろう．しかし，それは，過去に何回かあったように，ある展望を開きうる．その上，それは，われわれの時代の多様な面を本当に理解する——そしてそれをある統一の形にもたらす——ことを望みうる唯一の方法を，多分あらわしている．

上述の観察のもう一つの帰結はもっと直接役に立つものである．それはわれわれのこの一般的な結論では，われわれは必然的にあるていど曖昧なままでいるほかないということである．さもないとわれわれは単なる任意性に落ち込むだろう．それでは，われわれが適正であると認めるようになった立場を，これといった理由の無い細部を避けて，どのように要約することができるか？　たとえば次の諸命題によってである．

命題(i)

“存在する”という動詞は，与えられた概念がその可能な主語としての資格を持つかどうかを確かめるさいにふつう出会う困難とは関係なしに，意味を持つ．

命題(ii)

実在——存在するものの全体として定義された——はその振舞において本質

---

*　これは，はっきりとこの種の特殊な仮定に対して向けられたLaplaceの周知の主張，“私はこの仮説を必要としない”，を思い出させる．いままでの考察が成り立つとすれば，それは，現代にあってはLaplaceの誇らしげな言明は非常識に思えることを示している．

的にわれわれから独立である．言いかえれば，われわれはその部分であるけれども，いかなる意味でも，その規定者では絶対にない．

命題(iii)

われわれが現在知っていることは，この実在が基本的法則を持つという仮説と矛盾しない(それらは，もちろん，命題(ii)の帰結としてわれわれから独立である)．

命題(iv)

われわれが知っていることは，この法則の**一般的構造**についてのますます優れた知識にわれわれが到達しうるという仮定とも矛盾しない．実際，この仮定は観測理論から生じる矛盾を持たない．それは，観測理論の困難が**一般的**属性でなく**個別的**属性に関係しているからである．その上，それは，かなり自然な仕方で，われわれが観測する規則性を説明する．したがってこれを捨てるべき根拠は無い．

命題(v)

けれども，われわれが現在知っていることは，上に定義された実在がすべての点で**経験的実在**と一致するという仮定とは矛盾**する**．"経験的実在"という言葉によってここでわれわれが意味するのは，粒子，場，古典物理的対象，等々を使って行われ，そこに個別的属性が出現するような**記述**のことである．結局のところそのような記述が実在と一致しないという事情は，すでに見たように，量子物理学においてこの記述が意識の状態の特性と局在性を不可避的に無視する事に依っている．したがって，実在についてわれわれが作りうるもっとも不満足さの少い像は，物理的(すなわち経験的)実在と意識がまだ区別されていないものであると思われる．したがって，これがわれわれが提案するものである．

命題(vi)

この立場に従えば，意識と物理的(あるいは経験的)実在は実在の二つの相補的な面と考えるべきである．それらの相補性は，そのそれぞれが他方の重要な特徴づけと重要な叙述に決定的に寄与することにある．

状態の関連性の理論は，モデルとして考えるとき，ある程度までこのことの像を考えるのに役立つ．そこでは関連状態は経験的実在の役割をしている．そ

してこの関連状態は，それが観測者に影響を与えるのと同じく，対応する観測者の状態によって決められる．現在のところ，関連状態の理論を実在の記述として額面通り受け取るにはあまりに多くの任意性があり過ぎるけれども，経験的実在と観測者との間の関係についてそれが示唆する見解は大体正しいと考えて矛盾は無い．

命題(vii)

空間も時間もまた時空さえも根源的存在性を持たない．それらは命題(ii)に定義された意味における実在の部分ではない．それらは**経験的実在**に属し，すなわち，それらはわれわれの感性の様式である．

命題(viii)

この記述の仕方では，多くの思想家によって極度に難解なものと考えられてきた事がかなり自然になる．それは**経験的実在――世界――がわれわれの精神によって理解されうる，あるいは，言いかえれば，数学的記述に従う**ということそのことである．われわれの精神と経験的実在とが同一の実在の相補的な面である限り，この実在の一般的構造が，一方ではわれわれが建設する数学に反映され，他方では経験的実在に現われるのは，非常に驚くべきことではない*．

言うまでもなく，われわれが行う物理的記述は直接には，実在にでなく，経験的実在に関係しているという見解は，ますます増大するわれわれの物理法則の知識が**現実の構造**に本当に関係しているという命題(iv)を無効にするものではない．すでに強調したように，これはこの知識が，個々のでなく，一般的な属性にだけ関係していることに依る．このように実在とその知識とはお互いに，多かれ少なかれ，Russellがコンサートとそれを記録したレコードとの間の関係を使って例示したのと同じ関係を持っている．それを支えているものはまったく違うけれども，その抽象的構造は同じである．事実，われわれの科学的法則が実在自身の法則に堅実に近づきつつあるという仮定のもっともらしさは，われわれは世界を理解できるというすぐ前の観察[命題(viii)]によって増大する．

大多数の科学者は自分たちが関心を持つ実在は経験を通じて**知られる**けれど

---

* この考えはBohrの一般化された相補性とは違う．Bohrは認識可能な構造を持つ基本的実在を考えたことはない．

も経験によって**創造される**のではないという直接的な直観を持つとわれわれは考える．したがって，これらの科学者がもっとも忘れたがっている必要性，すなわち第20章で述べた二つの**信仰的行為**のカテゴリーの間で選択をする必要性を考えるようにしむけられたとき，彼らは実証主義者のよりは実在論者のそれを本能的に選ぶ．このような状況のもとで，われわれは上述の命題の組に有利な議論を，それは多くの人には明らかだから，強調しない．現代物理学に矛盾する微視的客観主義あるいは巨視的客観主義のような理論が無ければ，これらの命題はわれわれにとって唯一の——あるいは少くとももっとも満足すべき——基本的に実在論的な見地の定式化と思われるものである．この見地がある意味でPlaton的であること，あるいはむしろPythagoras的であることはわれわれの側が勝手に決めたものではない．それは，物理学の理論の中のもっとも成功しもっとも深遠なものの一つと矛盾しないという単純な必要性から生じたものである．

もっとも楽観的には，上に述べた見解が，一般的観念の領域ばかりでなく，特定の研究方向におけるわれわれの興味の発展に関しても，ある関係を持つと想像することさえできる．この意見は警告なしに提出されるべきではない．なぜならば科学の将来の関心についての推測はすべての場合にもっとも冒険的だからである．しかし，現代の理論が遭遇している困難の一部は可能なモデルの選択におけるやや過度の任意性の存在に依ることが推量できる．この任意性はおそらくわれわれの研究に十分に説得力のある指導原理が欠けていることを反映しているのであろう．そのとき実在が存在して簡単な法則に従うという単なる仮定が助けになるかも知れない．断片的な技術とモデルの重要性を減らすことによって，それはこの種の指導原理を与えるからである．

前出の見解が理論家に提示するように思われるもう一つの仕事は，実在の**一般的**構造の研究をやや異なる型の研究と比較することである．特に，われわれが心に浮べているのは——まったく大胆にも——もっと個別的な様相においても，実在自身とある1対1対応にあるかも知れないような理論物理学の存在を探究することである．

これは，よく知られているように，非常に難しいプログラムである．上述のすべての展開は，どんな種類の直接的な検証もとても無さそうに思えるので，

その目的のためには間接的な論拠と内部的無矛盾性だけにもとづく見解を頼りにしなければならないことを示しているように見える．その上，もしそれらの展開が正しいならば，ふつうのメカニズムはますます袋小路になるように見えるので，実在についてのそれと違う作業仮説を見つけなければならない．そしてこれは，分離可能なあるいは状況依存的でない隠れた変数の理論の運命によって示されるように，容易なことではない．けれどもこれらすべての障害物にもかかわらず，実証主義的なタブーをこのように破ることが取扱い可能であるとともに稔り多い時期がいまや到達したと考えられる．

このような目的を視野の中に入れておくために，Einstein の一つの示唆を思い出しておくのがよいだろう．そのエッセンスは次の文章であらわせる．ゴールは**実在の要素**を発見しようとする物理学者の努力の射程外にあるのでもなければその努力に値しないのでもない．

文　　献

[1] W. Elsasser, *Atoms and Organisms*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1966.

[2] R. Garaudy, *Marxisme du XXéme Siècle*, La Palatine, Lausanne and Geneva, 1967.

[3] J. Piaget, *La Construction du Réel chez l'Enfant*, Delachaux et Nietle, Lausanne and Geneva, 1937.

[4] W. Heisenberg, *Physics and Philosophy*, Harper, New York, 1958.

訳者解説

1

本書の題名は直訳すれば“量子力学の概念的基礎”であるが，内容的にもっとも重点がおかれていることを考慮して，訳書では“量子力学における観測の理論”とした.

著者 Bernard d'Espagnat は1950年に Sorbonne で学位を得た理論物理学者で現在は Paris 大学の教授である．彼は Chicago 大学, Copenhagen の Niels Bohr 研究所, Genève の CERN(ヨーロッパ原子核研究連合)などで研究し，とくに CERN ではその創設時に初代の理論部門担当者として活躍した．素粒子論および量子力学における観測理論について多くの業績がある.

著書としては“Conceptions de la Physique Contemporaine——Les interprétations de la mécanique quantique et de la mesure”(Hermann, Paris, 1965)[“量子力学と観測の問題——現代物理の哲学的側面”，亀井理訳(ダイヤモンド社，1971)]があり，これは本書と同じく量子力学における観測問題を扱ったものであるが，いろいろな点で本書の方がくわしいものとなっている．また，著者がその後発表した“A la Recherche du Réel”(Gauthier-Villars, Paris, 1979)は本書の冒頭の“Pedro の討論”で素描的に示している著者の考えを展開したもので，最近，Henri Poincaré 賞を受けたとのことである.

なお，著者の父は，その作品が日本の美術館にもある高名な画家であって，そのせいか，この本のなかにも，著者の芸術への強い愛好をうかがわせるところがある.

2

量子力学は素粒子の問題から宇宙の問題にいたるまで現実的な問題への適用のしかたにはほとんど問題がなく，また，実験や観測と比べられる限り，その結果はすばらしい一致を示していて，現在のところ，その変更の必要性を示す徴候は何もない．また，すでに試みられている変更は一般的に実験によってほ

ぼ否定されたことは本書(117ページ)にも述べられているとおりである．それにもかかわらず，量子力学の解釈と概念的基礎付けについては，まだきわめて不十分な段階にある．

もっとも，自然科学の分野で，根本的に新しい理論ができ，まずその適用方法が経験的に確立されてから，その理論の基本概念の意味するところが体系的に理解され整備されるまで何十年あるいは何百年かかかるのはふつうのことであって，人間が基本的に新しい実践領域へ踏み込むときその領域の本質的な法則を支配する論理を見つけ出し身につけるのに，そのような道筋を辿らなければならないのは必然的なのだろうと思われる．

量子力学における観測理論の基本的な問題は，ふつうの量子力学の教科書では，"公理"として仮定されている．それは，多少あらっぽい言い方で言えば，"対象の量子力学的な状態は，観測の瞬間に，観測量が一定の値を持つ状態に移行する"というものであって，この"移行"が量子力学によって記述できるか否かが論争点である．したがって，この問題の解明が進めば，量子力学の教科書はその基本仮定の一部を書き直さなければならなくなるはずである．

この問題をはじめて本格的にとりあげたのは von Neumann の著書 "Die mathematische Grundlagen der Quantenmechanik" (Springer-Verlag, Berlin, 1932) ["量子力学の数学的基礎"，井上健・広重徹・恒藤敏彦訳，みすず書房，1957] であって，それ以後数多くの研究論文が，とくにヨーロッパやアメリカで発表されており，その数は数千にのぼっている．しかしながら問題は解決されたというには程遠く，それどころか，ますます混乱を深めている面さえ見られる．

そのおもな理由は，観測の問題が微視的対象と巨視的物体とを含む系に量子力学を適用する問題であって，いままでに扱われている問題と違う面があることだけでなく，むしろ，この問題の設定の仕方そのものに，研究者の自然観あるいは哲学が深く関係してくることに依っている．このために，一つの研究に対しても，ある人は問題を基本的に解決する決定的な前進と評価し，別の人はまったく価値を認めないという場合も起る．このような困難にもかかわらず，

問題の解決に向けて非常な努力がなされてきたわけであって，今後，この問題に関心を持ち，現在の科学の一つの最先端である量子力学が人間の知的活動一般の意味について示していることを知ろうとするものは，いままでの研究の蓄積の上に立って進まなければならないのである．

このためには研究の現状を概観し，進むべき方向の参考になる綜合報告が非常に望まれるのであるが，本書はほぼその要求にこたえるものと言ってよいのではないかと思われる．

先に述べたように，観測問題には哲学的な見方とからんだ面があり，このため，誰が綜合報告を書いてもすべての人が賛成するということはない．訳者自身も本書のなかの哲学的側面については異論がある（これについてはあとでふれる）．それにもかかわらずこの本が綜合報告としてきわめてすぐれている第1の点は，著者 d'Espagnat が比較的にバランスのとれた思考をする人で，観測理論のおもな研究方向のほとんどすべてを適当な調和を保って，きわめて巧妙に叙述していることである．数千にのぼる，必ずしも理解しやすくない文献を整理してこれだけのページ数にその本質的な部分を，理解しやすいように書いた手腕はなかなかのものである．この本の第2の長所は，問題の理解に不必要な高度の数学を省いていることであって，初等的な量子力学の知識さえあれば読めるようになっており，それでいてここに紹介されている理論の本質的な点はほぼ十分に述べられていることである．また，第1部に量子力学の基礎法則のまとめがあり，量子力学における観測理論としては，この本だけですべてわかるようになっているため，既に，欧米などでは観測理論の標準的な入門書として，あるいは議論の出発点として使われている．

3

観測問題に哲学的側面がからまることは先に述べたとおりであるが，量子力学における観測過程とは，一定の準備をしてととのえた微視的対象の観測目的量を，その目的にかなうように設計した巨視的装置によって検出し，記録することであって，これは純然たる物理的過程である．したがって観測過程を問題にするには，まず問題をできるだけ純粋な物理の問題として設定しなければならない．観測過程は，常に特定の微視的対象と特定の巨視的物体との相互作用

であって，それを離れて抽象的な観測というものが存在するわけではない．したがってまた，このような具体的な観測を直接または間接に通じない抽象的な認識が可能なわけでもない．すなわち，すべての認識は観測装置，あるいは抽象的に言えば認識主体，が持たざるを得ない物質的条件によって制約されている．これは，ちょっと考えてみればわかるように，すべての認識にあてはまることであり，一般的に言えば，一つの物質(対象)の性質は他の物質(ここでは観測装置)との相互作用を通じてしか現われえないことによるものであって，これをもって，その物質(対象)の存在あるいはそれに関する認識が客観的でないとは言えないのである．

観測理論の研究には多くの立場があり，この本の書き方は比較的調和がとれているのであるが，上に述べた点だけは注意が必要であると思われる．この本のいたるところに見られるように，d'Espagnat は“実在”reality に強い関心を持っている．著者は“実在”が何らかの意味で存在すると信じる点で単なる実証主義者ではなく，その立場から“実在”はどんなものでありまたそれにいかにして近づきうるかを論じているのであるが，“Pedro の討論”などにはっきりあらわれているように，最終的には著者は，“実在”は人間の経験からはるかに遠く離れたものであり，科学はそれについてほとんど何も発言できないという考えを述べている．彼がこのような考えに到達した最大の理由はすぐ上の段落で述べた点が明確でないことである．著者は，観測主体が課されている条件に依存する認識はすべて客観的でないとしているのであるが，前述のように，対象の認識はほかの物体との相互作用を通じずにはありえず，認識に主観的契機があるからといって，その認識内容に客観的なものがないとは言えないのである．この点に問題があるために，この本のなかで，著者が“実在論”と“唯物論”あるいは認識の客観性を問題にしているところでは，主観との関係がまったくない“実在”あるいは“客観的認識”というものを抽象的に想定し次にそれは不可能であると結論するということになっている．なお著者が“唯物論”として理解しているのは素朴実在論的なものに限られており，“弁証法的唯物論”に対する二三の言及もその域を出ていない．

この本の最大の長所は，量子力学の観測理論における多くの研究を物理学の

理論そのものとして整理し紹介しているところにあるので，前述の問題点はあっても，この方面での標準的な入門書として役立つであろう．訳者としては，この本の第 16 章と第 18 章(とくに前者)の系統の理論をもっとくわしく紹介すればほぼ完全だったのではないかと惜しい気がする．そこで扱われているのは，多くの理論のなかでも，観測過程を物理的過程としてもっとも現実的に扱おうとしている方向の理論であり，いままでの理論自体には欠陥があるにしても，もっと重視すべき方向であり発展が期待できると考えられるからである．

訳者あとがき

本書は Bernard d'Espagnat: "Conceptual Foundations of Quantum Mechanics", Second Edition (Revised, enlarged, reset), 1976 の全訳である.

数年前，柳瀬睦男氏，並木美喜雄氏と私とで新編物理学選集 69 "量子力学における観測の理論" (日本物理学会発行, 1978) の編集にたずさわったさい，この本の翻訳が出るとよいという話が出たのであるが，その後，事情によって私だけで翻訳に当ることになった．しかし，柳瀬・並木両氏にはひきつづき，観測理論の討論や共同研究を通じて，また部分的には訳そのものを見て頂くことによって言いつくせないほどの援助を受けた．ここに厚く感謝の意を表したい．

また岩波書店の浦部信義氏には訳文や記号の詳細な修正・統一などについて大きな御協力を頂いた．あわせて感謝の意を表したい．

訳注は最小限にとどめたが，ix, xxiii, xxxiii ページの注については平凡社 "哲学事典" を参考にした．

本書の立場，内容などについては訳者解説を参考にして頂ければ幸いである．

1980 年 10 月

訳　　　者

人 名 索 引

Aharonov, Y. 86, 92, 161
Araki, H. 216, 235, 249
Armenteros, R. 92

Bauer, E. 265, 276, 279
Belinfante, F. J. 107, 122, 214
Bell, J. S. 105, 110, 113, 114, 122, 152, 153, 178, 202, 204, 236, 238, 299
Bergmann, P. G. 161
Birkoff, G. 44, 53, 152
Bohm, D. 25, 29, 86, 92, 104, 110, 114, 122, 153, 187, 192
Bohr, N. 85, 92, 95, 96, 97, 101, 150, 213, 216, 261, 262, 264, 265, 267, 271, 297, 309
Born, M. 178
Bub, J. 122

Carnap, R. 253, 254, 260
Chew, G. F. 204
Clauser, J. F. 112, 117, 122, 142, 152, 153
Cooper, L. N. 280, 293
Costa de Beauregard, O. 153

Daneri, A. 204
de Broglie, L. 122, 153, 178
Descartes 273
d'Espagnat, B. 53, 71, 92, 152, 161, 178, 214, 235, 249
De Witt, B. 153, 280, 283, 293
Dirac, P. A. M. 12
Doncel, M. G. 53

Earman, J. 235, 269, 272
Einstein, A. 75, 81, 92, 93, 113, 122, 135, 152
Elsasser, W. 311
Everett III, H. 234, 235, 280, 281, 293
Ewing, A. C. 260

Fano, U. 53
Faraci, G. 122, 153
Fehrs, M. H. 223, 235
Ferretti, B. 97
Feyerabend, P. K. 97, 192
Feynman, R. P. 255, 260
Fine, A. 223, 235
Finkelstein, D. 98, 103
Fock, V. A. 192
Freedman, S. J. 122, 153
Furry, W. H. 92, 178, 225, 227, 235

Garaudy, R. 311
Gelfand, I. M. 63
George, C. 204
Gleason, A. M. 53, 106
Gottfried, K. 13
Graham, R. N. 283, 293
Green, H. S. 225, 235
Groenevold, H. J. 190, 192, 299
Guenin, M. 71
Gutkowski, D. 122, 140, 153

Haag, R. 45, 53
Hanson, N. R. 97
Hartle, J. B. 98, 103
Heelan, P. 272
Heisenberg, W. 260, 261, 265, 267, 268, 269, 270, 272, 297, 305, 311
Hempel, C. G. 253, 260
Hepp, K. 201, 202, 203, 204, 238
Herakleitos xxiii
Herbut, F. 20
Hiley, B. J. 122
Holt, R. A. 112, 122, 142, 152, 153

Horne, M. A. 112, 122, 142, 152
Hume, D. 252, 257, 260

Jauch, J. M. 44, 45, 53, 103, 152, 184, 192, 204
Jordan, P. 45, 53

Kant, I. 268
Kasday, L. 122, 153
Kastler, D. 45, 53
Kochen, S. 122

Lamb, W. E. 55
Lamehi, M. 122
Landau, L. D. 178, 219
Lande, A. 192
Lanz, L. 204
Lebowitz, J. L. 161
Lifschitz, E. M. 178, 219, 235
Locke, J. 252
Loinger, A. 204
London, F. 265, 276, 279
Loschmidt, J. 232
Lüders, G. 20, 178
Ludwig, G. 194, 204

Mackey, G. 44, 53
Margenau, H. 53, 71, 273, 279
Masotto, G. 140, 153
Messiah, A. 11, 13, 21
Michel, L. 53
Minnaert, F. 53
Mittig, W. 122

Naimark, M. A. 63
Nauenberg, M. 178, 236
Notarigo, S. 122, 153

Park, J. L. 53, 71
Passmore, G. 256, 260
Penisi, A. 122, 153
Peres, A. 204
Petersen, A. 272
Piaget, J. xvii, 304, 311
Pipkin, F. M. 122
Piron, C. 44, 53, 103, 152
Platon 242
Podolsky, B. 75, 81, 92, 93, 135, 152
Popper, K. R. 122
Prigogine, I. 195, 204
Prosperi, G. M. 200, 204

Reichenbach, H. 260
Renninger, M. 192
Roman, P. 250, 260
Rosen, N. 75, 81, 92, 93, 135, 152, 204
Rosenfeld, L. 97, 204, 261, 271

Sabbadini, A. 204
Scheibe, E. 272
Schilpp, P. A. 92
Schlick, M. 253
Schrödinger, E. 92, 213, 214, 280, 293
Schwartz, M. 92
Segal, I. B. 45, 53, 63
Shimony, A. 97, 112, 117, 122, 142, 152, 153, 218, 223, 235, 237, 266, 269, 272
Specker, E. 122
Spinoza, B. de xxvi, xxviii
Stapp, H. P. 153, 261, 272
Stein, H. 218, 235

Tisza, L. 178
Toraldo di Francia, G. 260

van Hove, L. 195, 204
van Vechten, D. 280, 293
von Neumann, J. 16, 20, 23, 29, 41, 44, 45, 53, 61, 71, 105, 122, 152, 178, 181, 194, 204, 265, 276, 279
von Weizsäcker, C. F. 44, 53, 152

Wheeler, J. A. 293
Wick, G. C. 54, 71
Wightman, A. 54, 71
Wigner, E. P. 45, 53, 54, 71, 114, 122,

138, 153, 187, 192, 204, 205, 214, 216, 218, 235, 265, 274, 276, 277, 279
Woods, E. J. 249
Yanase, M. M. 204, 216, 218, 235

Zeh, H. D. 272, 299

事 項 索 引

A

アプリオリ　268

B

Bell の不等式　112, 116, 137, 139
　一般化された――　142
弁証法的唯物論　xiv, xvi, 266, 303
微視状態　184
微視的客観主義　242
Boole 束　126
　直交可補――　126
　非――　129
分割　61
分離不能性　75, 79, 87, 93, 95, 96, 101, 120, 150, 297, 299
分離可能性　107, 129
　――の原理　118, 150
物質波　2
物理量　16
物理的概念　214
物理的対象　304

C

知覚　273
知識　94, 241, 243
超選択荷電　54, 210
超選択則　54, 70, 210
Copenhagen 解釈　132, 233, 234, 260, 271, 297

D

第二量子化　28
同値　124
同時測定　18
独我論　276, 279
独立　241
同等　102

E

永遠性　xxix
エントロピー　194

F

不変　133
不確定性関係　187, 263
不完全な測定　19
複合系　15

G

外力　15
言語分析的な立場　254, 298, 300
言明　vi, 123
　擬似――　253
原子命題　136
原子論　243
Green 模型　225

H

波動　2
波動関数　8, 91
Hamilton 関数　4, 171
反作用　277
波束の収縮　19, 82, 87, 88, 91, 167, 171, 280
発生的認識論　xvii
平均値の規則　33
Heisenberg の描像　34
Hermite 作用素　16, 54, 158
Hermite 的　16
非 Boole 論理　132, 147
非可逆性　192, 199
　統計的――　232
非決定論　26
非局所性　113
Hilbert 空間　14

補助量　68

I

因果律　96
意識　277, 291
位相　196

J

弱客観性　251
時間反転　159
——の原理　133
実験　261
事象　89
実証主義　viii, 94, 255, 257
実在　xii, xx, xxv, 80, 96, 170, 233, 241, 270, 279, 299, 302, 307
——の要素　80
——性の原理　80
物理的——　77, 242, 249, 277
物理的——の要素　81
経験的——　xxxi, 308
根源的——　xiii, xxii, xxvi, xxxii, xxxiv
実在論　94, 158, 194, 240, 248, 280
一元的——　249
実体　xxiii, xxvi
情報理論　153
条件R　66
状況依存性　107, 121
状態　13, 98
——の関連性　279
状態ベクトル　12, 14
純粋な場合　41

K

科学的実証主義　252
科学的唯物論　303
隠れた変数　23, 26, 68, 93, 104, 109, 113, 121, 142
——の理論　xxvii
確率原理　8
確率の半正定値性　137
感覚器官　192
観念論　xx
関連状態　281
——の理論　286
間主観性　251
間主観的一致　xxix
観測　17
理想的な——　174
観測過程　274
観測理論　165
観測者　171
重ね合せ　5
——の原理　8, 12, 15
仮説P　207
仮定Q　22, 25, 45, 63, 78, 91, 93, 150, 166
仮定Y　117
仮定Z　66
活動　xix, xxvi
系　13, 124, 131, 154
——の性質　81
物理——　124, 155
個別——　97, 99
古典——　191
量子——　179, 262
検証可能性　253, 255
決定論　114
ケット　14
帰納的推理　257
記憶　292
記録　212
混合　41, 44, 47, 57
本義——　48, 60, 86, 102, 176
転義——　60, 178
公理論的定式化　44
孤立　131
古典物理学　179, 261
古典的測定　179, 181, 183, 187
固有値　16
固有関数　16
固有の性質　94
構造　250
客観的　94, 100, 194, 200
——性質　93
局所性　113

強客観性　250
巨視状態　184, 191
巨視的客観主義　244, 264, 297
巨視的客観主義者　91
巨視的装置　192
巨視的対象　245

M

命題　124, 131
——S　64
——算　123
メタ物理的理論　286
メタ理論　306
密度行列　38, 102, 175
——に対する Schrödinger 方程式　43
モラル　176
——測定　20

N

猫　213

O

オブザーバブル　16, 54, 63, 158, 183, 266
古典的——　183, 191
巨視的——　199

P

π^0 中間子の崩壊　247
ポテンシア　269, 305

R

濾過　21
論理実証主義　240, 298
流転性　xxix
両立可能　16
量子状態　103
量子規則　45
量子命題算　129
量子命題束　147
量子論的命題算　101
量子集団　22
粒子　2, 8
粒子回折の実験　5

S

Schrödinger 方程式　3, 16
Schrödinger の描像　34
線型　15
線型性　5
——の仮定　105
時間的発展の——　10
静的——　8
射影作用素　39
射線　95
識別不能性　27
真理値表　125
集団　14, 61, 97
統計——　14
主観-客観の分離　265
主観の役割　265
瞬間装置　118
収縮過程　269
装置　234
相補性　266
——原理　263
遡時予言　153, 159
相関　51, 53
——係数　52
束　44, 125
直交可補——　125
測定　16
——装置　262
第1種の——　18
第2種の——　18
準理想的な——　228
完全——　18
理想的でない——　215
理想的な——　18
操作主義　65
操作的な規則　33
相対論的量子論　89
相対論的側面　87
相対論的定式化　27
相対性理論　121
Stern-Gerlach の実験　66, 105, 134, 180, 188, 217, 225

推移的 124

T

多値論理 127
多元主義 viii, 243
対角和 38
部分—— 49
対応原理 10, 90
単純 62
統計作用素 38
統計的決定論 27
特性関数 30

V

von Neumann のヒエラルヒー 172
von Neumann の連鎖 172

W

Wigner の友だち 272

Y

要素 14
要素性 8
要素的な予言 117, 120

量子力学における 観測の理論

1980年12月10日 第1刷発行 ©

定価 6500円

訳 者 町田 茂

発行者 緑川 亨

〒101 東京都千代田区一ツ橋2-5-5
発行所 株式会社 岩波書店
電話 03-265-4111
振替 東京6-26240

印刷・三秀舎 製本・牧製本